

## ФИЗИКА

УДК 539.12

**Д. В. Кленецкий**, кандидат физико-математических наук, доцент (БГТУ)

**ВЛИЯНИЕ РАЗМЕРА ЧАСТИЦ НА СКОРОСТЬ  
ЗВУКА В АДРОННОМ РЕЗОНАНСНОМ ГАЗЕ**

В работе изучается влияние размера частиц на скорость звука в адронном резонансном газе, состоящем из адронных резонансов, имеющих массы  $M < 2$  ГэВ. Вычислено давление, плотность энергии и энтропии в адронном резонансном газе с учетом исключенного объема (объема, занимаемого частицами). Исключенный объем учитывается при использовании процедуры, предложенной Ван-дер-Ваальсом и обобщенной на случай переменного числа частиц в системе. Используя термодинамические величины, вычисленные с учетом исключенного объема, мы определили скорость звука в газе и полученные результаты сравнили со скоростью звука в состоянии из точечных частиц газе. При высоких температурах учет размера частиц приводит к существенному увеличению скорости звука в газе.

We study the effect of the particle size on the speed of sound in the hadron resonance gas which consists of hadronic resonances with masses  $M < 2$  GeV. We have calculated the pressure, the energy density and the entropy density in the hadron resonance gas taking into account the excluded volume (the volume occupied by the particles). The excluded volume is taken into account using the procedure proposed by Van der Waals, generalized to the case of a variable number of particles in the system. Using thermodynamic quantities calculated taking into account the excluded volume, we determined the speed of sound in the gas and the results compared with the velocity of sound in a gas which consists of point particles. At high temperatures accounting the particle size leads to a significant increase of the sound velocity in the gas.

**Введение.** Экспериментальное исследование ультрарелятивистских столкновений ядер на действующих ускорителях тяжелых ионов представляет собой уникальную возможность изучения свойств сильновзаимодействующей материи с высокой плотностью энергии. Цель экспериментов по столкновению тяжелых ионов при высоких энергиях заключается в том, чтобы создать адронную (сильновзаимодействующую) материю при высоких температурах. При низких температурах такая материя должна представлять собой идеальный газ  $\pi$ -мезонов, самых легких адронов. При увеличении температуры газ становится более плотным, и надо учитывать взаимодействие между частицами. Взаимодействия между адронами включают в себя две составляющих: силы притяжения и силы отталкивания. В статистических подходах силы притяжения моделируют, принимая во внимание резонансы (возбужденные состояния адронов). Среда взаимодействующих элементарных частиц может быть хорошо приближена невзаимодействующим газом, в котором наряду со стабильными частицами учитываются резонансы [1, 2]. Силы отталкивания возникают при учете исключенного объема (объема, занимаемого частицами) [3].

Цель данной работы заключается в исследовании влияния исключенного объема, который определяется геометрическим размером частиц, на скорость звука в адронном резонансном газе. Мы используем систему единиц, в которой  $c = \hbar = k = 1$ , где  $c$  – скорость света в вакууме;  $\hbar$  – постоянная Планка;  $k$  – постоянная Больцмана.

**Основная часть.** Скорость звука  $c_s$  в многокомпонентном адронном газе [4] определяется соотношением

$$c_s^2 = \left( \frac{\partial P}{\partial \varepsilon} \right)_V = \frac{s(T)}{C_V(T)}, \quad (1)$$

где  $P$  – давление системы;  $\varepsilon$  – плотность энергии;  $s(T)$  – плотность энтропии;  $C_V(T)$  – теплоемкость при постоянном объеме,

$$s(T) = \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_V; \quad C_V(T) = \left( \frac{\partial \varepsilon}{\partial T} \right)_V. \quad (2)$$

Согласно (1), скорость звука определяется уравнением состояния системы, которое представляет собой функциональную зависимость давления от плотности энергии  $P(\varepsilon)$ . Скорость звука играет важную роль в гидродинамической эволюции системы, а также рассматривается как

чувствительный индикатор критического поведения системы [5].

