

Учреждение образования  
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**Кафедра энергосбережения, гидравлики и теплотехники**

# **ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ И ФИНАНСЫ В СФЕРЕ ЭНЕРГОСБЕРЕЖЕНИЯ**

**Методические указания  
к практическим занятиям и лабораторным работам для студентов  
специальности 1-43 01 06 «Энергоэффективные технологии  
и энергетический менеджмент»**

Минск 2013

УДК 658.26(076.5)+658.14/.17:620.9(076.5)  
ББК 31.19я73  
Э65

Рассмотрены и рекомендованы редакционно-издательским советом университета.

Составители:

*А. С. Дмитриченко, С. А. Манжинский*

Рецензент

заведующий кафедрой МиЭП БГТУ  
доктор экономических наук, профессор  
*А. В. Неверов*

По тематическому плану изданий учебно-методической литературы университета на 2013 год. Поз. 35.

Для студентов специальности 1-43 01 06 «Энергоэффективные технологии и энергетический менеджмент».

© УО «Белорусский государственный  
технологический университет», 2013

## ВВЕДЕНИЕ

Для решения задач организации и управления производственно-хозяйственной деятельностью предприятий, создания и внедрения новых технологий будущему инженеру-энергомеджеру необходимо иметь не только технические знания, но и экономические. Экономические знания, которые получают студенты, должны:

- основываться на научных концепциях, принятых в настоящее время в экономической науке;
- соответствовать реально действующим в энергетической отрасли хозяйственным отношениям;
- носить базовый характер и развивать у студентов навыки и умения для дальнейшего их развития в процессе практической деятельности.

Содержание методических указаний сформировано в контексте этих требований и является логическим продолжением курса «Энергетическое планирование и финансы в сфере энергосбережения». Практические занятия и лабораторные работы как в теоретическом, так и в методическом плане изложены с учетом специфики электроэнергетической отрасли и промышленной энергетики.

На практических занятиях, выполняемых в MS Excel, рассматриваются вопросы планирования деятельности предприятия.

Важную роль в обеспечении эффективного развития предприятия играет принятие экономически обоснованных решений по реализации инвестиционных проектов. Составной частью всех выполняемых и готовящихся к выполнению инвестиционных проектов являются вопросы энергоэффективности. В методических указаниях приводятся выполняемые в MS Excel лабораторные работы по расчету показателей финансово-экономической эффективности инвестиционных проектов.

Целью настоящих указаний является закрепление у студентов теоретических знаний по дисциплине и формирование практических навыков решения прикладных задач в области планирования производственно-хозяйственной деятельности предприятий, а также принятия управленческих решений в сфере реализации инвестиционных проектов.

Пособие содержит тематику лекций, практические и лабораторные занятия, методические указания, контрольные вопросы и задания, соответствующие основным темам дисциплины «Энергетическое планирование и финансы в сфере энергосбережения» специальности 1-43 01 06 «Энергоэффективные технологии и энергетический менеджмент».

## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 1

# ПЛАНИРОВАНИЕ ПРОИЗВОДСТВЕННО-ХОЗЯЙСТВЕННОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПРЕДПРИЯТИЯ

Цель работы – ознакомиться с различными методами планирования; разработать перспективный план выработки электроэнергии страны.

Работа выполняется в течение 2-х академических часов.

### Теоретическая часть

В практике управления производственно-хозяйственной деятельностью предприятий используются различные методы планирования:

- балансовый;
- расчетно-аналитический;
- экономико-математического моделирования;
- программно-целевой;
- графоаналитический.

*Балансовый метод* планирования обеспечивает установление связей между потребностями в ресурсах и источниках их покрытия, а также между разделами плана. Например, балансовый метод увязывает производственную программу с производственной мощностью предприятия, трудоемкость производственной программы с численностью работающих. На предприятии составляются балансы производственной мощности, рабочего времени, материальный, энергетический, финансовый и др.

*Расчетно-аналитический метод* используется для расчета показателей плана, анализа их динамики и факторов, обеспечивающих необходимый количественный уровень показателей. В рамках этого метода определяется базисный уровень основных показателей плана и их изменения в плановом периоде за счет влияния основных факторов, рассчитываются индексы изменения плановых показателей по сравнению с базисным уровнем.

*Метод экономико-математического моделирования* применяют для разработки экономических моделей, отражающих зависимость количественных параметров (показателей) от влияния основных факторов, альтернативных вариантов плана и выбора оптимального.

*Программно-целевые методы* позволяют составлять план в виде программы, т. е. комплекса задач и мероприятий, объединенных одной целью и приуроченных к определенным срокам. На основе ранжирования целей (генеральная цель – стратегические и тактические цели) составляется граф типа «дерево целей» – исходная база для формирования системы показателей программы и оргструктуры управления ею.

*Графоаналитический метод* дает возможность визуализации результатов экономического анализа графическими средствами.

С помощью графиков выявляется количественная зависимость между сопряженными показателями.

В данной работе рассмотрен графоаналитический метод планирования. При этом методе сталкиваются со следующей задачей: в результате опыта получен ряд значений переменных  $x$  и  $y$ . Требуется получить такую эмпирическую зависимость:

$$y = f(x, a_1, a_2, \dots, a_m), \quad (1)$$

где  $a_1, a_2, \dots, a_m$  – параметры, чтобы значения  $f(x, a_1, a_2, \dots, a_m)$  в точках  $x_i$  мало отличались от опытных данных  $y_i, i = 1 \dots n$ .

Одним из основных методов нахождения параметров эмпирической зависимости является метод наименьших квадратов. Он не решает вопрос о выборе общего вида аналитической функции, а дает возможность при заданном типе аналитической функции подобрать наиболее вероятные значения для ее параметров.

Если  $y$  зависит от  $x$  линейно  $y = ax + b$ , то эмпирическая зависимость определяется при помощи системы уравнений

$$\begin{cases} bn + a \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n y_i, \\ b \sum_{i=1}^n x_i + a \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n x_i y_i. \end{cases} \quad (2)$$

Полученная система решается любым известным методом (Гаусса, Крамера, матричным) или с помощью стандартных программ на компьютере.

### Пример решения

Найти эмпирическую зависимость по данным, приведенным в табл 1.

## Эмпирические данные

$x$	24	26	28	30	32	34	36	38	40	42
$y$	49	53	54	56	61	62	65	69	72	76

**Решение**

Нахождение эмпирических формул методом наименьших квадратов можно осуществлять в среде Excel, используя:

- функции СТЕПЕНЬ, ПРОИЗВЕД, СУММ, СУММКВ, СУММПРОИЗВ;
- формулы массива МОБР, МУМНОЖ;
- графический анализ с помощью линий тренда.

Рассмотрим на конкретных примерах, как работают эти функции (рис. 1).

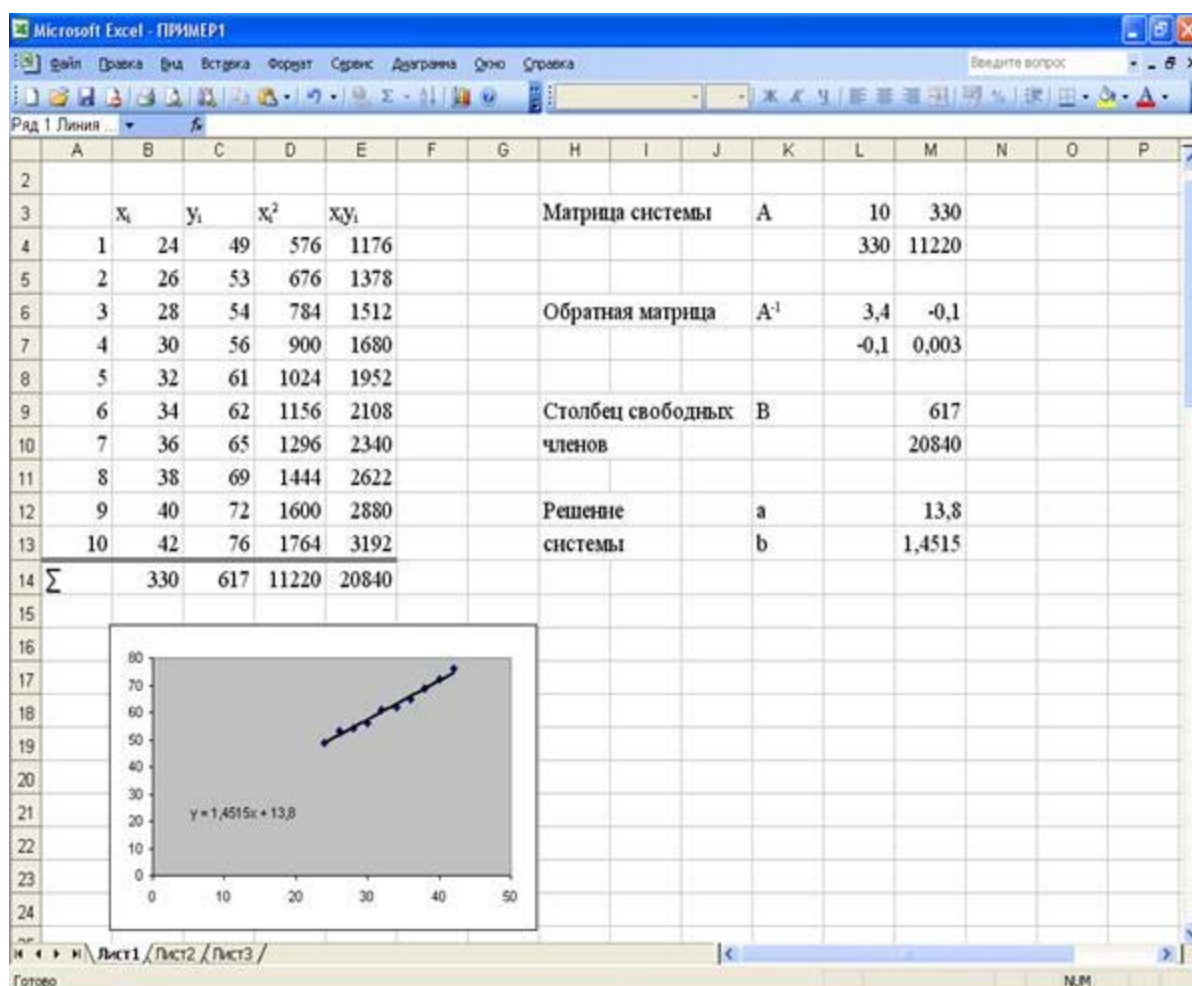


Рис. 1. Пример решения

1. Внесем данные задачи в ячейки «B4:B13» и «C4:C13».

2. Вычислим  $x_i^2$ , введя в ячейку «D4» формулу «=B4\*B4» и затем скопировав ее в ячейки «D5:D13» (направив указатель мыши на черный квадрат в правом нижнем углу ячейки, чтобы он принял вид черного крестика, и протащив в ячейку D6 и т. д.).

Аналогично найдем произведения  $x_i y_i$  и результат запишем в ячейках «E4:E13».

Эти же результаты можно получить, используя функции СТЕПЕНЬ и ПРОИЗВЕД в категории Математические *Мастера функций*.

3. Найдем сумму значений в ячейках «B4:B13» и результат запишем в ячейку «B14». Для этого выделим соответствующие ячейки и нажмем пиктограмму суммирование на Панели инструментов.

Для суммирования элементов массива можно воспользоваться функциями СУММ, СУММКВ, СУММПРОИЗВ в категории Математические *Мастера функций*.

4. Система (2) для нашего примера примет вид

$$\begin{cases} 10b + 330a = 617, \\ 330b + 11\,220a = 20\,840. \end{cases}$$

Обозначим  $A = \begin{pmatrix} 10 & 330 \\ 330 & 11\,220 \end{pmatrix}$  – матрица системы,  $B = \begin{pmatrix} 617 \\ 20\,840 \end{pmatrix}$  – столбец свободных членов;  $X = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$  – столбец неизвестных.

Систему решим матричным методом по формуле  $X = A^{-1}B$ , выполнив действия, записанные ниже.

- В ячейках «L3:M4» запишем матрицу  $A$ .

- Найдем обратную матрицу  $A^{-1}$ . Для этого выделим область соответствующего размера в диапазоне «L6:M7» для записи обратной матрицы. Вызовем формулу массива:

$f_x \rightarrow$  Математические  $\rightarrow$  МОБР  $\rightarrow$  ОК.

Зададим адреса матрицы  $A$  «L3:M4» и нажмем Ctrl + Shift + Enter для выполнения действия.

- В ячейках «M9:M10» запишем столбец свободных членов  $B$ .

- Умножим матрицу  $A^{-1}$  на  $B$  и результат запишем в ячейках «M12:M13». Для этого выделим диапазон ячеек «M12:M13».

- Вызовем формулу массива:

$f_x \rightarrow$  Математические  $\rightarrow$  МУМНОЖ  $\rightarrow$  ОК.

Зададим адреса перемножаемых матриц «L6:M7» и «M9:M10» и нажмем Ctrl + Shift + Enter для выполнения действия.

Таким образом, искомая эмпирическая функция имеет вид  $y = 13,8 + 1,4515x$ .

