

## Лабораторная работа №

### Передача тепла теплопроводностью через плоскую и цилиндрическую многослойные стенки

Законы теплопередачи лежат в основе тепловых процессов – нагревания, охлаждения, конденсации паров, выпаривания – и имеют большое значение для проведения многих массообменных (процессы перегонки, сушки и др.), а также реакционных процессов химической технологии, протекающих с подводом или отводом тепла.

Различают три принципиально различных элементарных способа распространения тепла: теплопроводность, конвекцию и тепловое излучение.

Передача тепла теплопроводностью осуществляется путем переноса тепла при непосредственном соприкосновении отдельных частиц тела. При этом энергия передается от одной частицы к другой в результате колебательного движения частиц, без их перемещения друг относительно друга.

Основным законом передачи тепла теплопроводностью является закон Фурье, согласно которому *количество тепла  $dQ$ , передаваемое посредством теплопроводности через элемент поверхности  $dF$ , перпендикулярный тепловому потоку, за время  $d\tau$  прямо пропорционально температурному градиенту  $\frac{\partial t}{\partial n}$  поверхности  $dF$  и времени  $d\tau$*

$$dQ = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n} dF d\tau \quad (1)$$

Существуют два основных вида передачи тепла теплопроводностью: через плоскую и цилиндрическую стенки.

Передача тепла  $Q$  (Вт/(м<sup>2</sup>·К)) теплопроводностью через плоскую стенку будет описываться следующими уравнениями:

$$\text{— для однослойной стенки} \quad Q = \frac{\lambda}{\delta} (t_{cm1} - t_{cm2}) F \tau \quad (2)$$

где  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности материала стенки, Вт/(м·К);  $\delta$  – толщина стенки, м;  $(t_{cm1} - t_{cm2})$  – разность температур поверхностей стенки, град;  $F$  – поверхность стенки, м<sup>2</sup>;  $\tau$  – время, сек.

$$\text{— для многослойной стенки} \quad Q = \frac{(t_{cm1} - t_{cm2}) F \tau}{\sum_{i=1}^{i=n} \frac{\delta}{\lambda}} \quad (3)$$

где  $i$  – порядковый номер слоя стенки;  $n$  – число слоев

Через цилиндрическую стенку уравнения будут следующие:

$$\text{— для однослойной стенки} \quad Q = \frac{2\pi L(t_{cm1} - t_{cm2})\tau}{\frac{1}{\lambda} 2,31 \lg \frac{d_n}{d_g}} \quad (4)$$

$$\text{— для многослойной стенки} \quad Q = \frac{2\pi L(t_{cm1} - t_{cm2})\tau}{\sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{\lambda_i} 2,31 \lg \frac{d_{i+1}}{d_i}} \quad (5)$$

Тогда с учетом математического пакета MathCad решим в качестве примера следующую задачу.

### Условие:

Рассчитать количество тепла  $Q$ , теряемого через плоские однослойные стенки толщиной  $\delta_1 = 8$  мм,  $\delta_2 = 12$  мм, выполненную из Ст 3. Принять при толщине  $\delta > 10$  мм  $\lambda = 45$  Вт/(м·град), при  $\delta \leq 10$  мм  $\lambda = 52$  Вт/(м·град). Температура стенки изнутри  $t_{cm1} = 100^\circ\text{C}$ , снаружи –  $t_{cm2} = 30^\circ\text{C}$ , площадь контактируемой поверхности  $F = 4$  м<sup>2</sup>, время контакта 2 мин.

