УДК 621.391.26

А. А. Дятко, кандидат технических наук, доцент (БГТУ);
С. М. Костромицкий, доктор технических наук, профессор (КБ «Радар»);
П. Н. Шумский, кандидат технических наук, доцент (КБ «Радар»)

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТИПОВЫХ ТРАЕКТОРИЙ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ ДЛЯ ПОЛУНАТУРНЫХ ИСПЫТАНИЙ

Рассмотрен метод расчета координат типовых траекторий летательного аппарата в дискретные моменты времени, используемых при моделировании работы радиолокационных станций при полунатурном испытании их работоспособности. Метод заключается в определении координат требуемой траектории, когда ее плоскость параллельна плоскости XY декартовой системы координат XYZ и находится относительно ее на нулевой высоте. Координаты требуемого положения траектории в пространстве могут быть получены путем поворота расчетной траектории вокруг соответствующих координатных осей на заданные углы и смещения ее в нужную область пространства.

Describes the method of calculating the coordinates of typical aircraft trajectories in the discrete moments of time, which used for modelling of work radar stations at seminatural test of their working capacity. The method consists in definition of coordinates of a demanded trajectory when its plane is parallel to a plane XY of the Cartesian system of coordinates XYZ and is rather it at zero height. The coordinates corresponding to demanded position of a trajectory in space, can be received by turn of a settlement trajectory round corresponding coordinate axes on set corners and its displacement in the necessary area of space.

Введение. Как уже отмечалось в статье [1], при разработке и испытаниях РЛС все большее распространение получают полунатурные испытания. В этом случае совокупность сигналов и помех на входе системы моделируется с помощью имитаторов. Для формирования эхосигналов в имитаторах используются математические модели радиолокационных объектов, которые должны обеспечивать адекватное моделирование эхосигнала при минимальных вычислительных затратах [1]. Так, при отработке алгоритмов обнаружения и сопровождения целей в радиолокационных станциях в качестве радиолокационного объекта выступает летательный аппарат, который перемещается в пространстве по некоторой типовой траектории. Для правильного моделирования сигнала, отраженного от такого объекта, необходимо иметь координаты его траектории.

В данной работе рассматривается возможная методика расчета координат двух типовых траекторий движения летательного аппарата: траектории «эллипс» и траектории «отворот».

Основная часть. Траектория «Эллипс». Для формирования координат траектории (рис. 1) рассмотрим алгоритм, суть которого заключается в том, что сначала формируется траектория, лежащая в плоскости XY декартовой системы координат, а затем путем необходимых вращений и смещений вокруг и вдоль координатных осей плоскость траектории помещается в нужную область пространства.

Исходными данными для расчета координат траектории являются: a – длина полуоси эллипса по оси X; b – длина полуоси эллипса по оси Y; φ_1 – начальное значение параметра φ (точка A, рис. 1); φ_2 – конечное значение параметра φ (точка B, рис. 1); Δt – интервал дискретизации по времени при расчете координат точек траектории; v – средняя скорость движения цели по дуге траектории от φ_1 до φ_2; $\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z$ – углы для последовательного поворота начальной траектории ($z = 0$) вокруг осей X, Y и Z соответственно; $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ – значения смещений вдоль осей X, Y и Z соответственно для переноса траектории, полученной после вращения.

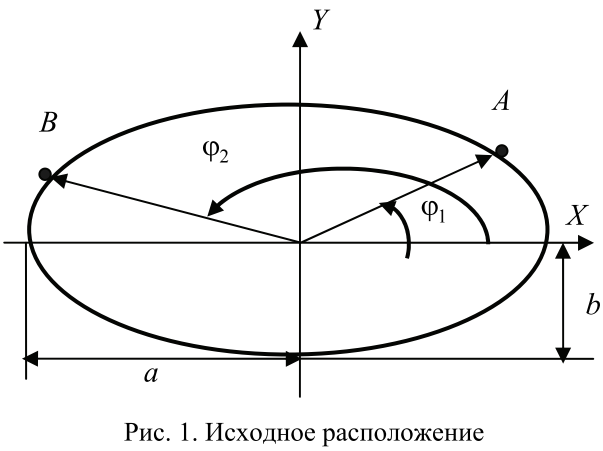

Рис. 1. Исходное расположение траектории «эллипс» в системе координат XYZ

Выражения для расчета координат эллиптической траектории в дискретные моменты времени (при $z = 0$) имеют вид

$$\begin{cases} x_i = a\cos(\varphi_1 + i\Delta\varphi), \\ y_i = b\sin(\varphi_1 + i\Delta\varphi), \quad i = 0, 1, \ldots, N-1, \\ z_i = 0, \end{cases} \qquad (1)$$