5. Построим точечную диаграмму, используя *Мастер диаграмм*, который вызывается с помощью команды *Вставка* → *Диаграмма* или при нажатии соответствующей кнопки на панели инструментов.

- Выделим данные, которые будут включены в диаграмму, т. е. ячейки «B4:C13».

- Выберем команду *Вставка* → *Диаграмма* (можно щелкнуть кнопку *Мастер диаграмм* на панели инструментов).

- На первом шаге работы *Мастера диаграмм* выберем *Тип* диаграммы вариант *Точечная* и щелкнем *Далее*.

- Можно пропустить остальные шаги и сразу нажать кнопку *Готово*. На экране появится встроенный график. При необходимости его можно перетащить в более удобное место, зацепив мышью за край области диаграммы.

- Добавим к исходной точечной диаграмме линию тренда. Для этого используем команду меню *Диаграмма* → *Добавить линию тренда*, которая появляется, если диаграмма выделена.

- В окне *Линия тренда* во вкладке *Тип* выберем шаблон кривой. В нашем случае *Линейная*  $y = a + bx$ . Во вкладке *Параметры* поставим флажки: *Показывать уравнение на диаграмме*, *Поместить на диаграмму величину достоверности аппроксимации  $R^2$*  и нажмем ОК. На диаграмме появится линия тренда и ее уравнение.

### Индивидуальные задания

Выработка электроэнергии в стране для различных вариантов заданий  $N$  в течение 10 лет приведена в табл 2.

Графоаналитическим методом планирования определить план выработки на следующий год.

Таблица 2

#### Выработка электроэнергии

Годы	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Единицы энергии	$1,5N$	$1,7N$	$2,0N$	$2,2N$	$2,5N$	$2,7N$	$3,2N$	$3,5N$	$4,2N$	$4,5N$



## **Контрольные вопросы**

1. Определение энергетического планирования.
2. Балансовый метод энергетического планирования.
3. Расчетно-аналитический метод энергетического планирования.
4. Метод экономико-математического моделирования.
5. Программно-целевой метод энергетического планирования.
6. Графоаналитический метод энергетического планирования.

## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 2

# ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ОБОРУДОВАНИЯ ПРОМЫШЛЕННЫХ ПРЕДПРИЯТИЙ

Цель работы – ознакомиться с основными энергетическими характеристиками технологического оборудования; построить характеристики показателей энергетической экономичности агрегата.

Работа выполняется в течение 4-х академических часов.

### Теоретическая часть

Основным показателем энергетической экономичности агрегата (процесса) является его коэффициент полезного действия, равный отношению полезной нагрузки к подведенной мощности:

$$\eta = \frac{P_{\text{пол}}}{P} 100\%. \quad (3)$$

Отношение потерь мощности в агрегате к подведенной мощности называется величиной удельных потерь мощности в агрегате:

$$p_{\text{уд}} = \frac{P_{\text{пот}}}{P} 100\%. \quad (4)$$

Из выражений (3) и (4) следует, что сумма этих двух показателей энергетической эффективности агрегата 100%:

$$\eta + p_{\text{уд}} = 100\%. \quad (5)$$

Третьим показателем энергетической экономичности процесса является удельный расход энергии на единицу основной продукции, выпускаемой агрегатом:

$$\mathcal{E}_{\text{уд}} = \frac{\mathcal{E}}{\Pi_{\text{час}}} \text{ ед. энергии/ед. продукции}, \quad (6)$$

где  $\mathcal{E}$  – общее количество энергии;  $\Pi_{\text{час}}$  – количество выпущенной агрегатом продукции в течение рассматриваемого промежутка времени.

При постоянной нагрузке (производительности агрегата)

$$\mathcal{E}_{\text{уд}} = \frac{P}{\Pi_{\text{час}}}. \quad (7)$$

Основой энергетического нормирования являются энергетические характеристики агрегатов – зависимости энергетической мощности, затрачиваемой на технологический процесс или теряемой в агрегате, от величины выпуска основной продукции агрегатом в единицу времени.

Соответственно различают основные энергетические характеристики: подведенной мощности  $P = f_1(\Pi_{\text{час}})$ ; полезной мощности  $P_{\text{пол}} = f_2(\Pi_{\text{час}})$ ; потерь в агрегате  $P_{\text{пот}} = f_3(\Pi_{\text{час}})$  (рис. 2).

Наибольшее значение в энергоэкономических расчетах имеет энергетическая характеристика подведенной мощности, которая обычно называется *расходной характеристикой агрегата*. Отрезок оси ординат  $OA$ , отсекаемый расходной характеристикой в точке  $A$ , характеризует величину потерь холостого хода.

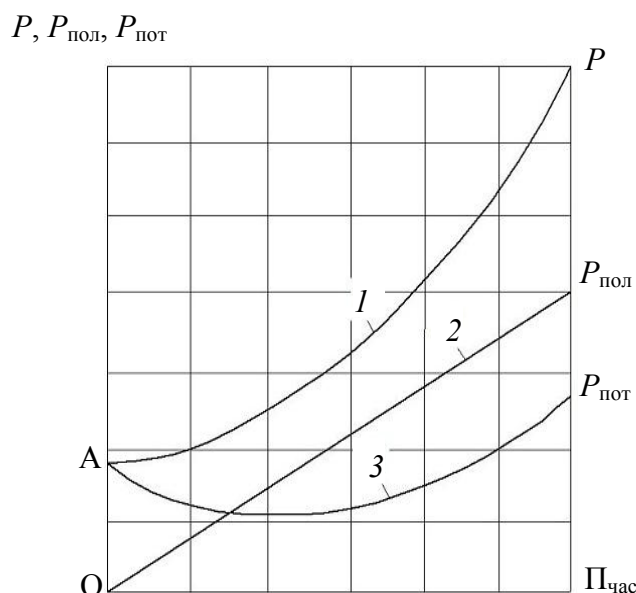


Рис. 2. Энергетические характеристики агрегатов:  
 1 – подведенная мощность;  
 2 – полезная мощность; 3 – потери в агрегате

По основным характеристикам могут быть построены производные (вторичные) характеристики показателей энергетической экономичности агрегата (рис. 3): к. п. д. агрегата  $\eta = f_4(\Pi_{\text{час}})$ , удельного расхода энергии на единицу продукции  $\mathcal{E}_{\text{п}} = f_5(\Pi_{\text{час}})$ , удельных потерь в агрегате  $p_{\text{уд}} = f_6(\Pi_{\text{час}})$ .

Энергетические характеристики агрегатов, как правило, представляют нелинейные зависимости. В этом случае для получения эмпирических зависимостей применяют метод выравнивания, суть которого состоит в следующем.

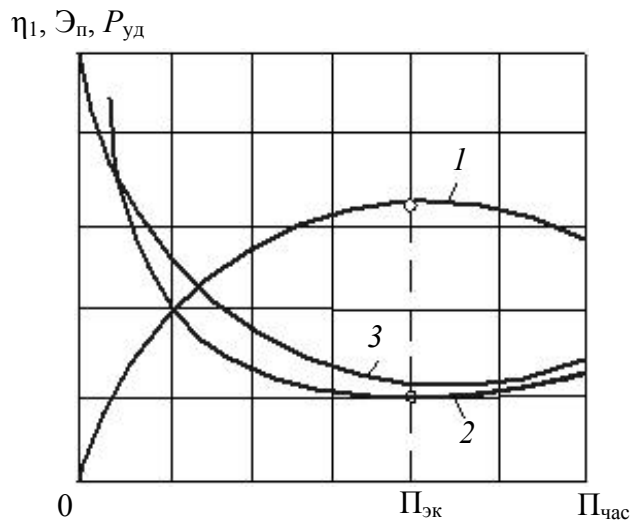


Рис. 3. Производные характеристики показателей энергетической экономичности агрегата:  
 1 – к. п. д. агрегата; 2 – удельный расход энергии;  
 3 – удельные потери

Пусть в результате опыта получен ряд значений переменных  $x$  и  $y$ . Причем для переменных  $x$  и  $y$  их соответствующие значения  $x_i, y_i, i = 1, \dots, n$  таковы, что точки  $M_i(x_i, y_i)$  не располагаются на прямой линии. И пусть геометрическим или каким-либо другим образом определен вид нелинейной зависимости  $y$  от  $x$ .

Найдем, если можно, взаимнооднозначное преобразование  $X = \varphi(x, y), Y = \psi(x, y)$ , при котором эта нелинейная зависимость переходит в линейную  $Y = aX + b$ .

По формулам  $X = \varphi(x, y), Y = \psi(x, y)$  и исходным данным найдем соответствующие значения новых переменных  $X$  и  $Y$ .

При этом точки  $M_i(X_i, Y_i), i = 1 \dots n$  будут располагаться вблизи некоторой прямой. По новым данным методом наименьших квадратов найдем эмпирическую зависимость  $Y = aX + b$ . Затем, переходя в этой формуле к исходным переменным  $x$  и  $y$ , найдем искомую зависимость  $y$  от  $x$ .

В табл. 3 указаны преобразования, с помощью которых можно свести к линейной зависимости некоторые классы функций, наиболее часто встречающиеся на практике.

Таблица 3

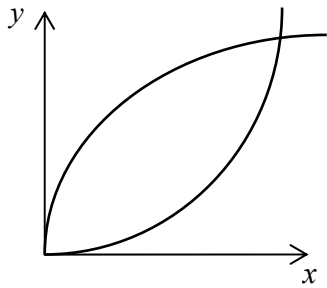
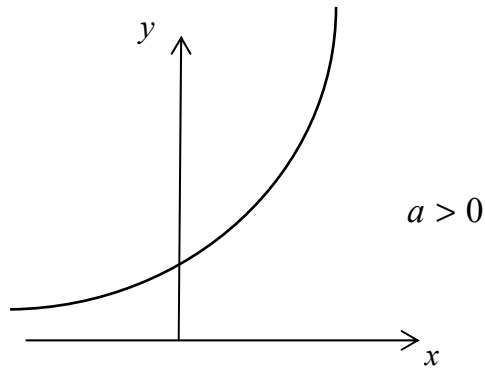
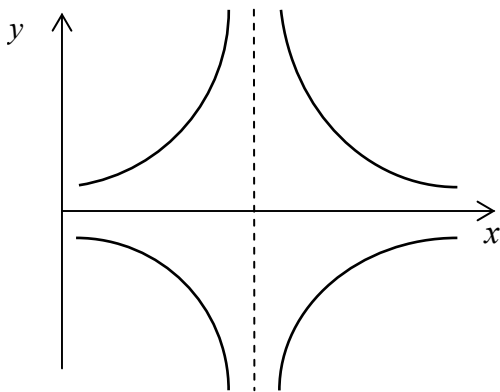
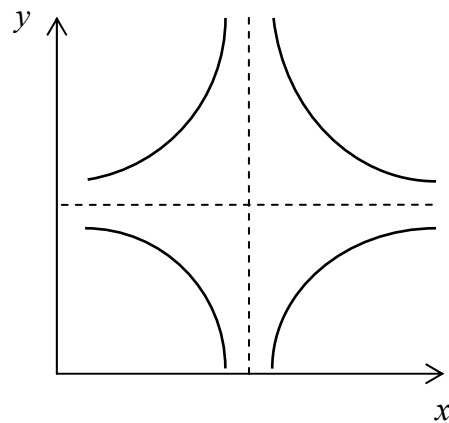
### Классы функций

$y = f(x)$	Преобразование	Определяемые параметры	Ограничения
$y = bx^a$	$Y = \ln y; X = \ln x$	$a = A; b = e^B$	$x > 0; y > 0$
$y = be^{ax}$	$Y = \ln y; X = x$	$a = A; b = e^B$	$y > 0$

$y = f(x)$	Преобразование	Определяемые параметры	Ограничения
$y = \frac{1}{ax+b}$	$Y = \frac{1}{y}; X = x$	$a = A; b = B$	$y \neq 0$
$y = \frac{x}{ax+b}$	$Y = \frac{x}{y}; X = x$	$a = A; b = B$	$y \neq 0$

На рис. 4–7 приведены графики некоторых функциональных зависимостей.

Параметры  $A$  и  $B$  линейной зависимости обычно ищут методом наименьших квадратов (см. практическое занятие № 1). После чего находят параметры  $a$  и  $b$  и записывают первоначальную зависимость.

Рис. 4. Зависимость  $y = bx^a$ ,  $b > 0$ Рис. 5. Зависимость  $y = be^{ax}$ ,  $b > 0$ Рис. 6. Зависимость  $y = \frac{1}{ax+b}$ Рис. 7. Зависимость  $y = \frac{x}{ax+b}$

## Пример решения

Найти эмпирическую зависимость по результатам испытаний, приведенных в табл. 4.

Таблица 4

Результаты испытаний

x	5,0	5,6	6,0	6,4	6,8	7,2	7,6	8,0	8,4	8,8
y	10,4	14,4	17,1	22,5	25,9	33,1	40,4	50,0	59,2	74,1

### Решение

Предположим, что зависимость задается формулой  $y = be^{ax}$ .

Решим рассматриваемую задачу с помощью *Мастера диаграмм*.

