ИНФОРМАТИКА И ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ И УПРАВЛЕНИЕ В ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

УДК 004.021:004.942

И. В. Акиншева, старший преподаватель (МГУП);
И. Ф. Кузьмицкий, кандидат технических наук, доцент (БГТУ)

ОСОБЕННОСТИ ИНТЕГРАЛЬНОГО ОЦЕНИВАНИЯ МНОГОМЕРНЫХ ОБЪЕКТОВ И АЛГОРИТМОВ УПРАВЛЕНИЯ

В статье изложен способ интегральной оценки алгоритмов управления многомерного объекта. Способ основывается на использовании разработанной математической модели, в которой зависимость параметров объекта представлена в виде интегральных выражений, и теории вариационного исчисления для определения оптимальных значений управляющих параметров многомерного объекта. В качестве объекта управления выступают реакторы поликонденсации технологического процесса производства полиэтилентерефталата, математическая модель представлена интегральными рядами Вольтерра второго порядка. Результатом исследования является алгоритм, позволяющий, используя численные методы решения интегро-дифференциальных уравнений, определить изменение оптимальных значений параметров работы реакторов в зависимости от времени протекания технологического процесса поликонденсации. Разработанный математический аппарат дает предпосылки для синтеза адаптивной системы управления исследуемым объектом.

The article describes the method of integral evaluation of control algorithms for multi-dimensional object. The method is based on the use of the developed mathematical model in which the dependence of the parameters of the object is represented in the form of integral expressions, and the theory of the calculus of variations to determine the optimal control parameters of a multidimensional object. As the object of governance are polycondensation reactors manufacturing process of polyethylene terephthalate, a mathematical model is presented Volterra integral rows of the second order. The result of this study is an algorithm which, using numerical methods for solving integro-differential equations, determine the change in the optimal values of the parameters of reactors depending on the time course of the polycondensation process. Developed mathematical apparatus gives the prerequisites for the synthesis of adaptive control system of the object under study.

Введение. В настоящее время на промышленных предприятиях остро стоит вопрос экономии энергоресурсов. Один из способов энергосбережения – поддержание параметров процесса, требующих больших энергетических затрат, на оптимальном уровне. Для реализации указанного способа необходимо решить задачу оптимизации.

В работе исследуется поликонденсационный процесс получения полиэтилентерефталата (ПЭТФ), протекающий в реакторах предварительной (ППК) и основной (ОПК) поликонденсации. Согласно технологии, процесс поликонденсации протекает при высокой температуре (275–310°С) и низком давлении (250–600 Па), что подразумевает большие затраты электроэнергии.

Таким образом, цель исследования заключается в разработке методики для определения оптимальных значений параметров процесса поликонденсации. При достижении цели были решены следующие задачи:

1) выделены основные переменные рассматриваемого объекта управления, влияющие на ход технологического процесса;

2) разработана математическая модель процесса поликонденсации, отражающая взаимосвязь параметров качества получаемого продукта от управляющих параметров, требующих больших затрат электроэнергии;

3) составлен интегральный критерий качества процесса;

4) разработан алгоритм оптимизации, в основе которого лежит математический аппарат теории вариационного исчисления;

5) проведена оценка полученного решения.

Основная часть. В процессе поликонденсации наибольший интерес представляют такие выходные переменные, как вязкость расплава на выходе из реакторов ППК и ОПК – $\nu_1(t)$, $\nu_2(t)$ и расход ПЭТФ – $Q_1(t)$, $Q_2(t)$. Рассмотрим выражение для вязкости на выходе из реактора ППК:

$$\nu_1(t) = \nu_0(t) + A_1 \int_0^t (e^{p_1\tau_1} - e^{p_2\tau_1}) T_1(t-\tau_1) d\tau_1 +$$
$$+ A_2 \int_0^t (e^{p_3\tau_2} - e^{p_4\tau_2}) P_1(t-\tau_2) d\tau_2 +$$
$$+ A_3 \int_0^t \int_0^t (e^{p_5\tau_1} - e^{p_6\tau_1})(e^{p_7\tau_2} - e^{p_8\tau_2}) \times$$
$$\times T_1(t-\tau_1) P_1(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2, \quad (1)$$