### Решение:

$F := 4$  м<sup>2</sup> - площадь контактируемой поверхности

$\delta_1 := 0.012$  м - толщина первой стенки

$\delta_2 := 0.016$  м - толщина второй стенки

$T_1 := 100$  град - внутренняя температура стенки

$T_2 := 30$  град - наружная температура стенки

$\lambda_1 := \begin{cases} 45 & \text{if } \delta_1 > 0.015 \\ 52 & \text{if } \delta_1 \leq 0.015 \end{cases} \quad \lambda_2 := \begin{cases} 45 & \text{if } \delta_2 > 0.015 \\ 52 & \text{if } \delta_2 \leq 0.015 \end{cases}$

$y_0 := 0$  - количество тепла Q1

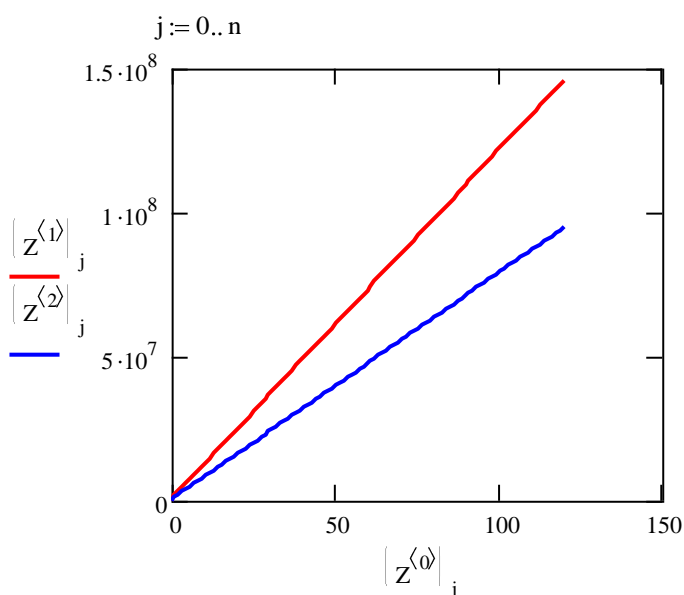
$y_1 := 0$  - количество тепла Q2

$$y := \begin{pmatrix} y_0 \\ y_1 \end{pmatrix} \quad D(t, y) := \begin{bmatrix} (T_1 - T_2) \cdot F \cdot \frac{\lambda_1}{\delta_1} \\ (T_1 - T_2) \cdot F \cdot \frac{\lambda_2}{\delta_2} \end{bmatrix}$$

$t_0 := 0 \quad t_1 := 120 \quad n := 100$

$Z := \text{rkfixed}(y, t_0, t_1, n, D)$

	0	1	2
$Z =$	0	0	0
1	1.2	$1.456 \cdot 10^6$	$9.45 \cdot 10^5$
2	2.4	$2.912 \cdot 10^6$	$1.89 \cdot 10^6$
3	3.6	$4.368 \cdot 10^6$	$2.835 \cdot 10^6$
4	4.8	$5.824 \cdot 10^6$	$3.78 \cdot 10^6$



При решении необходимо использовать программирование в пакете Mathcad. Для этого необходимо:

1. Выбрать на панели инструментов программирования кнопку **Add Line** (Добавить линию).
2. В рассматриваемом примере в каждый местозаполнитель вводится строка, затем нажимается кнопка **If** (Если) на панели **Programming** (Программирование) и в возникший местозаполнитель вводится выражение.

**Выполнить самостоятельно:**

Рассчитать количество тепла  $Q$ , теряемого многослойными объектами: баком (в виде параллелепипеда) и бочки (цилиндрического сечения). Данные взять из табл. 1. Результаты представить в виде графиков. При расчетах дно в качестве поверхности контакта не учитывать.

Размеры бака принять следующие: высота  $H = 3$  м, ширина  $B = 2$  м, длина  $L = 1$  м. Размеры бочки – длина  $L = 2$  м, внутренний диаметр  $d_g = 1,5$  м.