На основе диапазона данных построим точечную диаграмму и, используя средства форматирования, приведем ее к удобному для восприятия виду. На диаграмме выделим ряд значений и, вызвав контекстное меню (нажатием правой клавиши мыши), выберем команду *Добавить линию тренда*. Будет открыто диалоговое окно *Линия тренда*, содержащее вкладку *Тип*, где задается вид тренда (уравнения).

Для того чтобы получить аналитическое выражение выбранного уравнения, необходимо во вкладке *Параметры* активизировать флажок *Показывать уравнение на диаграмме*. Если поставить флажок *Поместить на диаграмму величину достоверности аппроксимации  $R^2$* , то в области построения будет выделено значение показателя  $R^2$ , по которому можно судить, насколько хорошо выбранное уравнение аппроксимирует эмпирические данные. Чем ближе  $R^2$  к единице, тем более адекватным исследуемому явлению или процессу является уравнение.

Выбирая предлагаемые виды зависимости, убеждаемся, что экспоненциальная зависимость  $y = be^{ax}$  наиболее хорошо аппроксимирует эмпирические данные (рис. 8).

Решим данную задачу методом выравнивания. Используя преобразование  $Y = \ln y$ ,  $X = x$ , найдем параметры линейной зависимости  $Y = \ln b + aX$ . Сравним полученные решения.

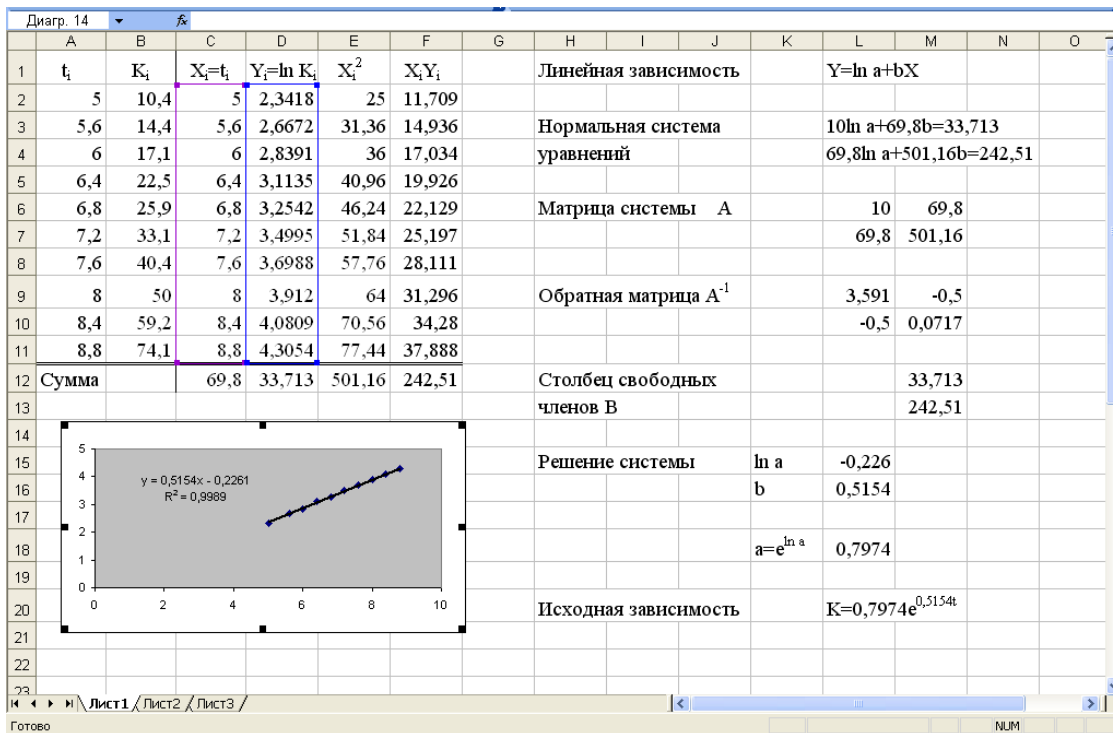


Рис. 8. Пример решения

### Индивидуальные задания

Экспериментальные значения энергетических характеристик агрегата при различных величинах выпуска продукции в единицу времени в зависимости от номера варианта  $N$  приведены в табл. 5.

Найти эмпирические зависимости  $P = f_1(\Pi_{\text{час}})$ ,  $P_{\text{пол}} = f_2(\Pi_{\text{час}})$ ,  $P_{\text{пот}} = f_3(\Pi_{\text{час}})$ ,  $\eta = f_4(\Pi_{\text{час}})$ ,  $\mathcal{E}_{\text{п}} = f_5(\Pi_{\text{час}})$ ,  $p = f_6(\Pi_{\text{час}})$  с помощью мастера диаграмм. Найти эмпирические зависимости  $P = f_1(\Pi_{\text{час}})$ ,  $P_{\text{пол}} = f_2(\Pi_{\text{час}})$ ,  $P_{\text{пот}} = f_3(\Pi_{\text{час}})$  методом выравнивания. Определить величину потерь холостого хода.

Таблица 5

### Энергетические характеристики

$\Pi_{\text{час}}$ , ед. продукции	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$P$ , ед. энергии	$2N$	$2,3N$	$2,8N$	$3,5N$	$4,8N$	$6,3N$	$7,8N$	$9,3N$	$11N$	$13N$
$P_{\text{пол}}$ , ед. энергии	$0,9N$	$1,3N$	$2,2N$	$2,9N$	$3,5N$	$4N$	$4,4N$	$5,2N$	$5,9N$	$6,5N$
$P_{\text{пот}}$ , ед. энергии	$1,2N$	$1N$	$0,9N$	$1N$	$1,1N$	$1,3N$	$1,6N$	$1,9N$	$2,4N$	$2,8N$

## Контрольные вопросы

1. Основные показатели энергетической экономичности агрегата.
2. Энергетические характеристики.
3. Расходная характеристика агрегата.
4. Вторичные характеристики показателей энергетической экономичности агрегата.
5. В чем заключается сущность метода выравнивания?
6. Каким методом ищется линейная зависимость по преобразованным исходным данным?
7. Что характеризует показатель  $R^2$ ?
8. Что дает анализ графика эмпирической зависимости?
9. Дайте понятие линии тренда.
10. Производные характеристики энергетической экономичности агрегата.



## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 3

# СИСТЕМА ПЛАНОВЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ В ЭНЕРГЕТИЧЕСКОМ ПЛАНИРОВАНИИ

Цель работы – ознакомиться с основными плановыми показателями в энергетическом планировании; оценить степень тесноты связи между двумя энергетическими параметрами.

Работа выполняется в течение 4-х академических часов.

### Теоретическая часть

Система плановых показателей, единиц измерения и порядок их определения имеют важнейшее значение для планирования. Каждый показатель является моделью какого-либо экономического явления. Он должен наиболее полно отражать природу планируемых энергетических процессов, и при этом показатели не должны противоречить друг другу, должны быть взаимосвязаны с количественной и качественной стороны и составлять как бы единое целое.

Перечень показателей планов, единицы их измерения и точность расчета изменяются в зависимости от того, ведется ли расчет плана для энергетической системы в целом, для отдельных электрических станций, предприятия сети или же других подразделений, а также на какой срок составляется такой план (год, месяц, сутки и т. д.).

Показатели, применяемые в планировании, делятся на несколько групп.

По экономической природе различают:

- *стоимостные показатели*, связанные с учетом в денежной форме затрат общественного труда на производство различных видов энергии;
- *натуральные показатели*, выражающие свойство потребительской стоимости, т. е. количество выработанной энергии в Гкал, кВт·ч или же потребленного условного топлива.

Общая классификация плановых показателей:

- *относительные* являются обобщенными и характеризуют результаты какой-либо хозяйственной деятельности (рентабельность, энергоемкость, энергоэффективность) или степень эффективности использования средств производства и рабочего времени (степень используемой мощности, нормы затрат топлива, электрической энергии, тепла и т. д.);

• *абсолютные* – количественные показатели выражают численную меру экономического явления (прибыль, себестоимость единицы продукции, численность работников, число отремонтированных агрегатов и т. д.).

Все виды плановых показателей находятся в неразрывном единстве, поскольку характеризуют разные стороны взаимосвязанных экономических явлений. Вместе с тем степень тесноты связи между двумя экономическими показателями может различаться.

Для того чтобы оценить степень тесноты связи между двумя экономическими явлениями, выполняется корреляционный анализ.

Корреляционный анализ исследует взаимосвязь случайных величин на основе экспериментальных данных.

Предположим, что результаты эксперимента описываются двумя случайными величинами  $X$  и  $Y$ , которые представляют собой взаимосвязанные экономические явления. Оценим тесноту и вид связи между данными случайными величинами.

Для определения статистической зависимости данные наблюдений записывают в виде корреляционной табл. 6, где:

$$\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^l m_{ij} = n; \quad \sum_{j=1}^l m_{ij} = n_i, \quad i = 1, \dots, k; \quad \sum_{i=1}^k m_{ij} = m_j, \quad j = 1, 2, \dots, l.$$

Здесь  $m_{ij}$  означает, что пара значений  $(x_i, y_j)$  наблюдалась  $m_{ij}$  раз,  $n_i$  и  $m_j$  – соответствующие частоты наблюдаемых значений  $x_i$  и  $y_j$ ,  $i = 1, 2, \dots, k; j = 1, 2, \dots, l$ .

Таблица 6

**Корреляционная таблица**

$X$	$Y$				
	$y_1$	$y_2$	...	$y_i$	$n_i$
$x_1$	$m_{11}$	$m_{12}$	...	$m_{1l}$	$n_1$
$x_2$	$m_{21}$	$m_{22}$	...	$m_{2l}$	$n_2$
...	...	...	...	...	...
$x_k$	$m_{k1}$	$m_{k2}$	...	$m_{kl}$	$n_k$
$m_j$	$m_1$	$m_2$	...	$m_l$	$n$

В случае когда случайные величины являются непрерывными (т. е. могут принимать любое значение из соответствующих интервалов), составляется интервальная корреляционная таблица.

Условным средним называют среднее арифметическое значений  $Y$ , соответствующих значению  $X = x$ . Например,

$$\bar{y}_{x_2} = \frac{m_{21}y_1 + m_{22}y_2 + \dots + m_{2l}y_l}{n_2}.$$

Корреляционной зависимостью  $Y$  от  $X$  называют зависимость

$$\bar{y}_x = f(x). \quad (8)$$

Уравнение (8) называют эмпирическим уравнением регрессии  $Y$  на  $X$ ; функцию  $f(x)$  – эмпирической регрессией  $Y$  на  $X$ , а ее график – линией регрессии  $Y$  на  $X$ .

Аналогично определяются условная средняя  $\bar{x}_y$  и  $x$  корреляционная зависимость  $X$  от  $Y$ :

$$\bar{x}_y = \phi(y). \quad (9)$$

Распределение системы  $(X, Y)$  характеризуется числовыми параметрами: математическими ожиданиями компонент  $m_x, m_y$ ; дисперсиями  $D_x = \sigma_x^2, D_Y = \sigma_Y^2$ ; корреляционным моментом (ковариацией)

$$K_{xy} = M((X - m_x)(Y - m_y)); \text{ коэффициентом корреляции } r = \frac{K_{xy}}{\sigma_x \sigma_y},$$

$$|r| \leq 1.$$

Здесь и дальше будем считать, что двумерная случайная величина  $(X, Y)$  распределена нормально, тогда уравнения линейной регрессии  $Y$  на  $X$  и  $X$  на  $Y$  имеют вид

$$y - m_y = r \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - m_x) \text{ и } x - m_x = r \frac{\sigma_x}{\sigma_y} (y - m_y).$$

По корреляционной табл. 6 найдем оценки параметров линейной регрессии:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k x_i n_i; \quad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^l y_j m_j; \quad (10)$$

$$s_x^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2 n_i = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^k x_i^2 n_i - \frac{n}{n-1} \bar{x}^2; \quad (11)$$

$$s_y^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^l (y_j - \bar{y})^2 m_j = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^l y_j^2 m_j - \frac{n}{n-1} \bar{y}^2; \quad (12)$$

$$K_{xy} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^l (x_i - \bar{x})(y_j - \bar{y})m_{ij} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^l x_i y_j m_{ij} - \frac{n}{n-1} \bar{x} \bar{y}, \quad (13)$$

где  $r_{xy} = \frac{K_{xy}}{s_x s_y}$  – выборочный коэффициент корреляции.

Выборочный коэффициент корреляции  $r_{xy}$  характеризует тесноту линейной связи между  $X$  и  $Y$ .

Если  $|r_{xy}| = 1$ , то элементы выборки  $(x_i, y_i)$ ,  $i = \overline{1, n}$  лежат на прямой линии, а  $X$  и  $Y$  считаются практически линейно зависимы.

Чем ближе  $|r_{xy}|$  к 1, тем связь сильнее; чем ближе  $|r_{xy}|$  к 0, тем связь слабее. Если  $X$  и  $Y$  независимы, то  $r = 0$ .