где $\nu_0(t)$ – вязкость поступающего дигликольтерефталата в реактор ППК, Па·с; A_{1-3} – коэффициенты аппроксимации; p_{1-8} – коэффициенты настройки модели, с$^{-1}$; $\tau_{1,\,2}$ – время запаздывания динамического элемента, реализующего физическое воздействие на объект исследования.

Управляющими параметрами являются температура в реакторах $T_1(t)$, $T_2(t)$ и давление в реакторах $P_1(t)$, $P_2(t)$. Математическая модель составлена на основе интегральных рядов Вольтерра второго порядка, подробное описание ее представлено в [1].

Мгновенные значения ошибок по рассматриваемым параметрам будут выглядеть следующим образом:

$$e_\nu(t) = \nu_i(t) - \nu_i^{\text{м}}(t); \quad (2)$$

$$e_Q(t) = Q_i(t) - Q_i^{\text{м}}(t), \quad (3)$$

где $\nu_i^{\text{м}}(t)$ и $Q_i^{\text{м}}(t)$ – мгновенные значения вязкости и расхода полимера, полученные в результате моделирования.

Необходимо учитывать и мгновенные значения функции ошибки по степени полимеризации, которая также является выходной переменной:

$$e_{DP}(t) = DP_i(t) - DP_i^{\text{м}}(t), \quad (4)$$

где $DP_i^{\text{м}}(t)$ – мгновенные значения степени полимеризации ПЭТФ.

Кроме выходных переменных необходимо в критерий оптимизации включить и управляющие переменные: температуру $T_1(t)$, $T_2(t)$ и давление $P_1(t)$, $P_2(t)$ внутри реакторов поликонденсации. В исследуемом процессе существует необходимость в определении скорости реакции исполнительных устройств на изменяющийся режим управления, поэтому учтем и скорости изменения управляющих переменных в виде их производных по времени. Таким образом, мгновенные значения функции ошибок по управляющим переменным и их производным имеют вид

$$e_T(t) = T_i(t) - T_i^{\text{м}}(t); \; e_P(t) = P_i(t) - P_i^{\text{м}}(t); \quad (5)$$

$$\dot{e}_T(t) = \dot{T}_i(t) - \dot{T}_i^{\text{м}}(t); \; \dot{e}_P(t) = \dot{P}_i(t) - \dot{P}_i^{\text{м}}(t), \quad (6)$$

где $T_i^{\text{м}}(t)$, $P_i^{\text{м}}(t)$ и $\dot{T}_i^{\text{м}}(t)$, $\dot{P}_i^{\text{м}}(t)$ – мгновенные значения температуры, давления и их производных, полученные в результате моделирования соответственно.

В конечном итоге критерий качества характеризует общую ошибку за весь период работы системы управления от некоторого начального значения времени $t = t_{\text{н}}$ до времени окончания процесса $t = T$. Поэтому критерий представляет собой сумму мгновенных значений ошибок основных переменных процесса, проинтегрированную по времени работы системы. Как известно, в системе наблюдаются не монотонные процессы, а процессы, характеризующиеся постоянной сменой знака ошибки, поэтому для устранения зависимости вычислений от знака ошибки будем использовать интегральную квадратичную оценку.