В работе [6] была вычислена скорость звука и исследована ее зависимость от температуры для многокомпонентного резонансного газа, состоящего из точечных частиц. Однако из эксперимента известно, что адроны являются протяженными частицами, их размеры известны из эксперимента. Чтобы учесть эту особенность, надо ввести в рассмотрение собственные объемы адронов, которые приводят к силам отталкивания между ними на малых расстояниях.

Для учета сил отталкивания между адронами пользуются процедурой, предложенной Ван-дер-Ваальсом, обобщенной на случай переменного числа частиц в системе. Вместо объема системы  $V$  вводят в рассмотрение объем, доступный для движения адронов. Давление системы  $P_v$  с учетом исключенного объема [3] определяется трансцендентным уравнением:

$$P_v = P \exp\left(-\frac{P_v v}{T}\right), \quad (3)$$

где  $P$  – давление в адронном резонансном газе, состоящем из точечных частиц;  $v$  – объем приходящийся на одну частицу.

Для газа, состоящего из смеси частиц массой  $m_1, \dots, m_n$ , обладающих вырожденностью состояний  $g_1, \dots, g_n$ ,

$$P = T \sum_{i=1}^n g_i \varphi(m_i, T), \quad (4)$$

где функции  $\varphi(m_i, T)$  определяются соотношением

$$\varphi(m_i, T) = \frac{m_i^2 T}{2\pi^2} K_2\left(\frac{m_i}{T}\right); \quad (5)$$

$K_2(x)$  – модифицированная функция Бесселя второго порядка.

Используя (3), найдем плотность энергии  $\varepsilon_v$  и плотность энтропии  $s_v$  системы с учетом исключенного объема

$$\varepsilon_v = T \frac{dP_v}{dT} - P_v = \frac{\varepsilon \exp\left[-\frac{P_v v}{T}\right]}{1 + \frac{P_v v}{T}}; \quad (6)$$

$$s_v = \frac{\varepsilon_v + P_v}{T} = \frac{s \exp\left[-\frac{P_v v}{T}\right] + \frac{P_v^2 v}{T^2}}{1 + \frac{P_v v}{T}}, \quad (7)$$

где  $\varepsilon$  – плотность энергии;  $s$  – плотность энтропии адронного резонансного газа, состоящего из точечных частиц,

$$\varepsilon = T^2 \sum_{i=1}^n g_i \frac{d\varphi(m_i, T)}{dT}; \quad (8)$$

$$s = \sum_{i=1}^n g_i \varphi(m_i, T) + T \sum_{i=1}^n g_i \frac{d\varphi(m_i, T)}{dT}. \quad (9)$$

Производная от функции  $\varphi(m_i, T)$  определяется по формуле

$$\frac{d\varphi(m_i, T)}{dT} = \frac{m_i^2}{2\pi^2} \left[ 3K_2\left(\frac{m_i}{T}\right) + \frac{m_i}{T} K_1\left(\frac{m_i}{T}\right) \right], \quad (10)$$

где  $K_1(x)$  – модифицированная функция Бесселя первого порядка.

Из уравнений (2), (6) найдем теплоемкость адронного резонансного газа с учетом исключенного объема:

$$C_V^v = C_V \frac{\varepsilon_v}{\varepsilon} - \frac{\varepsilon_v^2 v}{T^2} \left[ 1 + \frac{\varepsilon_v P}{\varepsilon P_v} \right], \quad (11)$$

