

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3

«ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА»

Большое планирование экспериментальных задач в химии и химической технологии формулируются как экстремальные; к ним относятся определение оптимальных условий процесса, оптимального состава композиции и т.д. Планирование эксперимента для решения таких задач позволяет найти оптимальное расположение точек в факторном пространстве и осуществить линейное преобразование координат, благодаря чему обеспечивается возможность преодолеть недостатки классического регрессионного анализа, в частности корреляцию между коэффициентами уравнения регрессии. Выбор плана определяется постановкой задачи исследования и особенностями объекта. Процесс исследования обычно развивается на отдельные этапы. Информация, полученная после каждого этапа, определяет дальнейшую стратегию эксперимента – таким образом, возникает возможность оптимального управления экспериментом. Планирование эксперимента позволяет одновременно варьировать все факторы и получать количественные оценки основных эффектов и эффектов взаимодействия.

Интересующие исследователя эффекты определяются со значительно меньшей ошибкой, чем та, которая характерна для традиционных методов исследования.

В конечном счете, применение методов планирования эксперимента значительно повышает эффективность эксперимента.

Полный и дробный факторный эксперимент

При планировании по схеме полного факторного эксперимента (ПФЭ) реализуются все возможные комбинации факторов на всех выбранных уровнях. Необходимое число опытов N при ПФЭ определяется по формуле:

$$N = l^k \quad (1)$$

где l – число уровней;

k – число факторов.

Если эксперименты проводятся только на двух уровнях при двух значениях факторов и при этом в процессе эксперимента осуществляются все возможные комбинации из k факторов, то такой план носит название полного факторного эксперимента типа 2^k . В этом случае уровни факторов представляют собой границы исследуемой области по данному технологическому фактору.

Пример: Построение уравнения регрессии для гидравлического сопротивления насадки.

Рассмотрим влияние на гидравлическое сопротивление мокрой насадки Δp трех факторов: скорости газа в интервал $V=(1,33-3,03)$ м/с, плотность

орошения жидкости $q=(4,34 \cdot 10^{-3}-1,5 \cdot 10^{-2}) \text{ м}^3/\text{м}^2 \cdot \text{с}$, и зазора между пластинами насадки $\delta=(0,01-0,015) \text{ м}$.

Верхний уровень по скорости газа $z_1^{\max} = 3,03 \text{ м/с}$, нижний $z_1^{\min} = 1,33 \text{ м/с}$, тогда

$$z_1^0 = \frac{z_1^{\max} + z_1^{\min}}{2} = \frac{1,33 + 3,03}{2} = 2,18 \quad (2)$$

$$\Delta z_1 = \frac{z_1^{\max} - z_1^{\min}}{2} = \frac{3,03 - 1,33}{2} = 0,85 \quad (3)$$

Верхний уровень по плотности орошения $z_2^{\max} = 4,34 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{м}^2 \cdot \text{с}$, нижний $z_2^{\min} = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3/\text{м}^2 \cdot \text{с}$,

тогда

$$z_2^0 = \frac{z_2^{\max} + z_2^{\min}}{2} = \frac{4,34 \cdot 10^{-3} + 1,5 \cdot 10^{-2}}{2} = 9,67 \cdot 10^{-3} \quad (4)$$

$$\Delta z_2 = \frac{z_2^{\max} - z_2^{\min}}{2} = \frac{1,5 \cdot 10^{-2} - 4,34 \cdot 10^{-3}}{2} = 5,33 \cdot 10^{-3} \quad (5)$$

Верхний уровень по зазору $z_3^{\max} = 0,015 \text{ м}$, нижний $z_3^{\min} = 0,01 \text{ м}$ тогда

$$z_3^0 = \frac{z_3^{\max} + z_3^{\min}}{2} = \frac{0,015 + 0,01}{2} = 0,0125 \quad (6)$$

$$\Delta z_3 = \frac{z_3^{\max} - z_3^{\min}}{2} = \frac{0,015 - 0,01}{2} = 0,0025 \quad (7)$$

Точка с координатами $(z_1^0, z_2^0, \dots, z_k^0)$ носит название **центра плана**, иногда ее называют основным уровнем, Δz_j - единица варьирования, или **интервал варьирования** по оси z_j .

От системы координат $z_1^0, z_2^0, \dots, z_k^0$ перейдем к новой безразмерной системе координат $x_1^0, x_2^0, \dots, x_k^0$. Формула перехода или кодирования имеет вид:

$$x_j = \frac{z_j - z_j^0}{\Delta z_j}, \quad (8)$$

где $j=1,2,\dots,k$.

В безразмерной системе координат верхний уровень равен +1, нижний равен -1, координаты центра плана равны нулю и совпадают с началом координат. В нашей задаче $k=3$. Число возможных комбинаций N из трех факторов на двух уровнях равно: $N=2^k=2^3=8$

Запишем план проведения экспериментов (матрица планирования) в виде табл. 1.

Значения гидравлического сопротивления орошаемой насадки, полученные в ходе реализации плана эксперимента, приведены в последнем столбце таблицы.