Задача оптимального управления процессом поликонденсации, задаваемого выражениями (2)–(6), сформулирована как задача минимизации обобщенного интегрального квадратичного критерия:

$$I(t) = \int_0^T \Psi(t)(\alpha(\nu_1(t) - \nu_1^{\text{м}}(t))^2 +$$
$$+ \beta(\nu_2(t) - \nu_2^{\text{м}}(t))^2 + \chi(Q_1(t) - Q_1^{\text{м}}(t))^2 +$$
$$+ \gamma(Q_2(t) - Q_2^{\text{м}}(t))^2 + \psi(DP(t) - DP^{\text{м}}(t))^2 +$$
$$+ \eta(T_1(t) - T_1^{\text{м}}(t))^2 + \lambda(P_1(t) - P_1^{\text{м}}(t))^2 +$$
$$+ \mu(T_2(t) - T_2^{\text{м}}(t))^2 + \pi(P_2(t) - P_2^{\text{м}}(t))^2 +$$
$$+ \theta(\dot{T}_1(t) - \dot{T}_1^{\text{м}}(t))^2 + \rho(\dot{P}_1(t) - \dot{P}_1^{\text{м}}(t))^2 +$$
$$+ \sigma(\dot{T}_2(t) - \dot{T}_2^{\text{м}}(t))^2 + \xi(\dot{P}_2(t) - \dot{P}_2^{\text{м}}(t))^2)dt, \quad (7)$$

где $\Psi(t)$ – сглаживающая функция; α, β, χ, γ, ψ, η, λ, μ, π, θ, ρ, σ, ξ – весовые коэффициенты, определяющие компромисс между основными переменными процесса, а также дополнительными условиями по скорости изменения управляющих переменных.

Понятие минимизации критерия качества продукта путем соответствующего выбора оптимального сигнала управления в отличие от оптимизации параметров или импульсной характеристики приводит к значительному обобщению метода оптимизации системы управления с обратной связью. Математическая теория оптимизации, применяемая для синтеза сложных систем управления многомерных объектов, определяется сложностью получения числовых решений. Выбор формы функции ошибки определяет характеристики уравнения оптимального управления.

Для нахождения оптимальных значений управляющих переменных воспользуемся теорией вариационного исчисления. Данный метод оптимизации позволяет определить оптимальный сигнал управления не только в зависимости от желаемого выходного сигнала, но также и в функции текущего состояния динамического процесса. Так как исследуемый объект является нелинейным, то система управления также является нелинейной в зависимости от формы уравнения Эйлера – Лагранжа [2].

Таким образом, подынтегральное выражение критерия (7) обозначим через $F(t)$. Функция, которая минимизирует функционал (7), должна удовлетворять дифференциальному уравнению второго порядка Эйлера – Лагранжа:

$$\frac{\partial F(t)}{\partial T_i(t)} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial F(t)}{\partial \dot{T}_i(t)}\right) = 0. \quad (8)$$

Учитывая выражения (7) и (8), запишем систему уравнений для определения значений оптимальных переменных процесса поликонденсации.

$$\begin{cases} \dfrac{\partial F(t)}{\partial T_1(t)} + 2\alpha - 2\xi \dfrac{d\dot{T}_1(t)}{dt} = 0, \\ \dfrac{\partial F(t)}{\partial P_1(t)} + 2\beta - 2\chi \dfrac{d\dot{P}_2(t)}{dt} = 0, \\ \dfrac{\partial F(t)}{\partial T_2(t)} + 2\gamma - 2\mu \dfrac{d\dot{T}_2(t)}{dt} = 0, \\ \dfrac{\partial F(t)}{\partial P_2(t)} + 2\delta - 2\omega \dfrac{d\dot{P}_2(t)}{dt} = 0. \end{cases} \quad (9)$$

Ранее были выделены выходные переменные: вязкость на выходе из реактора ППК – $v_1(t)$, расход на выходе из реактора ППК – $Q_1(t)$, вязкость на выходе из реактора ОПК – $v_2(t)$, расход на выходе из реактора ОПК – $Q_2(t)$, степень полимеризации $DP(t)$ расплава на выходе из реактора ОПК, определяемая с помощью математической модели кинетики процессов, протекающих в реакторах; а также четыре управляющие переменные: температура в реакторе ППК – $T_1(t)$, давление в реакторе ППК – $P_1(t)$, температура в реакторе ОПК – $T_2(t)$, давление в реакторе ОПК – $P_2(t)$. Поэтому система (9) состоит из четырех уравнений, путем решения которых определяются оптимальные значения управляющих переменных процесса поликонденсации.