Эмпирическая функция линейной регрессии  $Y$  на  $X$  и  $X$  на  $Y$  соответственно задается уравнениями

$$\bar{y}_x - \bar{y} = r_{xy} \frac{s_y}{s_x} (x - \bar{x}); \quad \bar{x}_y - \bar{x} = r_{xy} \frac{s_x}{s_y} (y - \bar{y}).$$

*Замечание 1.*

Если построить на одном корреляционном поле две линии регрессии  $Y$  на  $X$  и  $X$  на  $Y$ , то они пересекутся в точке  $O(\bar{x}, \bar{y})$ , и угол между этими прямыми тем меньше, чем ближе коэффициент корреляции к  $\pm 1$ .

*Замечание 2.*

В случае когда данные наблюдений  $X$  и  $Y$  записаны в виде интервальной корреляционной таблицы, в формулах (10)–(13) вместо  $x_i$  и  $y_i$  обычно берут середины соответствующих интервалов.

Для проверки соответствия линейной регрессии результатам наблюдений вычисляется наблюдаемое значение критерия

$$t_{\text{набл}} = \frac{|r_{xy}| \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r_{xy}^2}}.$$

Далее по таблице критических точек распределения Стьюдента (табл. 7) по заданному уровню значимости  $\alpha$  и числу степеней свободы  $k = n - 2$  находится  $t_{\text{табл}} = t_{\alpha, n-2}$ . Затем сравнивается наблюдаемое значение критерия с табличным.

Таблица 7

**t-Распределение Стьюдента**

Число степеней свободы $\nu$	Уровень значимости $\alpha$		Число степеней свободы $\nu$	Уровень значимости $\alpha$	
	0,1	0,05		0,1	0,05
1	6,31	12,7	17	1,74	2,11
2	2,92	4,3	18	1,73	2,10
3	2,35	3,18	19	1,73	2,09
4	2,13	2,78	20	1,73	2,09
5	2,01	2,57	21	1,72	2,06
6	1,94	2,45	22	1,72	2,07
7	1,89	2,36	23	1,71	2,07
8	1,86	2,31	24	1,71	2,06
9	1,83	2,26	25	1,71	2,06
10	1,81	2,23	26	1,71	2,06
11	1,80	2,2	27	1,71	2,05
12	1,78	2,18	28	1,70	2,05
13	1,77	2,16	29	1,70	2,05
14	1,76	2,14	30	1,70	2,04
15	1,75	2,13	40	1,68	2,02
16	1,75	2,12	60	1,67	2,00
			120	1,66	1,98

Если  $t_{\text{набл}} \geq t_{\alpha, n-2}$ , то гипотеза о некоррелированности составляющих  $X$  и  $Y$  отвергается. Если же  $t_{\text{набл}} < t_{\alpha, n-2}$ , то нет основания отвергать гипотезу о некоррелированности случайных величин  $X$  и  $Y$ .

**Пример решения**

Данные наблюдений случайных величин  $X$  и  $Y$  приведены в корреляционной табл. 8.

Выполнить корреляционный анализ результатов эксперимента, описываемого случайными величинами.

**Решение**

Построим корреляционное поле (рис. 9).

Таблица 8

**Исходные данные**

$x_i$	$y_j$					$n_i$
	42–44	44–46	46–48	48–50	50–52	
15–25	1	1	–	–	–	2
25–35	5	9	4	–	–	18
35–45	2	4	40	1	1	48
45–55	–	–	8	12	3	23
55–65	–	–	–	2	7	9
$m_j$	8	14	52	15	11	$n = 100$

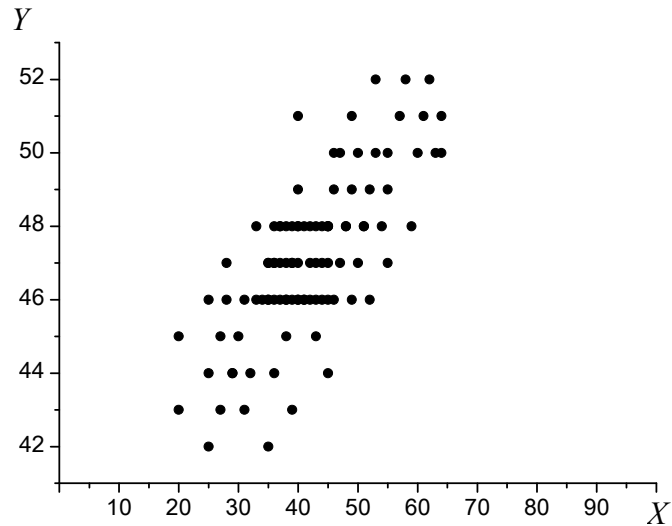


Рис. 9. Корреляционное поле

Находим середины интервалов группировки статистических данных и записываем их в табл. 9.

Таблица 9

Вспомогательная таблица

$x_i$	$y_i$					$n_i$
	43	45	47	49	51	
20	1	1	–	–	–	2
30	5	9	4	–	–	18
40	2	4	40	1	1	48
50	–	–	8	12	3	23
60	–	–	–	2	7	9
$m_j$	8	14	52	15	11	$n = 100$

Вычислим выборочные средние значения:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k x_i n_i = \frac{1}{100} (20 \cdot 2 + 30 \cdot 18 + 40 \cdot 48 + 50 \cdot 23 + 60 \cdot 9) = 41,9;$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^l y_j m_j = \frac{1}{100} (43 \cdot 8 + 45 \cdot 14 + 47 \cdot 52 + 49 \cdot 15 + 51 \cdot 11) = 47,14;$$

$$s_x^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^k x_i^2 n_i - \frac{n}{n-1} \bar{x}^2 =$$

$$= \frac{1}{99} (400 \cdot 2 + 900 \cdot 18 + 1600 \cdot 48 + 2500 \cdot 23 + 3600 \cdot 9) - \frac{100}{99} (41,9)^2 = 82,21;$$

$$s_x = 9,067;$$

$$s_y^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^l y_j^2 m_j - \frac{n}{n-1} \bar{y}^2 =$$

$$= \frac{1}{99} (1849 \cdot 8 + \dots + 2601 \cdot 11) - \frac{100}{99} (47,14)^2 = 4,223;$$

$$s_y = 2,055.$$

Определим корреляционный момент:

$$K_{xy} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^l x_i y_j m_{ij} - \frac{n}{n-1} \bar{x} \cdot \bar{y} =$$

$$= \frac{1}{99} (20 \cdot 43 \cdot 1 + \dots + 60 \cdot 51 \cdot 7) - \frac{100}{99} \cdot 41,9 \cdot 47,14 = 14,882.$$

Коэффициент корреляции будет  $r_{xy} = \frac{K_{xy}}{S_x S_y} = 0,8$ .

Запишем эмпирические линейные функции регрессии  $Y$  на  $X$  и  $X$  на  $Y$ .

$$\bar{y}_x - 47,14 = 0,8 \cdot \frac{2,055}{9,067} (x - 41,9); \quad \bar{y}_x = 0,181x + 39,55;$$

$$\bar{x}_y - 41,9 = 0,8 \cdot \frac{9,067}{2,055} (y - 47,14); \quad \bar{x}_y = 3,5245y - 124.$$

Отобразим эти прямые на рис. 10.

Точка пересечения графиков имеет координаты  $x = \bar{x} = 41,9$ ,  $y = \bar{y} = 47,14$ , следовательно, вычисления выполнены правильно.

Проверим соответствие линейной регрессии наблюдения:

$$t_{\text{набл}} = \frac{|r_{xy}| \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r_{xy}^2}} = \frac{0,8 \sqrt{98}}{\sqrt{1-0,64}} = 13,144.$$

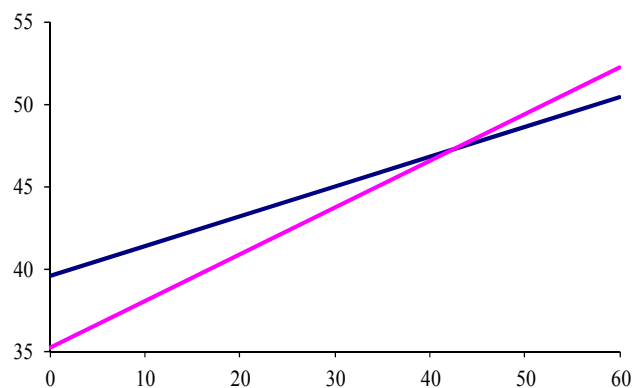


Рис. 10. Графики линейных функций регрессий

Для уровня значимости  $\alpha = 0,05$  при степени свободы  $\nu = n - 2 = 98$  по табл. 7 находим  $t_{\alpha;\nu} = t_{0,05;98} = 1,98$ . Так как  $t_{\text{набл}} > t_{\text{табл}}$ , то линейная модель зависимости между случайными величинами принимается.

Решение при помощи MS Excel представлено на рис. 11.

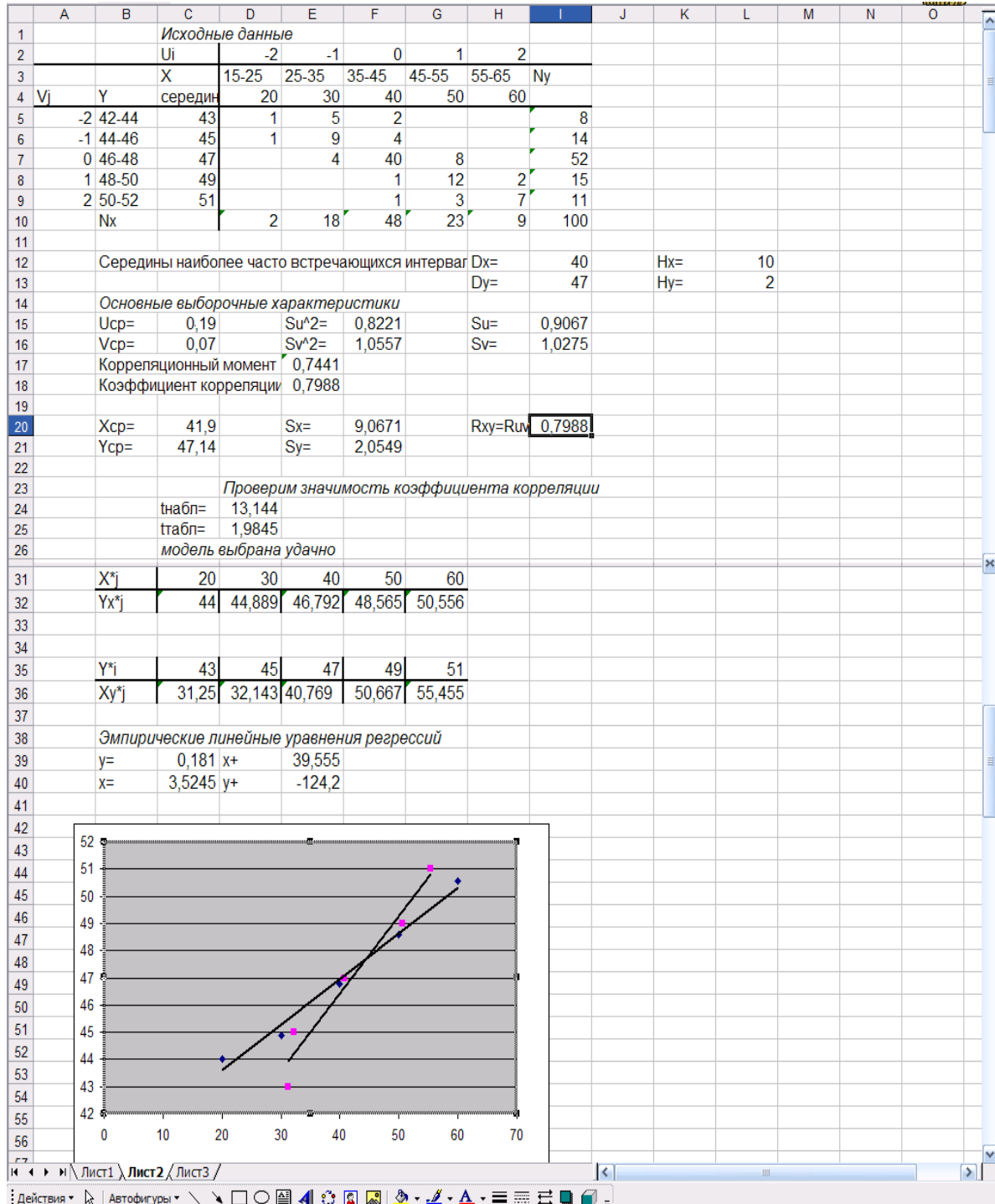


Рис. 11. Решение при помощи Excel



## Индивидуальные задания

В результате проведения испытаний котельного агрегата при различных нагрузках получен ряд наблюдений двух случайных величин: величины потерь тепла в котельном агрегате при различных значениях полезной нагрузки (единиц энергии).

Данные эксперимента в зависимости от номера варианта  $N$  приведены в корреляционной табл. 10. В результате выполнения работы необходимо в среде MS Excel выполнить следующее: построить корреляционное поле, определить средние выборочные значения, определить несмещенные оценки дисперсий, вычислить коэффициент корреляции, найти эмпирические линейные функции регрессии  $Y$  на  $X$  и  $X$  на  $Y$ ; проверить соответствие линейной регрессии наблюдения при уровне значимости  $\alpha = 0,05$ .