Таблица 1 – Данные для лабораторной работы

№	$t_{cm1},$ °C	$t_{cm2},$ °C	$\tau,$ мин.	$\delta_1,$ мм	$\delta_2,$ мм	$\delta_3,$ мм	$\lambda_1,$ Вт/(м·K)	$\lambda_3,$ Вт/(м·K)	$\lambda_2, \text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{K})$	
									$(\delta_1 + \delta_3) > 10$	$(\delta_1 + \delta_3) \leq 10$
1	150	20	2	7	10	0,5	26,2	46	0,81	0,58
2	200	30	3	8	12	0,6	25,8	45	0,81	0,58
3	250	40	4	9	15	0,8	46	225	0,81	0,58
4	300	50	2	10	14	0,7	51	45	0,055	0,045
5	350	50	3	11	18	0,9	25,5	48	0,055	0,045
6	400	30	4	12	20	0,5	50	50	0,05	0,036
7	450	40	1	13	21	0,6	51	230	0,055	0,045
8	500	20	1	14	22	0,4	48	45	0,025	0,035
9	475	10	4	15	20	0,6	25,7	45	0,05	0,036
10	425	0	2	14	19	1,0	52	210	0,05	0,036
11	375	10	3	13	18	0,9	50	230	0,05	0,036
12	325	20	4	12	17	1,1	45	52	0,055	0,045
13	275	30	2	11	15	1,0	49	45	0,055	0,045
14	225	40	3	10	14	0,9	46	230	0,81	0,58
15	175	50	4	9	13	0,5	26,0	45	0,81	0,58
16	125	40	2	8	12	0,6	25,5	48	0,81	0,58
17	150	30	1	10	14	0,8	44	52	0,81	0,58
18	200	20	1	11	10	0,7	45	215	0,81	0,58

## Лабораторная работа №

### Математическое моделирование динамики теплообменного процесса

Теплообменные аппараты широко распространены в химических производствах и на предприятиях строительных материалов и представляют собой в общем случае устройства, предназначенные для передачи тепла от одного тела (более нагретого) к другому (менее нагретому).

Теплопередача в теплообменных аппаратах при переменных температурах зависит от взаимного направления движения теплоносителей. В непрерывных процессах теплообмена возможны следующие варианты направлений движения жидкости друг относительно друга вдоль разделяющих их стенки:

1) *параллельный ток* или *прямоток*, при котором теплоносители движутся в одном и том же направлении;

2) *противоток*, при котором теплоносители движутся в противоположных направлениях;

3) *перекрестный ток*, при котором теплоносители движутся взаимно перпендикулярно друг другу;

4) *смешанный ток*, при котором один из теплоносителей движется в одном направлении, а другой – как прямотоком, так и противотоком к первому.

Как известно математическое описание теплообменного аппарата можно представить в следующем виде:

$$\text{– для прямотока} \quad \begin{cases} \frac{dT_z}{dt} = -v_z \frac{\partial T_z}{\partial t} - \frac{K \cdot F}{m_z \cdot c_z} \cdot T_z - T_x ; \\ \frac{dT_x}{dt} = -v_x \frac{\partial T_x}{\partial t} + \frac{K \cdot F}{m_x \cdot c_x} \cdot T_z - T_x ; \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{– для противотока} \quad \begin{cases} \frac{dT_z}{dt} = -v_z \frac{\partial T_z}{\partial t} + \frac{K \cdot F}{m_z \cdot c_z} \cdot T_z - T_x ; \\ \frac{dT_x}{dt} = -v_x \frac{\partial T_x}{\partial t} + \frac{K \cdot F}{m_x \cdot c_x} \cdot T_z - T_x , \end{cases} \quad (2)$$

где  $T_z, T_x$  – температуры соответственно горячего и холодного потоков, °C;  $v_z, v_x$  – линейные скорости соответственно горячего и холодного потоков, м/с;  $K$  – коэффициент теплопередачи теплообменника, ккал/м<sup>2</sup>·с·°C;  $F$  – площадь поверхности теплообмена, м<sup>2</sup>;  $m_z, m_x$  – массовый расход соответственно горячего и холодного потоков, кг/с;  $c_z, c_x$  – удельная теплоемкость соответственно горячего и холодного потоков, ккал/кг·°C.