где $\Delta\varphi = (\varphi_2 - \varphi_1)/(N-1)$ – интервал дискретизации по параметру φ; $N = T/\Delta t + 1$ – число отсчетов на траекторию; $T = L/\nu$ – время полета цели по дуге AB (рис. 1); длина дуги AB

$$L = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \sqrt{\left(\frac{d}{d\varphi}\left[x(\varphi)\right]\right)^2 + \left(\frac{d}{d\varphi}\left[y(\varphi)\right]\right)^2}. \quad (2)$$

Из наборов координат (1) образуем матрицу:

$$W = \begin{pmatrix} x_0 & x_1 & \dots & x_N \\ y_0 & y_1 & \dots & y_N \\ z_0 & z_1 & \dots & z_N \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 & x_1 & \dots & x_N \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Последовательно повернем траекторию вокруг координатных осей X, Y, Z и переместим ее в заданную точку пространства, выполнив смещения вдоль координатных осей соответственно на Δx, Δy и Δz.

В результате требуемые координаты траектории «эллипс» в форме (3) будут определяться соотношением [2]

$$M = F_{TZYX} W, \quad (4)$$

где

$$F_{TZYX} = T(\Delta x, \Delta y, \Delta z) R_Z(\varphi_z) R_Y(\varphi_y) R_X(\varphi_x);$$

$R_X(\varphi)$, $R_Y(\varphi)$ и $R_Z(\varphi)$ – матрицы аффинных преобразований координат объекта при его повороте вокруг координатных осей X, Y и Z соответственно против часовой стрелки на угол φ [2]; $T(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$ – матрица аффинных преобразований координат объекта при его смещении вдоль координатных осей X, Y и Z на Δx, Δy и Δz соответственно [2].

Траектория «отворот». Исходное положение траектории «отворот» в пространстве представлено на рис. 2. Прямые AB и CD являются касательными к дуге траектории в точках B и C соответственно и образуют прямые углы с радиус-векторами, проведенными в эти точки ($\angle ABO = 90°$ и $\angle OCD = 90°$). Расчет траектории выполним для координаты $z = 0$.

Запишем исходные данные для расчета траектории (обозначения соответствуют рис. 2): r – радиус кривизны траектории; φ_c – угол для точки $C(x_c, y_c)$ (от оси Y по часовой стрелке); φ_b – угол для точки $B(x_b, y_b)$ (от оси Y против часовой стрелки); L_1 – длина участка AB; L_2 – длина участка CD; v_1 – средняя скорость цели на участке AB; v_2 – средняя скорость цели на участке CD; v_φ – скорость цели на участке BC; Δt – интервал дискретизации по времени при расчете точек траектории; $\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z$ – углы для последовательного поворота траектории, построенной в плоскости XY $(z = 0)$, вокруг координатных осей X, Y и Z соответственно; $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ – значения смещений вдоль координатных осей X, Y и Z соответственно для переноса траектории, полученной после вращения.

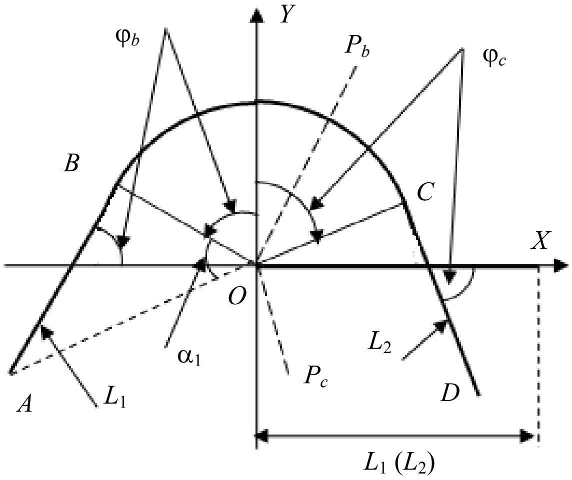

Рис. 2. Исходное расположение траектории «отворот» в системе координат XYZ

Траектория «отворот» может быть составлена из двух фрагментов линейной траектории (AB и CD) и одного фрагмента эллиптической (BC). Алгоритм формирования координат эллиптической траектории рассмотрен выше, а расчет координат линейной траектории проводится по аналогичной методике и не представляет сложности ввиду его простоты. Задача расчета траектории «отворот» заключается в том, чтобы по приведенным выше исходным данным получить параметры, которые необходимы для алгоритмов формирования линейной и эллиптической траекторий. Получим эти параметры, воспользовавшись рис. 2.