Таблица 10

Потери тепла в котельном агрегате

$x_i$	$y_i$					$n_i$
	$(2,5-7,5)N$	$(7,5-12,5)N$	$(12,5-17,5)N$	$(17,5-22,5)N$	$(22,5-27,5)N$	
$(40-50)N$	1	1	–	–	–	2
$(50-60)N$	5	9	4	–	–	18
$(60-70)N$	2	4	40	1	1	48
$(70-80)N$	–	–	8	12	3	23
$(80-90)N$	–	–	–	2	7	9
$m_j$	8	14	52	15	11	$n = 100$

## Контрольные вопросы

1. Общая классификация плановых показателей.
2. Классификация плановых показателей по экономической природе.
3. Что характеризует коэффициент корреляции?
4. Какая зависимость называется корреляционной?

## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 4

# ЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ. ТРАНСПОРТНАЯ ЗАДАЧА

Цель работы – ознакомиться с применением транспортных задач в сфере энергосбережения; составить оптимальный план перевозок.

Работа выполняется в течение 2-х академических часов.

### Теоретическая часть

Среди задач линейного программирования может быть выделен класс задач со специальной структурой, которые называются *транспортными*. Эти задачи используются для моделирования оптимизации экономических проблем, связанных с формированием оптимального плана перевозок. Цель транспортной задачи – разработка наиболее рациональных путей и способов транспортирования товаров, устранение чрезмерно дальних, встречных, повторных перевозок. Все это сокращает время продвижения товаров, уменьшает затраты предприятий, связанные с осуществлением процессов снабжения сырьем, материалами, топливом, оборудованием и т. д. Общая постановка транспортной задачи имеет следующий вид.

Пусть имеется  $m$  пунктов отправления  $A_1, A_2, \dots, A_m$ , в которых сосредоточено или производится  $a_1, a_2, \dots, a_m$  единиц однородного товара.

Необходимо доставить в каждый из  $n$  пунктов назначения  $B_1, B_2, \dots, B_n$  товар в количествах  $b_1, b_2, \dots, b_n$  единиц. Известны также стоимости  $c_{ij}$  перевозок единицы товара из  $i$ -го пункта отправления в  $j$ -й пункт назначения.

Необходимо составить план перевозок, имеющий минимальную стоимость и позволяющий вывезти все грузы, полностью удовлетворив потребности.

Запишем математическую модель транспортной задачи. Обозначим через  $X_{ij}$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) количество единиц груза, запланированных к перевозке от  $i$ -го поставщика к  $j$ -му потребителю.

Тогда условие задачи можно записать в виде табл. 11.

Стоимость всех перевозок выразится линейной формой

$$z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}, \quad (14)$$

все грузы должны быть вывезены (эти уравнения получаются при суммировании элементов матрицы планирования по строкам),

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, \quad i = \overline{1, m}, \quad (15)$$

потребности должны быть удовлетворены (уравнения получаются при суммировании по столбцам),

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, \quad j = \overline{1, n}. \quad (16)$$

Таблица 11

**Матрица планирования**

$A_i$	$B_j$				Запасы
	$B_1$	$B_2$	...	$B_n$	
$A_1$	$c_{11}$ $x_{11}$	$c_{12}$ $x_{12}$	...	$c_{1n}$ $x_{1n}$	$a_1$
$A_2$	$c_{21}$ $x_{21}$	$c_{22}$ $x_{22}$	...	$c_{2n}$ $x_{2n}$	$a_2$
...	...	...	...	...	...
$A_m$	$c_{m1}$ $x_{m1}$	$c_{m2}$ $x_{m2}$	...	$c_{mn}$ $x_{mn}$	$a_m$
Потребности	$b_1$	$b_2$	...	$b_n$	$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j$

Таким образом, требуется среди множества решений систем (15), (16) найти такое неотрицательное, которое минимизирует функцию (14).

Известно, что задача всегда имеет решение, если выполняется условие баланса

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j. \quad (17)$$

Такая транспортная задача называется *закрытой*, в отличие от *открытой*, когда вместо некоторых уравнений в системе ограничений (15)–(16) присутствуют неравенства.

Открытую модель необходимо преобразовать в закрытую, что всегда можно сделать. Так, если  $\sum_{i=1}^m a_i > \sum_{j=1}^n b_j$ , то в математическую

модель транспортной задачи вводится фиктивный  $(n+1)$ -й пункт назначения  $B_{n+1}$  с потребностями в грузе в количестве

$$b_{n+1} = \sum_{i=1}^m a_i - \sum_{j=1}^n b_j. \quad (18)$$

Все тарифы на доставку груза в этот пункт полагаются равными нулю.

Если же  $\sum_{i=1}^m a_i < \sum_{j=1}^n b_j$ , то в математическую модель транспортной задачи вводится фиктивный  $(m+1)$ -й пункт отправления  $A_{m+1}$ , которому приписывается запас груза

$$a_{m+1} = \sum_{j=1}^n b_j - \sum_{i=1}^m a_i. \quad (19)$$

Тарифы на доставку грузов от этого фиктивного поставщика полагают равными нулю. Тогда выполняется условие баланса и задача имеет решение.

### Пример решения

Имеются четыре леспромхоза  $A_1, A_2, A_3, A_4$ , в которых сосредоточено  $a_1, a_2, a_3, a_4$  единиц пиломатериалов:  $a_1 = 300$  ед.,  $a_2 = 400$  ед.,  $a_3 = 300$  ед.,  $a_4 = 400$  ед.

Необходимо доставить в каждый из четырех лесопильных заводов  $B_1, B_2, B_3, B_4$  пиломатериалы в количестве  $b_1, b_2, b_3, b_4$ :  $b_1 = 200$  ед.,  $b_2 = 350$  ед.,  $b_3 = 400$  ед.,  $b_4 = 450$  ед.

Матрица стоимости перевозок имеет вид

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 & 2 \\ 4 & 2 & 1 & 3 \\ 3 & 4 & 3 & 5 \\ 1 & 2 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Составить оптимальный план перевозок, чтобы весь товар был вывезен, все потребности удовлетворены и чтобы транспортные затраты были минимальны.

### Решение

1. Выделим ячейки таблицы, которые будут играть роль оптимизирующих переменных (рис. 12). В нашем случае это «В3:Е6» (размерность задачи  $4 \times 4$ ). Их удобно для наглядности обвести в

рамку или выделить цветом. Для этого установим курсор в ячейку «B3», нажмем левую кнопку мыши и, удерживая ее, растянем блок до ячейки «E6», после чего кнопку отпустим. Теперь в панели инструментов выберем мышкой стрелку вниз рядом с пиктограммой рисования рамок и в появившемся списке выберем рамку по контуру блока ячеек. Аналогично можно выделить цветом. Кроме того, в ячейки «A1:F2» и «A1:A7» полезно ввести названия строк и столбцов таблицы.

	A	B	C	D	E	F	G	H	
1	Леспромхозы	Лесопильные заводы				Запасы	Контроль		
2	$A_i$	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$a_i$			
3	$A_1$					300	0		
4	$A_2$					400	0		
5	$A_3$					300	0		
6	$A_4$					400	0		
7	Потребности $b_i$	200	350	400	450	1400			
8	Контроль	0	0	0	0				
9									
10	СТОИМОСТИ ПЕРЕВОЗОК								
11		$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$		F		
12	$A_1$	2	3	5	2		0		
13	$A_2$	4	2	1	3				
14	$A_3$	3	4	3	5				
15	$A_4$	1	2	2	4				
16									
17		0	0	0	0				
18		0	0	0	0				
19		0	0	0	0				
20		0	0	0	0				

Рис. 12. Исходные данные задачи

В ячейки «F3:F6» и «B7:E7» вводятся ограничения задачи – возможности поставщиков и потребности потребителей соответственно.

2. Проверим, что условие баланса выполнено, т. е. суммарные запасы равны суммарным потребностям. Для этого в ячейке «F7» найдем сумму по ячейкам «F3:F6» и «B7:E7» соответственно.

Для ввода формулы суммирования, например в ячейку «F7», необходимо сделать эту ячейку текущей, затем выбрать в панели инструментов пиктограмму суммирования и выделить курсором в таб-

лице блок ячеек, который предстоит просуммировать (в данном случае это блок ячеек «F3:F6»). Для завершения ввода формулы суммирования можно нажать клавишу Enter или еще раз выбрать в панели инструментов пиктограмму суммирования. Будем рассматривать решение задачи закрытого типа. Приведение задачи открытого типа к задаче закрытого типа известно из теории.

3. В ячейки «G3:G6» и «B8:E8» введем формулы суммирования по строкам и столбцам обведенной в рамку таблицы, обеспечивающие контроль выполнения заданных ограничений (в результате решения задачи значения соответствующих ячеек столбцов «F» и «G», а также строк 7 и 8 должны сравняться). Сначала формулу суммирования наберем в крайней ячейке (например «G3»), а затем размножим во все остальные «G4:G6». Убедившись, что активной является ячейка с введенной формулой, наведем курсор на правый нижний угол рамки ячейки (он примет форму +), нажмем левую кнопку мыши и растянем блок до ячейки «G6» включительно, после чего кнопку отпустим.

4. Ниже выделим (и также для наглядности обведем в рамку) еще две таблицы.

В первую запишем стоимости перевозок, приведенные в условии задачи (блок ячеек «B12:E15»). Вторая таблица является вспомогательной для вычисления целевой функции (критерия) оптимизации (блок ячеек «B17:E20»).

Для заполнения этой таблицы используется следующий прием. В ячейку «B17» записывается формула

$$=B3*B12.$$

Затем формула размножается на всю таблицу сначала по столбцу, а затем сразу по всем строкам.

5. Последним шагом выберем ячейку, в которую запишем целевую формулу. В данном случае выберем ячейку «G12». В нее записывается формула суммирования ячеек «B17:E20».

6. После ввода всех данных и зависимостей вызовем *Данные* → *Поиск решения*.

В появившейся панели *Поиска решения* (рис. 13) необходимо:

- указать целевую ячейку «G12»;
- указать, что целевая ячейка минимизируется;
- указать изменяемые ячейки «B3:E6»;
- задать следующие ограничения: «B7:E7 = B8:E8»; «F3:F6 = G3:G6»; «B3:E6» целое; «B3:E6 ≥ 0»;

- вызвать панель *Параметры* и установить курсором флажок *Линейная модель*, *ОК*.

- выбрать пункт *Выполнить*.

Решение задачи появится в ячейках «B3:E8», которые были выделены в качестве оптимизируемых переменных.

В ячейке «G12» появится значение суммарной стоимости перевозок, причем это значение будет минимальным из возможных (рис. 14).

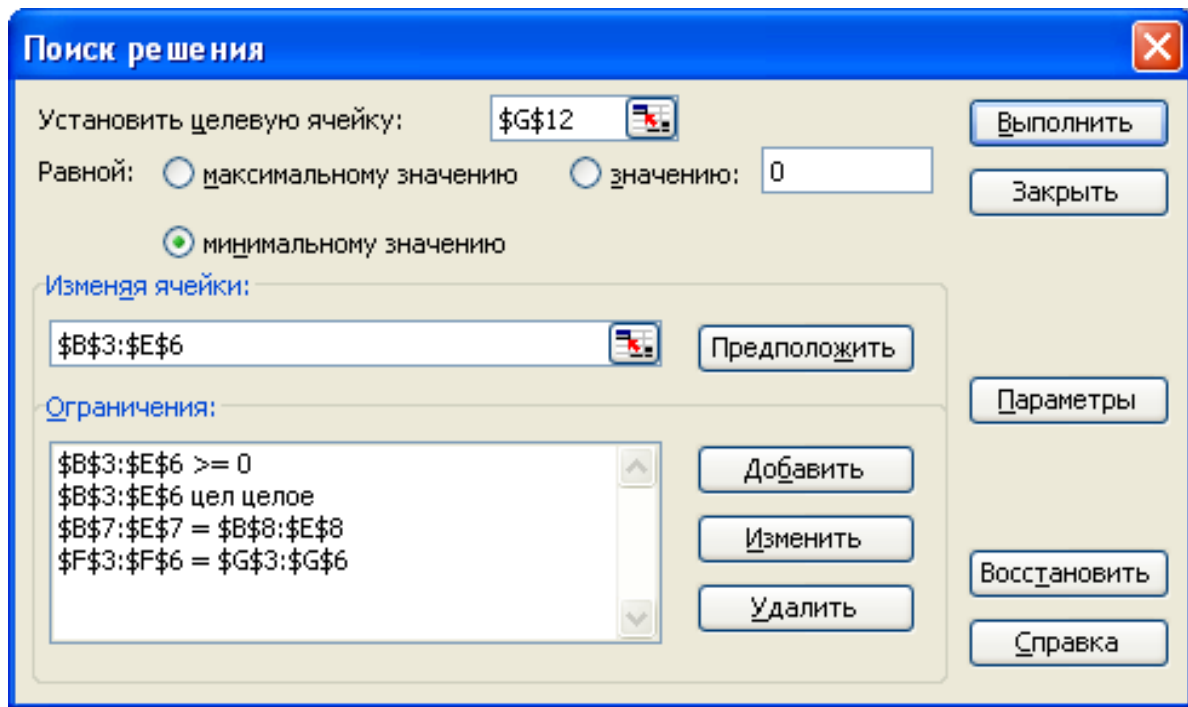


Рис. 13. Окно поиска решения

### Индивидуальные задания

Четыре леспромхоза заготавливают дрова в объемах:  $a_1 = 300N \text{ м}^3$ ,  $a_2 = 400N \text{ м}^3$ ,  $a_3 = 300N \text{ м}^3$ ,  $a_4 = 400N \text{ м}^3$ . Эти дрова используют четыре котельные в объемах:  $b_1 = 200N \text{ м}^3$ ,  $b_2 = 350N \text{ м}^3$ ,  $b_3 = 400N \text{ м}^3$ ,  $b_4 = 450N \text{ м}^3$  ( $N$  – номер варианта).