Разработав математическую модель, введем ограничения на выходные параметры процесса. Расход продукта определен производительностью установки и равен 0,834 кг/с (3004 кг/ч), вязкость ПЭТФ – 250 Па·с, степень полимеризации – 115, время пребывания полимера в реакторах поликонденсации – 1,5 ч. Введенные ограничения являются ограничениями функции, минимизирующей функционал (7).

Ставится трудоемкая задача, связанная с большим количеством вычислений. Рассматривать будем первое и второе уравнения системы (9), прибегнув к ряду допущений, чтобы решение поставленной задачи представлялось возможным:

– переменные t и τ являются эквивалентными, так как измерения параметров с течением времени проводились в одной системе;

– переменные t и τ принадлежат отрезку $[0; T]$, где T – время протекания процесса поликонденсации в реакторах;

– интеграл представляется в виде конечной суммы, а производная в виде конечной разности;

– шаг изменения t бесконечно мал по отношению к временному отрезку.

Согласно [3], учитывая принятые допущения, разбивая отрезок $[0; T]$ на число интервалов n и принимая функции $T_1(t)$ и $P_1(t)$ фиксированными на каждом из этих интервалов, получим формулу (10). Аналогичные преобразования произведем и для второго уравнения системы (см. (11)).

$$\frac{\left(A_1\sum_{k=0}^{n}(e^{p_1t_k}-e^{p_2t_k})T_1(t_k)+A_3\sum_{k=0}^{n}\sum_{k=0}^{n}(e^{p_5t_k}-e^{p_6t_k})T_1(t_k)(e^{p_7t_k}-e^{p_8t_k})P_1(t_k)\right)}{T_1(t_k)-T_1(t_{k-1})}-$$

$$-\frac{\left(A_1\sum_{k=0}^{n}(e^{p_1t_{k-1}}-e^{p_2t_{k-1}})T_1(t_{k-1})+A_3\sum_{k=0}^{n}\sum_{k=0}^{n}(e^{p_5t_{k-1}}-e^{p_6t_{k-1}})T_1(t_{k-1})(e^{p_7t_{k-1}}-e^{p_8t_{k-1}})P_1(t_{k-1})\right)}{T_1(t_k)-T_1(t_{k-1})}+$$

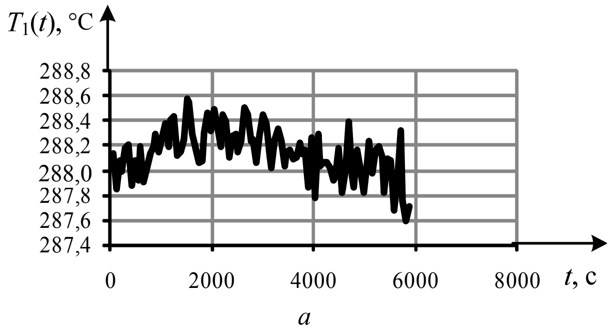
$$+2\alpha-2\zeta\frac{T_1(t_{k+1})-2T_1(t_k)+T_1(t_{k-1})}{(t_k-t_{k-1})}=0. \quad (10)$$

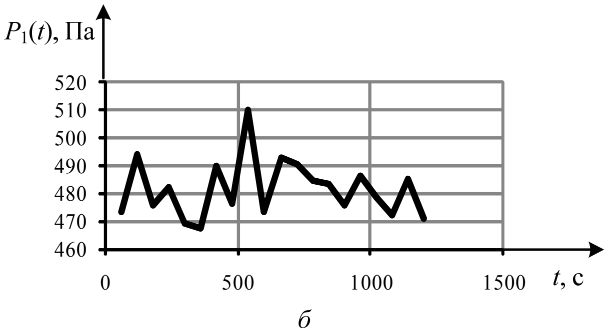
$$\frac{\left(A_1\sum_{k=0}^{n}(e^{p_3t_k}-e^{p_4t_k})T_1(t_k)+A_3\sum_{k=0}^{n}\sum_{k=0}^{n}(e^{p_5t_k}-e^{p_6t_k})T_1(t_k)(e^{p_7t_k}-e^{p_8t_k})P_1(t_k)\right)}{P_1(t_k)-P_1(t_{k-1})}-$$