I. Определяем координаты точки A:

$$\alpha_1 = \operatorname{arctg}\frac{L_1}{r}; \quad (5)$$

$$\phi_a = \frac{\pi}{2} + \phi_b + \alpha_1; \quad (6)$$

$$\begin{cases} x_a = \sqrt{r^2 + L_1^2}\cos\phi_a, \\ y_a = \sqrt{r^2 + L_1^2}\sin\phi_a. \end{cases} \quad (7)$$

II. Находим координаты точки C:

$$\begin{cases} x_c = r\sin\varphi_c, \\ y_c = r\cos\varphi_c. \end{cases} \quad (8)$$

III. Формируем данные для расчета линейной части траектории AB: вектор вращений

$$\Phi_{AB} = \left(\varphi_x, \quad \varphi_y, \quad \varphi_z\right)^T = \left(0, \quad 0, \quad \varphi_b\right)^T \quad (9)$$

и вектор смещений

$$R_{AB} = \left(\Delta x, \quad \Delta y, \quad \Delta z\right)^T = \left(x_a, \quad y_a, \quad 0\right)^T. \quad (10)$$

IV. Формируем данные для расчета линейной части траектории CD: вектор вращений

$$\Phi_{CD} = \left(\varphi_x, \quad \varphi_y, \quad \varphi_z\right)^T = \left(0, \quad 0, \quad -\varphi_c\right)^T \quad (11)$$

и вектор смещений

$$R_{CD} = \left(\Delta x, \quad \Delta y, \quad \Delta z\right)^T = \left(x_c, \quad y_c, \quad 0\right)^T. \quad (12)$$

По исходным и рассчитанным данным формируем линейные и криволинейный участки траектории.

На рис. 2 луч OP_b показывает положение прямой L_1 после вращения на угол φ_b из исходного состояния на оси OX, а луч OP_c показывает положение прямой L_2 после вращения на угол $-\varphi_c$ из исходного состояния на оси OX.

Таким образом, алгоритм формирования массива отсчетов декартовых координат траектории «отворот» можно представить как последовательность следующих этапов: получить массив отсчетов M_1 линейной части траектории на участке AB для координаты $z = 0$; получить массив отсчетов M_3 линейной части траектории на участке CD для координаты $z = 0$; получить массив отсчетов M_2 криволинейной части траектории на участке BC для координаты $z = 0$; образовать массив координат всей траектории (для координаты $z = 0$) M_Σ путем последовательной пристыковки справа матрицы M_2 к матрице M_1 и матрицы M_3 к полученной матрице ($M_\Sigma = M_1 \leftarrow M_2 \leftarrow M_3$); выполнить над массивом координат траектории необходимые аффинные преобразования, $M^1 = F_{TZYX} M_\Sigma$.

Полученный таким образом массив M^1 будет содержать в своих столбцах координаты траектории «отворот».

Замечание. При выполнении операции пристыковки матриц (стыковка соседних участков траектории) следует иметь в виду, что при вышеописанной методике расчета траектории последний столбец матрицы слева и первый столбец матрицы справа определяют одну и ту же координату. Повторяющуюся координату следует удалить.

Заключение. Рассмотрен метод расчета координат типовых траекторий летательного аппарата в дискретные моменты времени. Метод основан на вычислении координат требуемой траектории, когда она расположена в плоскости, параллельной земной поверхности, и на нулевой высоте. Показано, что координаты требуемого положения траектории в пространстве могут быть получены путем поворота расчетной траектории вокруг соответствующих координатных осей на заданные углы и смещения ее в нужную область пространства.

Литература

1. Дятко А. А., Костромицкий С. М., Шумский П. Н. Математическая модель динамики облака дипольных отражателей // Труды БГТУ. 2013. № 6: Физ.-мат. науки и информатика. С. 115–118.

2. Порев В. Н. Компьютерная графика. СПб.: БХВ-Петербург, 2002. 428 с.

Поступила 05.03.2014