Матрица стоимости перевозок имеет вид:

$$C = \begin{pmatrix} 2N & 3N & 5N & 2N \\ 4N & 2N & 1N & 3N \\ 3N & 4N & 3N & 5N \\ 1N & 2N & 2N & 4N \end{pmatrix}.$$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	
1	Леспромхозы	Лесопильные заводы				Запасы	Контроль					
2	A <sub>1</sub>	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>	B <sub>4</sub>	a <sub>i</sub>						
3	A <sub>1</sub>	0	0	0	300	300	300					
4	A <sub>2</sub>	0	0	400	0	400	400					
5	A <sub>3</sub>	0	150	0	150	300	300					
6	A <sub>4</sub>	200	200	0	0	400	400					
7	Потребности b <sub>i</sub>	200	350	400	450	1400						
8	Контроль	200	350	400	450							
9												
10	СТОИМОСТИ ПЕРЕВОЗОК											
11		B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>	B <sub>4</sub>		Трансп. Затраты					
12	A <sub>1</sub>	2	3	5	2		2950					
13	A <sub>2</sub>	4	2	1	3							
14	A <sub>3</sub>	3	4	3	5							
15	A <sub>4</sub>	1	2	2	4							
16												
17		0	0	0	600							
18		0	0	400	0							
19		0	600	0	750							
20		200	400	0	0							

Рис. 14. Решение задачи

Составить оптимальный план перевозок, чтобы все пиломатериалы были вывезены, все потребности удовлетворены и чтобы транспортные затраты были минимальны.

### Контрольные вопросы

1. Сформулируйте транспортную задачу.
2. Какие модели транспортной задачи Вы знаете?
3. Как сводится открытая модель к закрытой?
4. Какие основные этапы решения транспортной задачи?
5. В каком случае в математическую модель транспортной задачи вводится фиктивный пункт назначения?
6. В каком случае в математическую модель транспортной задачи вводится фиктивный пункт отправления?



## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 5

# ЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ. ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ В ЭНЕРГЕТИЧЕСКОМ ПЛАНИРОВАНИИ

Цель работы – ознакомиться с решением задач оптимизации; минимизировать энергозатраты на технологическую операцию.

Работа выполняется в течение 4-х академических часов.

### Теоретическая часть

Постановка задачи оптимизации предполагает существование конкурирующих свойств процесса, например:

- количество продукции – расход сырья;
- количество продукции – качество продукции.

Выбор компромиссного варианта для указанных свойств и представляет собой процедуру решения оптимизационной задачи.

Обычно оптимизируемая величина связана с экономичностью работы рассматриваемого объекта (аппарат, цех, завод). Оптимизируемый вариант работы объекта должен оцениваться какой-то количественной мерой – критерием оптимальности.

На основании выбранного критерия оптимальности составляется целевая функция, представляющая собой зависимость критерия оптимальности от параметров, влияющих на ее значение. Вид критерия оптимальности или целевой функции определяется конкретной задачей оптимизации.

Таким образом, задача оптимизации сводится к нахождению экстремума целевой функции.

Наиболее общей постановкой оптимальной задачи является выражение критерия оптимальности в виде экономической оценки (производительность, себестоимость продукции, прибыль, рентабельность). Однако в частных задачах оптимизации, когда объект является частью технологического процесса, не всегда удается или не всегда целесообразно выделять прямой экономический показатель, который бы полностью характеризовал эффективность работы рассматриваемого объекта. В таких случаях критерием оптимальности может служить технологическая характеристика, косвенно оценивающая экономичность работы агрегата (время контакта, выход продукта, степень

превращения, температура). Но в любом случае каждый критерий оптимальности имеет экономическую природу.

Одним из примеров задач оптимизации в энергетическом планировании является минимизация затрат на энергоресурсы за счет оптимальной организации технологического процесса.

Для решения данных задач используются методы математического моделирования.

Экономико-математическая модель задачи оптимизации технологического процесса включает в себя следующие элементы:

– *целевая функция*

$$z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n, \quad (20)$$

– *уравнения ограничений*

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1, \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq b_m, \end{cases} \quad (21)$$

$$x_j \geq 0, \quad j = \overline{1, n}, \quad (22)$$

где  $c_j, a_{ij}, b_j, i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}$  – постоянные числа. Запись  $i = \overline{1, m}$  означает, что  $i = 1, 2, \dots, m$ .

В матричной форме задача имеет вид

$$z = c'x \rightarrow \max (\min), \quad (23)$$

$$Ax \leq b, \quad (24)$$

$$x \geq 0, \quad (25)$$

где

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_m \end{bmatrix}, \quad A_j = \begin{bmatrix} a_{1j} \\ a_{2j} \\ \dots \\ a_{mj} \end{bmatrix}, \quad j = \overline{1, n}, \quad c = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \dots \\ c_n \end{bmatrix},$$

$$A = [A_1, A_2, \dots, A_n],$$

$x$  называется вектором-переменной,  $b$  – вектором ограничений,  $c$  – вектором стоимости,  $A_j$  – векторами условий,  $A$  – матрицей условий, символ  $(\cdot)$  означает транспонирование.

Изменив знак целевой функции (20) на  $\max$  можно перейти к задаче на  $\min$  и наоборот.

### Пример решения

На предприятии имеются бревна длиной 6 м, которые необходимо разрезать на заготовки длиной 2,8 м в количестве 800 шт., 2,1 м – 900 шт., 1,8 м – 6000 шт.

Необходимо составить оптимальный план раскроя материала, который обеспечивает минимальные отходы и тем самым энергозатраты, при условии выполнения плана по выходу заготовок.

#### *Решение*

Задачу можно решить с использованием симплекс-метода, реализуемого в Excel с помощью надстройки *Поиск решения* (вызывается из меню *Данные*).

На основании известных данных задачи: видов заготовок, которые должны быть получены, и их требуемого числа – составим варианты раскроя, обеспечивающие получение этих заготовок.

Введем исходные данные в первые два столбца таблицы. Заготовим строки для решения и номеров вариантов раскроя.

В нижней строке запишем формулы для подсчета отходов. Для этого введем в ячейку «C8» формулу

$$=E\$1-(C5*\$A5+C6*\$A6+C7*\$A7).$$

Далее скопируем ее в этой строке по предполагаемому числу вариантов.

При правильном вводе формулы во всей строке будут числа 6.

Раскрой начнем с самой длинной заготовки: в ячейку «C5» вводим 2 (из бревна длиной 6 м можно получить две заготовки длиной 2,8 м). Из отходов, которые автоматически считаются в ячейке «C8», нельзя больше получить средних и маленькие заготовки, поэтому в ячейки «C6» и «C7» вводим 0. Переход к следующему варианту раскроя осуществляется по правилу: последовательно уменьшаем число средних заготовок до 0 и из оставшихся выкраиваем маленькие заготовки, после чего уменьшаем число больших заготовок на 1, вновь повторяем процедуру уменьшения числа средних за-

готовок и так поступаем до тех пор, пока не останутся только маленькие заготовки.

Пример раскроя представлен на рис. 15.

	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>F</i>	<i>G</i>	<i>H</i>
1	Длина исходного материала				6			
2	План раскроя							
3	<b>Заготовки</b>		<b>Номер варианта раскроя</b>					
4	Длина	Количество	1	2	3	4	5	6
5	2,8	800	2	1	1	0	0	0
6	2,1	900	0	1	0	2	1	0
7	1,8	6000	0	0	1	1	2	3
8	<b>Отходы</b>		0,4	1,1	1,4	0	0,3	0,6

Рис. 15. Варианты раскроя

Обозначим через  $x_i$  количество бревен, разрезанных по  $i$ -му варианту ( $i = 1, 2, \dots, 6$ ). Тогда суммарный остаток отходов запишется в виде линейной функции

$$z = 0,4x_1 + 1,1x_2 + 1,4x_3 + 0x_4 + 0,3x_5 + 0,6x_6 \rightarrow \min. \quad (26)$$

При этом должны выполняться условия выполнения плана по количеству заготовок, т. е.

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 & = 800, \\ x_2 + 2x_4 + x_5 & = 900, \\ x_3 + x_4 + 2x_5 + 3x_6 & = 6000. \end{cases} \quad (27)$$

По смыслу задачи  $x_j$  – целочисленные и

$$x_j \geq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, 6). \quad (28)$$

Таким образом, для решения поставленной задачи необходимо найти  $z \rightarrow \min$  при ограничениях (27)–(28).

Подготовим область для подсчета числа выкраиваемых заготовок и суммарного объема отходов.

Введем в ячейку «C10» формулу  $=C5 * C\$2$  и скопируем ее в диапазон ячеек «C10:H13». Слева в колонку В введем суммы для подсчета числа полученных заготовок и общего объема отходов.

В ячейку «B10» запишем формулу  $=СУММ(C10:H10)$  и скопируем ее в область «B11:B13». При правильном вводе формулы в ячейках «B10:H13» появятся 0.

Таким образом, необходимо определить оптимальный план раскроя (ячейки «C2:H2») при ограничениях: решение неотрицательное и целое, число получаемых заготовок (ячейки «B10:B12») равно заданному числу заготовок (ячейки «B5:B7») – и при этом минимизировать суммарный объем отходов (ячейка «B13»).

Выполним программу *Поиск решения*.

В меню *Данные* активизируем команду *Поиск решения*.

В окне *Установить целевую ячейку* укажем ячейку «B13», содержащую модель.

Поскольку необходимо минимизировать суммарный объем отходов, то активизируем кнопку *Минимальному значению*.

В окне *Изменяя ячейки* установить ячейки «C2:H2».

Используя кнопку *Добавить*, опишем ограничения задачи.

Окончательный вид окна *Поиск решения* представлен на рис. 16.

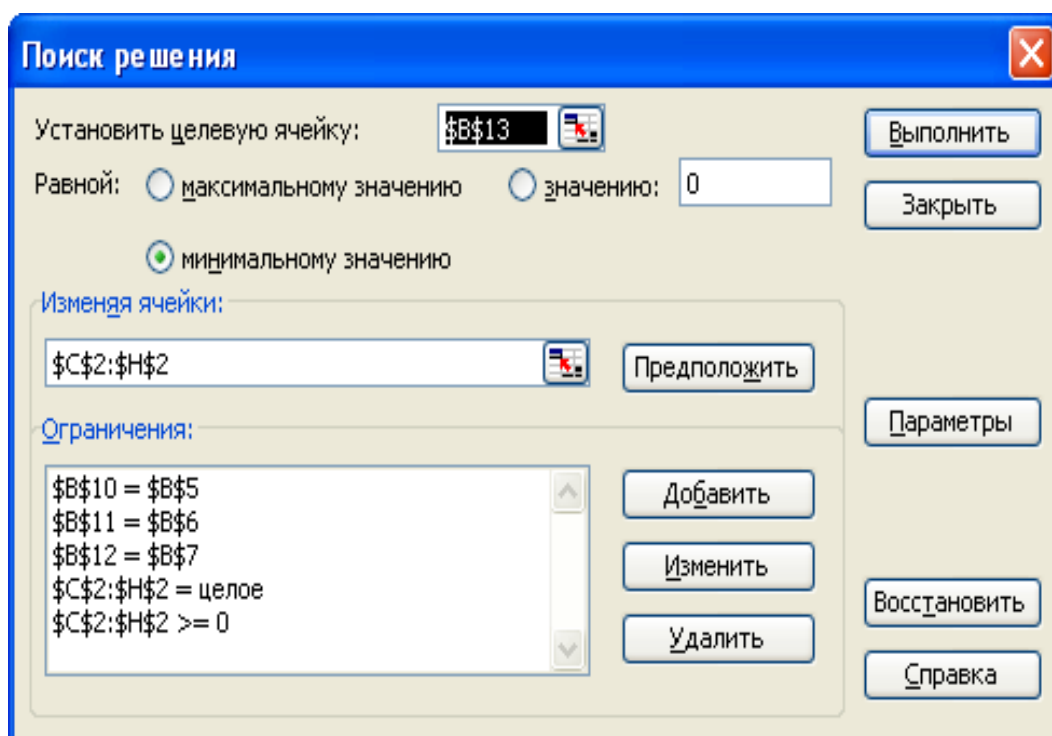


Рис. 16. Окно поиска решения

Командой *Параметры* вызываем диалоговое окно и устанавливаем флажки: *Линейная модель*, *Неотрицательные значения*, *Автоматическое масштабирование*.