Рассмотрим в качестве примера следующую задачу:

#### Условие:

Найти значения температур холодной  $T_{x \text{ вых}}$  на выходе из теплообменника и горячей воды  $T_{z \text{ вх}}$  на входе, для того чтобы обеспечить температуру  $T_{z \text{ вых}} = 31^\circ\text{C}$ . Если известно, что движение теплоносителей – противоток; температура холодной воды, подаваемой в теплообменник  $T_{x \text{ вх}} = 20^\circ\text{C}$ ; площадь поверхности теплообмена – 17,86 м<sup>2</sup>; коэффициент теплопередачи – 400,0 ккал/м<sup>2</sup>·с·°C;

массовые расходы –  $m_z = 9236$  кг/с,  $m_x = 9439$  кг/с; удельные теплоемкости –  $c_z = 0,6$  ккал/кг·°С,  $c_x = 1,0$  ккал/кг·°С; линейные скорости движения потоков –  $v_z = 0,7$  м/с;  $v_x = 0,7$  м/с, длина теплообменника  $L = 1,4$  м. Температуру рассчитать в трех сечениях теплообменника. Построить графики изменения температур потоков в каждом из сечений во времени и график изменения температур потоков по длине теплообменника.

### Решение:

Запишем уравнения материального баланса с учетом двухстороннего определения производной каждой температуры по длине теплообменника:

$$\begin{cases} \frac{dT_{z,i}}{dt} = -v_z \frac{T_{z,i+1} - T_{z,i-1}}{2 \cdot \Delta l} + \frac{K \cdot F}{m_z \cdot c_z} \cdot T_{z,i} - T_{x,i} ; \\ \frac{dT_{x,i}}{dt} = -v_x \frac{T_{x,i+1} - T_{x,i-1}}{2 \cdot \Delta l} + \frac{K \cdot F}{m_x \cdot c_x} \cdot T_{z,i} - T_{x,i} . \end{cases} \quad (3)$$

где  $i$  – число сечений,  $i = 3$ .

Введем следующие математические обозначения для Mathcad (таблица 1):

Таблица 1 – Обозначения в Mathcad

Вход ТОА	Номер сечения			Выход ТОА
	1	2	3	
$T_{z\text{ вх}} = ?$	$y_0$	$y_2$	$y_4$	$y_6$
$T_{x\text{ вх}}$	$y_1$	$y_3$	$y_5$	$y_7$

Ниже представлены результаты моделирования теплообменного аппарата в Mathcad.

$K := 400$        $F := 17.86$        $L := 1.4$       - параметры теплообменного аппарата  
 $c_x := 1$        $v_x := 0.7$        $m_x := 9439$        $txbx := 20$       - параметры холодного теплоносителя  
 $c_g := 0.6$        $v_g := 0.7$        $mg := 9236$        $tgbx := 31$       - параметры горячего теплоносителя  
 $h := \frac{2L}{3}$        $a1 := K \cdot \frac{F}{mg \cdot c_g}$        $a2 := K \cdot \frac{F}{mx \cdot c_x}$   
 $a1 = 1.289$        $a2 = 0.757$   
 $a := tgbx$        $b := txbx$

$$y := \begin{pmatrix} a \\ b \\ a \\ b \\ a \\ b \\ a \\ b \end{pmatrix}$$

$$D(t,y) := \begin{bmatrix} \frac{y_2 - \text{tgbx}}{h} - \text{vg} \cdot \frac{y_2 - \text{tgbx}}{h} + a1 \cdot |y_0 - y_1| \\ \frac{y_3 - \text{txbx}}{h} - \text{vx} \cdot \frac{y_3 - \text{txbx}}{h} + a2 \cdot |y_0 - y_1| \\ \frac{y_4 - y_0}{h} - \text{vg} \cdot \frac{y_4 - y_0}{h} + a1 \cdot |y_2 - y_3| \\ \frac{y_5 - y_1}{h} - \text{vx} \cdot \frac{y_5 - y_1}{h} + a2 \cdot |y_2 - y_3| \\ \frac{y_6 - y_2}{h} - \text{vg} \cdot \frac{y_6 - y_2}{h} + a1 \cdot |y_4 - y_5| \\ \frac{y_7 - y_3}{h} - \text{vx} \cdot \frac{y_7 - y_3}{h} + a2 \cdot |y_4 - y_5| \\ \frac{y_6 - y_4}{0.5 \cdot h} - \text{vg} \cdot \frac{y_6 - y_4}{0.5 \cdot h} + a1 \cdot |y_6 - y_7| \\ \frac{y_7 - y_5}{0.5 \cdot h} - \text{vx} \cdot \frac{y_7 - y_5}{0.5 \cdot h} + a2 \cdot |y_6 - y_7| \end{bmatrix}$$