Таблица 1

№ опыта	Значение факторов						Гидравлическое сопротивление
	В натуральном масштабе			В безразмерной системе координат			
	z_1	z_2	z_3	x_1	x_2	x_3	Δp
1	1,33	$4,34 \cdot 10^{-3}$	0,01	-1	-1	-1	78,48
2	3,03	$4,34 \cdot 10^{-3}$	0,01	+1	-1	-1	323,73
3	1,33	$1,5 \cdot 10^{-2}$	0,01	-1	+1	-1	127,53
4	3,03	$1,5 \cdot 10^{-2}$	0,01	+1	+1	-1	578,79
5	1,33	$4,34 \cdot 10^{-3}$	0,015	-1	-1	+1	88,29
6	3,03	$4,34 \cdot 10^{-3}$	0,015	+1	-1	+1	588,6
7	1,33	$1,5 \cdot 10^{-2}$	0,015	-1	+1	+1	98,1
8	3,03	$1,5 \cdot 10^{-2}$	0,015	+1	+1	+1	1049,67

Линейное уравнение регрессии имеет вид:

$$\hat{y} = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + b_3 \cdot x_3 \quad (9)$$

Любой коэффициент уравнения регрессии b_j определяется скалярным произведением столбца Δp на соответствующий столбец x_j , деленным на число опытов в матрице планирования N :

$$b_j = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_{ji} \cdot \Delta p_i \quad (10)$$

Для примера рассмотрим нахождение коэффициента b_1 . Расчетные данные представлены в табл. 2.

Таблица 2

x_1	Δp	$x_1 \cdot \Delta p$	$\sum x_1 \cdot \Delta p$
-1	78,48	-78,48	2148,36
+1	323,73	323,73	
-1	127,53	-127,53	
+1	578,79	578,79	
-1	88,29	-88,29	
+1	588,6	588,6	
-1	98,1	-98,1	
+1	1049,67	1049,67	

Тогда коэффициент уравнения регрессии b_1 равен:

$$b_1 = \frac{2148,6}{8} = 268,545$$

Аналогично для коэффициента b_2 расчетные данные представлены в табл. 3.

Таблица 3

x_2	Δp	$x_2 \cdot \Delta p$	$\sum x_2 \cdot \Delta p$
-1	78,48	-78,48	774,99
-1	323,73	-323,73	
+1	127,53	127,53	
+1	578,79	578,79	
-1	88,29	-88,29	
-1	588,6	-588,6	
+1	98,1	98,1	
+1	1049,67	1049,67	

Тогда коэффициент уравнения регрессии b_2 равен:

$$b_2 = \frac{774,49}{8} = 96,87$$

Для коэффициента b_3 расчетные данные представлены в табл. 4.

Таблица 4

x_3	Δp	$x_3 \cdot \Delta p$	$\sum x_3 \cdot \Delta p$
-1	78,48	-78,48	716,13
-1	323,73	-323,73	
-1	127,53	-127,53	
-1	578,79	-578,79	
+1	88,29	88,29	
+1	588,6	588,6	
+1	98,1	98,1	
+1	1049,67	1049,67	

Тогда коэффициент уравнения регрессии b_3 равен:

$$b_3 = \frac{716,13}{8} = 89,52$$

Для вычисления коэффициента b_0 используем формулу:

$$b_0 = \frac{\sum_{i=1}^N \Delta p_i}{N} = \frac{2933,19}{8} = 366,65 \quad (11)$$

Таким образом, линейное уравнение регрессии для определения влияния трех факторов (скорости газа, плотность орошения жидкости, зазора между пластинами насадки) имеет вид:

$$\hat{y} = 366,65 + 268,545 \cdot x_1 + 96,87 \cdot x_2 + 89,52 \cdot x_3$$

Задание: Получить уравнение регрессии для эффективности массообмена

Найдите линейное уравнение регрессии для оценки влияния скорости газа, плотность орошения жидкости, зазора между пластинами насадки на эффективность массообмена. Интервалы изменения факторов: скорость газа $V=(1,33-3,03)$ м/с, плотность орошения жидкости $q=(5,2 \cdot 10^{-3} - 1,5 \cdot 10^{-2})$ м³/м²·с, и зазора между пластинами насадки $\delta=(0,01-0,015)$ м. Значения эффективности массообмена приведены в таблице 5.

Таблица 5

№ опыта	Значение факторов			Эффективность массообмена
	z_1	z_2	z_3	E
1	1,33	$4,1 \cdot 10^{-3}$	0,01	0,653
2	3,03	$4,1 \cdot 10^{-3}$	0,01	0,805
3	1,33	$9 \cdot 10^{-3}$	0,01	0,573
4	3,03	$9 \cdot 10^{-3}$	0,01	0,814
5	1,33	$4,1 \cdot 10^{-3}$	0,015	0,593
6	3,03	$4,1 \cdot 10^{-3}$	0,015	0,865
7	1,33	$9 \cdot 10^{-3}$	0,015	0,628
8	3,03	$9 \cdot 10^{-3}$	0,015	0,89