Щелкнем на кнопке *ОК*, а затем – *Выполнить*. Решение приведено на рис. 17.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Длина исходного материала				6				
2	План раскроя		400	0	0	450	0	1850	
3	Заготовки			Номер	варианта раскроя				
4	Длина	Кол-во	1	2	3	4	5	6	
5	2,8	800	2	1	1	0	0	0	
6	2,1	900	0	1	0	2	1	0	
7	1,8	6000	0	0	1	1	2	3	
8		Отходы	0,4	1,1	1,4	0	0,3	0,6	
9		Сумма		Число выкраиваемых заготовок					
10		800	800	0	0	0	0	0	
11		900	0	0	0	900	0	0	
12		6000	0	0	0	450	0	5550	
13	Σ отходов	1270	160	0	0	0	0	1110	
14									
15									

Рис. 17. Решение

**Вывод.** По первому варианту нужно распилить 400 бревен, по четвертому – 450 бревен, по шестому – 1850 бревен. При этом отходы будут минимальными:

$$z_{\min} = 0,4 \cdot 400 + 0 \cdot 450 + 0,6 \cdot 1850 = 1270 \text{ м.}$$

### Индивидуальные задания

На деревообрабатывающем предприятии имеются бревна длиной  $L$  м, которые необходимо разрезать на доски длиной  $l_1, l_2, l_3$  м в количестве  $p_1, p_2, p_3$  соответственно. Необходимо минимизировать энергозатраты на раскряжевку бревен путем разработки оптимального плана раскройки бревен, который обеспечивает минимальные отходы, при условии выполнения плана по выходу заготовок.

Исходные данные приведены в табл. 12.

## Исходные данные

Вариант	Длина бревен $L$ , м	Размеры заготовок, м			Количество заготовок, шт.		
		$l_1$	$l_2$	$l_3$	$p_1$	$p_2$	$p_3$
1	5,6	1,6	1,3	3,6	240	390	90
2	5,6	1,8	1,2	3,4	480	780	180
3	5,6	1,8	1,3	3,3	480	420	240
4	6,0	2,6	1,7	2,9	900	1200	840
5	6,0	2,4	1,3	2,4	300	450	270
6	6,0	2,3	1,8	2,8	600	780	420
7	6,0	1,9	2,1	2,3	180	240	150
8	6,0	2,1	2,3	1,4	600	720	900
9	6,2	3,0	1,8	2,4	300	420	270
10	6,2	2,3	1,8	2,1	600	720	570
11	6,2	1,7	1,3	3,5	780	480	180
12	6,5	2,5	1,6	1,9	450	390	270
13	6,5	2,6	1,8	1,6	160	320	280
14	6,6	2,3	3,0	1,9	300	200	270
15	6,6	3,1	2,5	1,8	360	500	320
16	6,4	2,9	2,4	1,5	480	420	240
17	5,6	2,1	2,3	1,4	900	1200	840
18	6,3	3,0	1,2	2,4	300	450	270
19	6,3	2,5	1,8	2,1	600	780	420
20	5,9	1,7	1,3	3,3	180	240	150
21	6,0	1,8	1,3	3,3	160	320	280
22	6,1	2,6	1,7	2,0	300	200	270
23	6,2	2,3	1,8	2,8	600	780	420
24	6,3	1,9	2,1	2,3	180	240	150
25	6,4	2,1	2,3	1,4	600	720	900
26	6,5	3,0	1,8	2,4	300	420	270
27	6,2	2,3	1,7	2,1	600	720	570
28	6,3	1,7	1,4	3,5	790	480	180

## **Контрольные вопросы**

1. Сформулируйте задачу линейного программирования.
2. Что представляет собой целевая функция?
3. Что представляют собой уравнения ограничения?
4. Приведите матричную форму задачи оптимизации.
5. Как осуществить переход от задачи на  $\max$  к задаче на  $\min$ ?



## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

# ОЦЕНКА ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИНВЕСТИЦИЙ В ЭНЕРГОСБЕРЕГАЮЩИЕ МЕРОПРИЯТИЯ

Цель работы – ознакомиться с основными показателями оценки эффективности инвестиционных проектов; рассчитать параметры, необходимые для анализа эффективности инвестиций при внедрении энергосберегающего проекта; провести сравнительный анализ результатов расчета и дать рекомендации о целесообразности инвестиций.

Работа выполняется в течение 4-х академических часов.

### Теоретическая часть

Оценка эффективности инвестиций производится при помощи двух групп методов – статических и динамических.

Методы оценки эффективности, не включающие дисконтирование (статические методы оценки эффективности инвестиций), опираются на проектные, плановые и фактические данные о затратах и результатах, обусловленные реализацией инвестиционных проектов. При использовании этих методов в отдельных случаях прибегают к такому статическому методу, как расчет среднегодовых данных о затратах и результатах (доходах) за весь срок использования инвестиционного проекта.

В результате такого методического приема не в полной мере учитывается временной аспект стоимости денег, факторы, связанные с инфляцией и риском. Одновременно с этим усложняется процесс проведения сравнительного анализа проектных и фактических данных по годам использования инвестиционного проекта. Поэтому статические методы оценки (методы, не включающие дисконтирование) наиболее рационально применять в тех случаях, когда затраты и результаты равномерно распределены по годам реализации инвестиционных проектов и срок их окупаемости охватывает небольшой промежуток времени – до пяти лет.

К методам, включающим дисконтирование, относятся следующие:

- метод чистого дисконтированного дохода;
- метод внутренней нормы прибыли;

- динамический срок окупаемости инвестиций;
- индекс доходности.

*Дисконтирование* – метод оценки инвестиционных проектов путем выражения будущих денежных потоков, связанных с реализацией проектов, через их стоимость в текущий момент времени.

Дисконтирование осуществляется умножением их на коэффициент дисконтирования, который для постоянной ставки дисконта

$$\alpha_t = \frac{1}{(1+r)^{t-t_p}}, \quad (29)$$

где  $r$  – ставка дисконта;  $t$  – год реализации проекта;  $t_p$  – год, к которому осуществляется дисконтирование.

Методы оценки эффективности инвестиций, основанные на дисконтировании, применяются в случаях крупномасштабных инвестиционных проектов, реализация которых требует значительного времени.

1. *Чистый дисконтированный доход* (ЧДД) (англ. *NPV*):

$$NPV = \sum_{t=1}^n D_t \alpha_t - \sum_{t=1}^n C_t \alpha_t = \sum_{t=1}^n S_t \alpha_t \geq 0, \quad (30)$$

где  $D_t$  – доходы (или входящий денежный поток по проекту) за  $t$ -й год;  $C_t$  – издержки и инвестиции (или исходящий денежный поток по проекту) за  $t$ -й год;  $S_t$  – чистый доход, получаемый в конце  $t$ -го года реализации проекта;  $n$  – срок эксплуатации проекта.

*Условно переменными издержками* называются те, общая величина которых находится в прямой зависимости от объемов производства (топливо и энергия на технологические цели, зарплата производственных рабочих и др.). *Условно постоянными издержками* называются те, величина которых не изменяется с изменением объема производства (амортизационные отчисления, общехозяйственные издержки и др.).

Если  $S_t$  одинаков для всего периода, то можно использовать в расчетах коэффициент аннуитета, который определяется как сумма коэффициентов дисконтирования от  $t_p$  до  $n$  или по формуле геометрической прогрессии:

$$A_{n,r} = \frac{1 - \frac{1}{(1+r)^n}}{r}. \quad (31)$$

Тогда чистый дисконтированный доход будет определяться по формуле

$$NPV = S_t A_{n,r}. \quad (32)$$

Метод оценки эффективности инвестиционного проекта на основе чистого дисконтированного дохода позволяет принять управленческое решение о целесообразности реализации проекта исходя из сравнения суммы будущих дисконтированных доходов с издержками, необходимыми для реализации проекта (капитальными вложениями).

С использованием  $NPV$  формулируется простое решающее правило для оценки целесообразности реализации инвестиционных проектов любой длительности: *если  $NPV$  положительно, то проект можно реализовывать, если  $NPV$  отрицательно, то участие в проекте не имеет смысла*. При выборе наиболее прибыльного проекта из нескольких предпочтение следует отдавать тому, у которого  $NPV$  наибольший.

Чистый дисконтированный доход зависит:

- от суммы доходов и расходов по периодам реализации проекта;
- горизонта расчетов (прибыль, получаемая на более ранних этапах, сильнее влияет на значение  $NPV$ );
- ставки дисконта (с ростом  $r$  величина  $NPV$  монотонно уменьшается).

Ставка дисконтирования должна включать минимально гарантированный уровень доходности (не зависящий от вида инвестиционных вложений), темп инфляции и коэффициент, учитывающий степень риска конкретного инвестирования. То есть этот показатель отражает минимально допустимую отдачу на вложенный капитал, при которой инвестор предпочтет участие в проекте альтернативному вложению тех же средств в другой проект с сопоставимой степенью риска.

2. *Индекс доходности* (ИД) характеризует отдачу вложенных средств. Определяется отношением приведенных денежных доходов к приведенным на начало реализации проекта инвестиционным расходам. Если индекс доходности больше 1, то проект принимается. При индексе доходности меньше 1 проект отклоняется.

$$\text{ИД} = \frac{\sum_{t=1}^n D_t \alpha_t}{\sum_{t=1}^n C_t \alpha_t} \geq 1. \quad (33)$$

Сравнивая показатели ИД и  $NPV$ , следует обратить внимание на то, что результаты оценки проектов по ним находятся в прямой зависимости, так как с ростом  $NPV$  возрастает и значение ИД и наоборот.

Если же  $NPV = 0$ , то и  $ID = 1$ . Однако не всегда проект с более высоким значением  $NPV$  более предпочтителен и по величине  $ID$ .

3. *Внутренняя норма доходности (ВНД) (англ. IRR), барьерная ставка* представляет собой ту расчетную ставку процента (ставку дисконтирования), при которой сумма дисконтированных доходов за весь период реализации инвестиционного проекта становится равной сумме первоначальных затрат (инвестициям). Эту норму можно трактовать как максимальную ставку – процент, под который фирма может взять кредит для финансирования проекта с помощью заемного капитала. Для определения  $IRR$  нужно решить уравнение  $NPV = 0$ .

Таким образом:

- $IRR$  – это ставка дисконта, при которой  $NPV$  проекта обращается в ноль; если  $IRR > r$ , то инвесторам гораздо выгоднее вкладывать свои средства в предлагаемый энергосберегающий проект, чем в банк под проценты, поэтому проект следует реализовывать; если  $IRR < r$ , то реализация проекта нецелесообразна. Здесь под  $r$ , как и ранее, подразумевается банковский процент по вкладам;

- разница между  $r$  и  $IRR$  характеризует запас устойчивости проекта, границы риска, учитываемого в расчетах.

Однако между методами  $NPV$  и  $IRR$  существуют и различия, которые особенно ярко проявляются, если необходимо выбрать один из нескольких взаимоисключающих проектов.

4. *Срок окупаемости  $T_{\text{диск}}$*  характеризует число лет, которое необходимо для того, чтобы сумма дисконтированных чистых доходов была равна размеру инвестиций (барьерная точка для срока).

### Индивидуальные задания

Необходимо оценить целесообразность реализации энергосберегающего проекта по динамическим методам оценки эффективности (по показателям  $NVP$ ,  $ID$ ,  $IRR$ ,  $T_{\text{п}}$ ,  $T_{\text{д}}$ ), рассчитанного на 4 года. Денежные потоки и их распределение по годам определяются величинами, указанными в табл. 13 ( $N$  – номер варианта).

Ставку дисконта принять 13,5%. Дисконтирование потоков произвести к 2010 году.

Определить те же показатели эффективности, если инвестиции распределить равномерно в течение жизненного цикла проекта.

Определить показатель  $NPV$  при помощи коэффициента аннуитета в случае равномерного распределения доходов в течение срока проекта.

## Денежные потоки

Годы реализации проекта $t$	2010	2011	2012	2013
Инвестиции $C_t$ , ден. ед.	6200N	–	–	–
Доходы $D_t$ , ден. ед.	–	2300N	4100N	4200N

## Порядок выполнения работы

1. Определяем чистый доход за  $t$ -й год:

$$S_t = D_t - C_t \quad (34)$$

при  $t = 1$ ,  $D_t = 0$ ,  $S_t = -И$ .

2. По соотношению (29) определяем коэффициент дисконтирования за  $t$ -й год.

3. Дисконтируем инвестиции и доходы за  $t$ -й год. Для этого инвестиции и доходы умножаем на соответствующий коэффициент дисконтирования.

4. По соотношению (30) определяем  $NPV$  за  $t$ -й год при  $t = 1$ ,  $NPV_t = -N$ .

5. Определяем накопленный чистый доход за  $t$ -й год:

$$S_{тн} = S_{(t-1)н} + S_t \quad (35)$$

6. Определяем накопленный чистый дисконтированный доход за  $t$ -й год:

$$NPV_{тн} = NPV_{(t-1)н} + NPV_t \quad (36)$$

7. По соотношению (33) определяем индекс доходности.