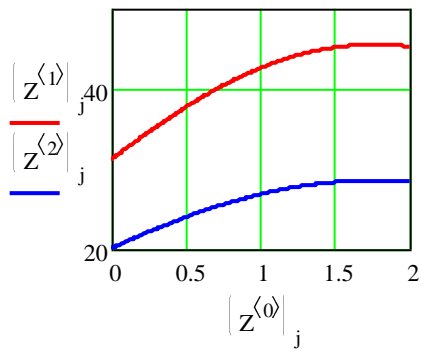
$$\text{tk} := \frac{L}{\text{vg}} \quad n := 200 \quad Z := \text{rkfixed}(y, 0, \text{tk}, n, D)$$

$$\text{nk} := n \quad j := 0..200$$

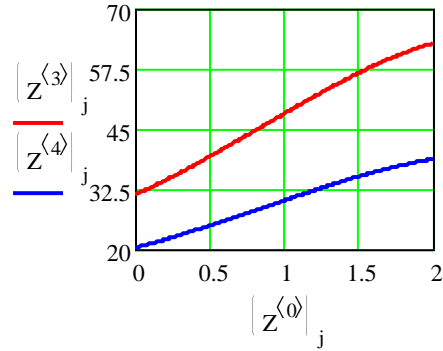
$Z =$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	0	31	20	31	20	31	20	31	20
1	0.01	31.142	20.083	31.142	20.083	31.142	20.083	31.142	20.083
2	0.02	31.283	20.166	31.285	20.167	31.285	20.167	31.285	20.167
3	0.03	31.424	20.249	31.429	20.252	31.429	20.252	31.429	20.252
4	0.04	31.565	20.332	31.573	20.337	31.573	20.337	31.573	20.337
5	0.05	31.705	20.414	31.718	20.422	31.719	20.422	31.719	20.422
6	0.06	31.845	20.496	31.864	20.507	31.865	20.508	31.865	20.508
7	0.07	31.985	20.578	32.011	20.594	32.011	20.594	32.011	20.594
8	0.08	32.124	20.66	32.158	20.68	32.159	20.68	32.159	20.68
9	0.09	32.263	20.741	32.306	20.767	32.307	20.768	32.307	20.768