$$-\frac{\left(A_1\sum_{k=0}^{n}(e^{p_3t_{k-1}}-e^{p_4t_{k-1}})T_1(t_{k-1})+A_3\sum_{k=0}^{n}\sum_{k=0}^{n}(e^{p_5t_{k-1}}-e^{p_6t_{k-1}})T_1(t_{k-1})(e^{p_7t_{k-1}}-e^{p_8t_{k-1}})P_1(t_{k-1})\right)}{P_1(t_k)-P_1(t_{k-1})}+$$

$$+2\beta-2\chi\frac{P_1(t_{k+1})-2P_1(t_k)+P_1(t_{k-1})}{(t_k-t_{k-1})}=0. \quad (11)$$

Задаваясь начальными значениями $T_1(0)$ = = 288°C и $P_1(0)$ = 480 Па, получим решение системы двух уравнений и отобразим его на графиках зависимости $T_1(t)$ и $P_1(t)$, представленных на рисунке.





Полученные в результате аппроксимации исходных данных графики оптимальных управляющих параметров реактора предварительной поликонденсации: *а* – температуры; *б* – давления

Для получения функциональной зависимости управляющих параметров от времени необходимо аппроксимировать вычисленные значения.

Заключение. Разработан алгоритм поиска оптимальных значений управляющих переменных, составленный на основе теории вариационного исчисления и использующий интегральный критерий оптимизации процесса поликонденсации.

В случае принятия таких допущений как в (10) и (11), возникает потребность в оценке ошибки, полученной при вычислениях. Величину оптимальной положительной ошибки определения $T_1(t)$ и $P_1(t)$ будем находить согласно следующему выражению [4]:

$$\varepsilon(T_1,\ t)=2I(T_1,\ t)\delta(P_1,\ t)-\delta(T_1,\ t)\sum_{t=0}^{T}(P_1(t))^2; \quad (12)$$

$$\varepsilon(P_1,\ t)=2I(P_1,\ t)\delta(T_1,\ t)-\delta(P_1,\ t)\sum_{t=0}^{T}(T_1(t))^2, \quad (13)$$

где $I(T_1, t)$, $I(P_1, t)$ – сумма всех положительных значений $T_1(t)$, $P_1(t)$; $\delta(T_1, t)$, $\delta(P_1, t)$ – инвариантные ошибки, равные, как правило, максимальному значению переменной.

Подставляя полученные значения температуры и давления в выражения (12) и (13), получим значение оптимальной положительной ошибки определения $T_1(t)$ и $P_1(t)$: $\varepsilon(T_1, t)$ = = 9199, $\varepsilon(P_1, t)$ = 8783, что составляет менее 10% от произведения максимальных значений давления и температуры.

Следовательно, принятые допущения не повлияют существенно на решение задачи оптимизации.

Литература

1. Акиншева И. В., Кузьмицкий И. Ф., Карраскель И. Особенности идентификации динамики химических реакторов на основе рядов Вольтерра // Труды БГТУ. 2012. № 6: Физ.-мат. науки и информатика. С. 86–89.

2. Андреева Е. А., Цирулева В. М. Вариационное исчисление и методы оптимизации. М.: Высш. шк., 2006. 584 с.

3. Крылов А. В. Приближенное вычисление интегралов. Минск: Наука, 1976. 540 с.

4. Дзюбко С. И. Инвариантные разбиения при интегральном оценивании многомерных объектов // Автоматика и телемеханика. 2005. № 6. С. 5–18.

Поступила 14.03.2014