где  $C_V$  – теплоемкость газа, состоящего из точечных частиц,

$$C_V = 3s + \frac{1}{T^2} \sum_{i=1}^n g_i m_i^2 \varphi(m_i, T). \quad (12)$$

Подставляя (7), (11) и (9), (12) в (1), найдем соотношения для скорости звука в адронном резонансном газе с учетом исключенного объема  $c_{sv}$  и для газа, состоящего из точечных частиц  $c_s$ :

$$\frac{1}{c_{sv}^2} = \frac{1}{c_s^2} \frac{s}{s_v} \frac{\varepsilon_v}{\varepsilon} - \frac{\varepsilon_v^2 v}{T^2 s_v} \left[ 1 + \frac{\varepsilon_v P}{\varepsilon P_v} \right]; \quad (13)$$

$$\frac{1}{c_s^2} = 3 + \frac{1}{T^2 s} \sum_{i=1}^n g_i m_i^2 \varphi(m_i, T). \quad (14)$$

Спектр адронов представляет практически непрерывный набор состояний. Для его характеристики используют спектр масс  $\rho(m)$ , так что  $\rho(m)dm$  определяет число состояний адронов в интервале  $[m, m + dm]$ . Мы используем параметризацию для спектра масс адронов  $\rho(m)$ , которая хорошо описывает спектр мезонов в интервале  $0 < m < 2$  ГэВ [7]:

$$\rho(m) = 3\delta(m - m_\pi) + C m^3 \theta(m - m_1) \theta(M - m), \quad (15)$$

где первое слагаемое учитывает три зарядовых состояния  $\pi$ -мезона массой  $m_\pi = 0,14$  ГэВ;  $C = 90$  ГэВ<sup>-4</sup>;  $\theta$ -функции во втором слагаемом учитывают, что оно отлично от нуля в интервале  $m_1 < m < M$ , здесь  $m_1 = 0,5$  ГэВ,  $M = 2$  ГэВ.

Заменяя в формулах (4), (8), (9), (14)  $g_i$  на  $\rho(m)dm$  и переходя от суммирования к интегрированию по массе, мы вычислили давление  $P$ , плотность энергии  $\varepsilon$ , плотность энтропии  $s$

и скорость звука  $c_s$  для адронного резонансного газа, состоящего из точечных частиц при различных значениях температуры  $0 < T < T_c$  (где  $T_c$  – критическое значение температуры). Затем эти значения мы использовали при решении трансцендентного уравнения (3) для нахождения давления  $P_v$ , плотности энергии  $\varepsilon_v$  (6), плотности энтропии (7) и скорости звука  $c_{sv}$  по формуле (13). В качестве оценки для параметра  $v$  мы используем соотношение

$$v = 4 \frac{4\pi}{3} r^3, \quad (16)$$

где  $r$  – радиус адрона. Из эксперимента известно, что  $r \approx (0,3-0,8)$  фм. Это соответствует исключенному объему  $v \approx (0,5-8)$  фм<sup>3</sup>. Величину  $r$  мы рассматриваем как параметр модели.

На рис. 1 приведена зависимость плотности энтропии от температуры. При больших значениях температуры плотность энтропии, вычисленная с учетом исключенного объема, уменьшается по сравнению с плотностью энтропии, определенной при  $r = 0$ . Подобные зависимости наблюдаются для давления и плотности энергии адронного резонансного газа [3].

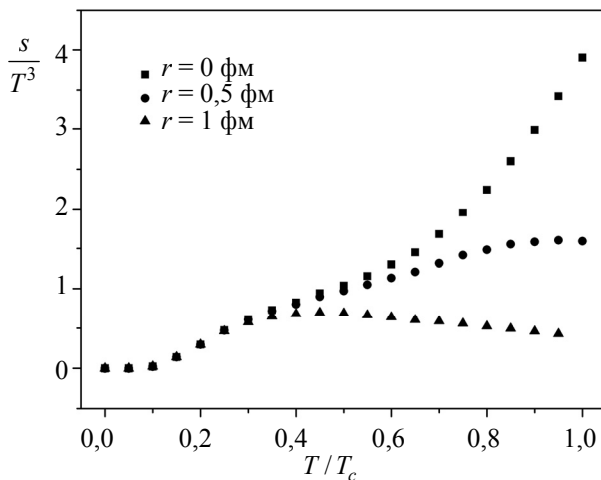


Рис. 1. Зависимость плотности энтропии от температуры при различных значениях параметра  $r$

На рис. 2 показана зависимость  $c_{sv}^2$  от температуры при различных значениях радиуса адронов.