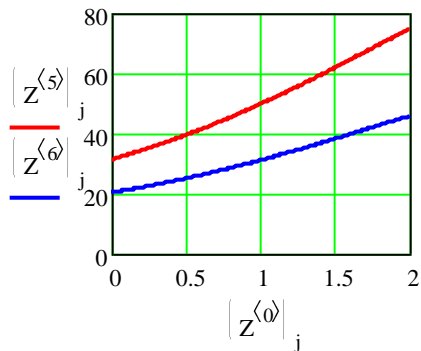
Сечение 1



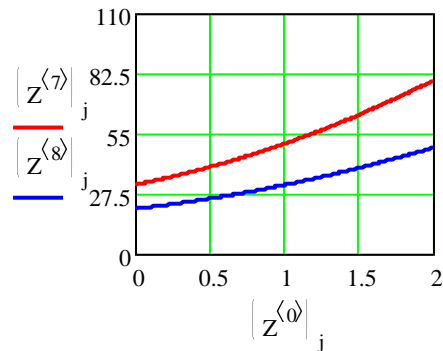
Сечение 2



Сечение 3



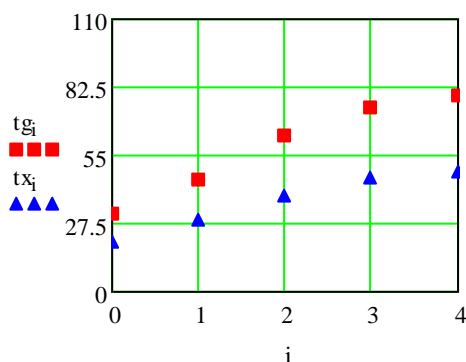
Выход ТОА



$$\begin{aligned}
 \text{tg}_0 &:= \text{tg}_{\text{bx}} & \text{tg}_1 &:= \left[ Z^{(1)} \right]_{\text{nk}} & \text{tg}_2 &:= \left[ Z^{(3)} \right]_{\text{nk}} & \text{tg}_3 &:= \left[ Z^{(5)} \right]_{\text{nk}} & \text{tg}_4 &:= \left[ Z^{(7)} \right]_{\text{nk}} \\
 \text{tx}_0 &:= \text{tx}_{\text{bx}} & \text{tx}_1 &:= \left[ Z^{(2)} \right]_{\text{nk}} & \text{tx}_2 &:= \left[ Z^{(4)} \right]_{\text{nk}} & \text{tx}_3 &:= \left[ Z^{(6)} \right]_{\text{nk}} & \text{tx}_4 &:= \left[ Z^{(8)} \right]_{\text{nk}}
 \end{aligned}$$

$$\text{tg} = \begin{pmatrix} 31 \\ 45.178 \\ 62.561 \\ 74.356 \\ 78.523 \end{pmatrix} \quad \text{tx} = \begin{pmatrix} 20 \\ 28.324 \\ 38.529 \\ 45.454 \\ 47.9 \end{pmatrix}$$

$$i := 0..6$$



**Выполнить самостоятельно:**

Найти значения температур холодной  $T_x$  и горячей  $T_g$  воды на выходе из теплообменника. Если известно, что движение теплоносителей – прямоток; остальные данные взять из таблицы 2 Температуру рассчитать в пяти сечениях теплообменника. Построить графики изменения температур потоков в каждом из се-

чений во времени и график изменения температур потоков по длине теплообменника.

Таблица 2 – Данные для лабораторной работы

№	$T_{x\text{ вх}},$ °C	$T_{z\text{ вх}},$ °C	$F,$ м <sup>2</sup>	$L,$ м	$K,$ ккал/м <sup>2</sup> ·с·°C	$m_z,$ кг/с	$m_x,$ кг/с	$c_z,$ ккал/кг·°C	$c_x,$ ккал/кг·°C	$v_z,$ м/с	$v_x,$ м/с
1	150	20	16,5	1	400	9121	9311	0,4	1,1	1,1	0,2
2	165	30	14,5	1,1	450	9133	9315	0,45	1,05	1,0	0,25
3	180	17	12,25	1,3	410	9144	9322	0,5	1,0	0,95	0,3
4	190	10	13,25	1,2	420	9156	9336	0,55	0,95	0,9	0,35
5	160	25	17,65	1,4	350	9168	9338	0,6	0,9	0,85	0,4
6	175	30	17,0	1,0	360	9173	9341	0,65	0,85	0,8	0,45
7	145	40	18,25	1,6	380	9186	9356	0,7	0,8	0,75	0,5
8	130	20	14,2	1,7	375	9195	9358	0,75	0,75	0,7	0,55
9	120	10	13,2	0,9	395	9202	9364	0,8	0,7	0,65	0,6
10	110	5	15,4	0,8	412	9213	9369	0,85	0,65	0,6	0,65
11	100	10	16,4	0,9	415	9214	9372	0,9	0,6	0,55	0,7
12	120	20	15,25	1,2	435	9226	9384	0,95	0,55	0,5	0,75
13	180	30	19,75	1,3	425	9224	9395	1,0	0,5	0,45	0,8
14	185	15	18,5	1,8	415	9236	9398	1,05	0,45	0,4	0,85
15	165	25	16,7	2,0	385	9232	9405	1,1	0,4	0,35	0,9
16	125	40	14,8	1,4	395	9242	9408	0,42	0,35	0,3	0,95
17	150	15	15,2	1,2	365	9241	9419	0,63	0,52	0,25	1,0
18	135	20	16,3	1,5	405	9235	9431	0,74	0,81	0,2	1,1