Для газа, состоящего из точечных частиц ( $r = 0$ ), скорость звука увеличивается с возрастанием температуры до  $T \approx 0,4T_c$ , а затем уменьшается, выходя на постоянное значение. При малых температурах нет различия в скорости звука, вычисленной с учетом исключенного объема и без него. При  $T > 0,3T_c$  скорость звука, вычисленная с учетом размера частиц, увеличивается по сравнению со скоростью звука при  $r = 0$ . Различие между двумя вычислениями увеличивается с ростом температуры и зависит от радиуса адронов.

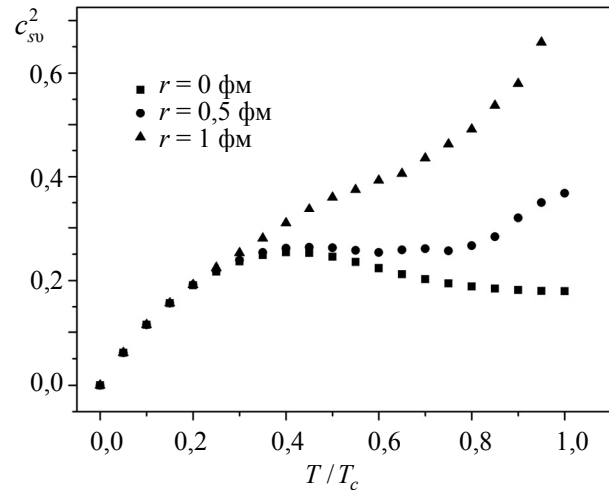


Рис. 2. Зависимость скорости звука от температуры при различных значениях параметра  $r$

**Заключение.** Мы вычислили скорость звука в равновесном многокомпонентном адронном газе, принимая во внимание размеры частиц, и полученные результаты сравнили со скоростью звука в газе, состоящем из точечных частиц. Учет размера частиц необходим, чтобы правильно понимать основные качественные особенности сильных взаимодействий, например фазовый переход адронов в кварк-глюонную плазму. Кроме того, он может сильно модифицировать свойства адронного резонансного газа. При высоких температурах учет размера частиц приводит к существенному увеличению скорости звука в газе.

### Литература

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. В 10 т. Т. V. Ч. 1: Статистическая физика. М.: Наука, 1976. 583 с.
2. Hagedorn, R. Statistical thermodynamics of strong interactions at high-energies // Nuovo Cim. Suppl. 1965. Vol. 3. P. 147–186.
3. Клеицкий, Д. В. Влияние исключенного объема на уравнение состояния многокомпонентного адронного газа // Труды БГТУ. 2013. № 6 (162): Физ.-мат. науки и информатика. С. 48–50.
4. Gavaì R., Gupta S., Mukherjee S. A new method for computation of QCD thermodynamics: EOS, specific heat and speed of sound // Proceed. XXIII Int. Symp. on Lattice Field Theory, Ireland, 25–30 July 2005. Ireland, 2005. P. 173–177.
5. Huovinen P., Petreczky P. QCD equations of state and hadron resonance gas // Nucl. Phys. 2010. Vol. A837, No. 12. P. 26–53.
6. Клеицкий, Д. В. Скорость звука в равновесном адронном газе // Труды БГТУ. 2011. № 6 (144): Физ.-мат. науки и информатика. С. 50–53.
7. Burakovsky L., Horwitz L. P. On the thermodynamics of hot hadron matter // Nucl. Phys. 1997. Vol. A614, No. 3. P. 373–399.

Поступила 01.03.2014