8. Определяем внутреннюю норму доходности  $IRR$ .

Для определения  $IRR$  нужно решить уравнение  $NPV = 0$ . Данное уравнение решается методом итераций. В качестве первого приближения принимается  $IRR = r$ .

Для нахождения  $IRR$  можно воспользоваться финансовой функцией ВНД в программе Excel, входящей в Microsoft Office, по строке чистый доход. Для этого в строке формул необходимо ввести, например, «=ВНД(ссылка1:ссылка2)», где «ссылка1:ссылка2» – массив ячеек, где содержатся числовые значения, для которых необходимо рассчитать внутреннюю норму доходности.

9. Определяем простой срок окупаемости.

Строим графическую зависимость  $S_{тн} = f(t)$ , где  $t$  – год реализации проекта. Значение  $t$ , при котором  $S_{тн} = 0$ , соответствует простому сроку окупаемости.

10. Определяем динамический срок окупаемости.

Строим графическую зависимость  $NPV_{тн} = f(t)$ , где  $t$  – год реализации проекта. Значение  $t$ , при котором  $NPV_{тн} = 0$ , соответствует динамическому сроку окупаемости.

Пример выполнения варианта № 1 работы в MS Excel приведен на рис. 18.

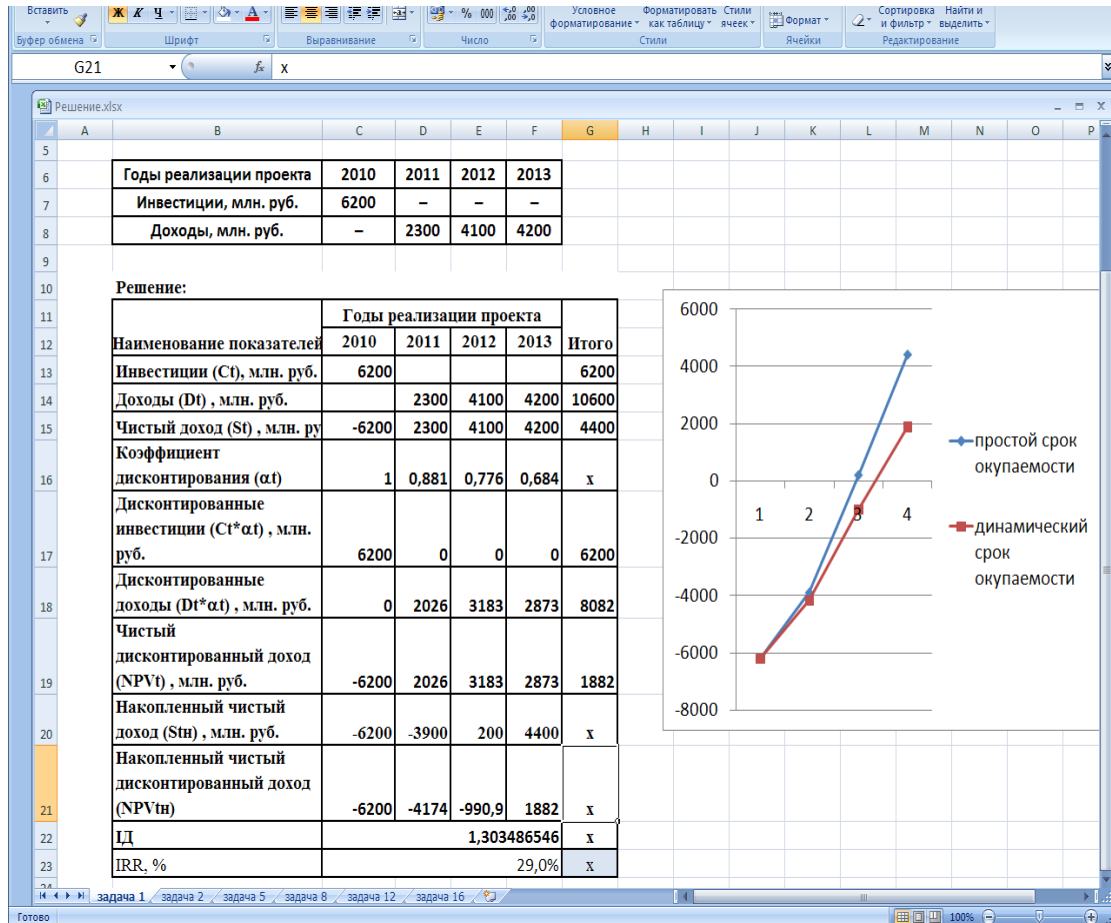


Рис. 18. Пример решения в среде MS Excel

11. Распределяем инвестиции равномерно по годам в течение всего срока проекта и определяем показатели  $NVP$ , ИД,  $IRR$ ,  $T_{п}$ ,  $T_{д}$ .

Выбираем из двух проектов (1 – вся сумма инвестиций вносится в первый год, 2 – инвестиции распределены равномерно по годам в течение всего срока выполнения проекта) наиболее привлекательный.

Делаем выводы об эффективности инвестиционных энергосберегающих проектов.

12. Определяем  $NPV$  в случае равномерного распределения расходов:

$$NPV = -I + S_t A_{n,r}. \quad (37)$$

## Контрольные вопросы

1. Что понимается под инвестициями?
2. Что понимается под инвестиционным проектом?
5. Что такое дисконтирование и зачем оно применяется?
6. Какие показатели используются для оценки эффективности инвестиций динамическими (с учетом дисконтирования) методами? В чем их недостатки и преимущества?
7. Чему соответствует внутренняя норма доходности?
8. Как определить статический и динамический сроки окупаемости?
9. Как определяется NPV, если доход равномерен во времени?

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2

# ВЫБОР ПРИОРИТЕТНЫХ ИНВЕСТИЦИОННЫХ ПРОЕКТОВ С ОДИНАКОВЫМ СРОКОМ РЕАЛИЗАЦИИ

Цель работы – изучить методы выбора приоритетных инвестиционных проектов с одинаковыми сроками реализации; рассчитать параметры, необходимые для принятия решения; ознакомиться с особенностями оценки эффективности взаимоисключающих инвестиций.

Работа выполняется в течение 4-х академических часов.

### Теоретическая часть

Как правило, сравниваются независимые друг от друга инвестиционные проекты, но иногда инвесторы (менеджеры) сталкиваются с проблемой оценки проектов, которые нельзя считать независимыми. Например, в случае, когда существует набор альтернативных вариантов достижения одной и той же цели. Их называют взаимоисключающими, поскольку если один из них выбран, то остальные тем самым отвергаются. В современных условиях перед предприятиями очень часто стоит задача не только оценить эффективность того или иного проекта, но и выбрать один проект из нескольких альтернативных.

В случае ограниченности инвестиционных ресурсов целесообразнее выбирать проект с большим индексом доходности, поскольку в этом случае будет наблюдаться максимальная отдача на рубль вложенных средств. Если же предприятие имеет значительный запас свободных инвестиционных ресурсов, то целесообразнее будет принимать к реализации проект с наибольшим чистым дисконтированным доходом с целью максимизации объема полученных денежных средств.

Достаточно часто складывается ситуация, когда при разных ставках дисконта разница в значениях  $NPV$  двух проектов будет менять свой знак, т. е. при достижении определенной ставки дисконта более эффективным станет другой проект. Ставка дисконта, при которой  $NPV$  двух проектов совпадает, называется *барьерной*. В экономической литературе эту точку часто называют пересечением Фишера, по имени известного экономиста Ирвинга Фишера, проанализировавшего данный аспект инвестиционных расчетов.

Барьерную ставку можно определить графически или аналитически (приравняв значения  $NPV$  по двум проектам).



Определение барьерной ставки графическим методом представлено на рис. 19.

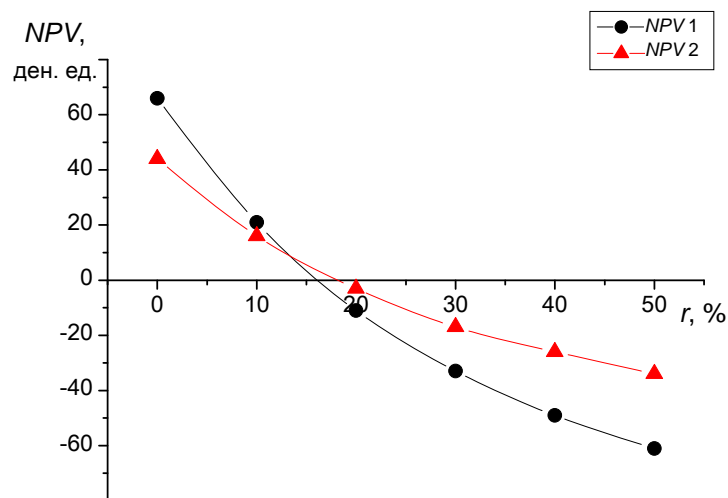


Рис. 19. Определение пересечения Фишера (барьерной ставки) графическим методом

Барьерной ставкой двух проектов будет являться ставка дисконта на пересечении графиков по проекту 1 и 2 (13%).

Если ставка дисконтирования ниже барьерной, преимущество имеет 1-й проект, в противоположном случае – 2-й.

Аналитически барьерная ставка определяется следующим образом:

$$\sum_{t=1}^n \frac{D_{t_1}}{(1+b)^{t-t_p}} - \sum_{t=1}^n \frac{C_{t_1}}{(1+b)^{t-t_p}} = \sum_{t=1}^n \frac{D_{t_2}}{(1+b)^{t-t_p}} - \sum_{t=1}^n \frac{C_{t_2}}{(1+b)^{t-t_p}}. \quad (37)$$

Выразив отсюда  $b$ , получим значение барьерной ставки, зная которую можно определить эквивалентный  $NPV$ .

### Исходные данные

Оценить эффективность проектов (по всем методам, учитывающим дисконтирование) и определить величину барьерной ставки (табл. 14, 15). Ставку дисконтирования принять 13,5%.

Барьерную ставку определить графическим методом. Для этого рассмотреть ставки 10–50% с интервалом в 10 пунктов (10, 20, ..., 50).

Дисконтирование потоков произвести к 2009 году.

Таблица 14

#### Проект № 1

Годы реализации проекта $t$	2010	2011	2012	2013	2014
Инвестиции $C_t$ , ден. ед.	100N	14N	0	0	0
Доходы $D_t$ , ден. ед.	0	36N	40N	42N	44N

## Проект № 2

Годы реализации проекта $t$	2010	2011	2012	2013	2014
Инвестиции $C_t$ , ден. ед.	$45N$	$45N$	$6N$	$7N$	0
Доходы $D_t$ , ден. ед.	0	0	$56N$	$62N$	$25N$

## Порядок выполнения работы

1. В соответствии с п. 1–10 лабораторной работы № 1 определяем динамические показатели эффективности проектов (рис. 20, 21).

2. Определяем чистый дисконтированный доход  $NPV$  за срок реализации проектов. Для этого рассмотрим ставки 10–50% с интервалом в 10 пунктов (10, 20, ..., 50).

3. Строим графические зависимости  $NPV(r)$  для обоих проектов.

4. По точке пересечения построенных графиков находим барьерную ставку и определяем наиболее привлекательный проект.

Пример выполнения варианта № 1 лабораторной работы в среде MS Excel приведен на рис. 20, 21.

C17		=1/(1+\$C\$3/100)^(C13-\$E\$4)										
Решение.xlsx		B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
12			Проект 1					Проект 2				
13	Наименование показателей	2010	2011	2012	2013	2014	2010	2011	2012	2013	2014	
14	Инвестиции ( $C_t$ ), млн. руб.	100	14	0	0	0	45	45	6	7	0	
15	Доходы ( $D_t$ ), млн. руб.	0	36	40	42	44	0	0	56	62	25	
16	Чистый доход ( $S_t$ ), млн. руб.	-100	22	40	42	44	-45	-45	50	55	25	
17	Коэффициент дисконтирования ( $\alpha_t$ )	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	
18	Дисконтированные инвестиции ( $C_t \cdot \alpha_t$ ), млн. руб.	88,1	10,9	0,0	0,0	0,0	39,6	34,9	4,1	4,2	0,0	
19	Дисконтированные доходы ( $D_t \cdot \alpha_t$ ), млн. руб.	0,0	27,9	27,4	25,3	23,4	0,0	0,0	38,3	37,4	13,3	
20	Чистый дисконтированный доход ( $NPV_t$ ), млн. руб.	-88,1	17,1	27,4	25,3	23,4	-39,6	-34,9	34,2	33,1	13,3	
21	Накопленный чистый доход ( $S_{tn}$ ), млн. руб.	-100	-78	-38	4	48	-45	-90	-40	15	40	
22	Накопленный чистый дисконтированный доход ( $NPV_{tn}$ )	-88,1	-71,0	-43,7	-18,4	5,0	-39,6	-74,6	-40,4	-7,2	6,0	
23	ИД	1,05					1,07					
24	IRR, %	0,16					0,17					

Рис. 20. Динамические показатели эффективности проектов

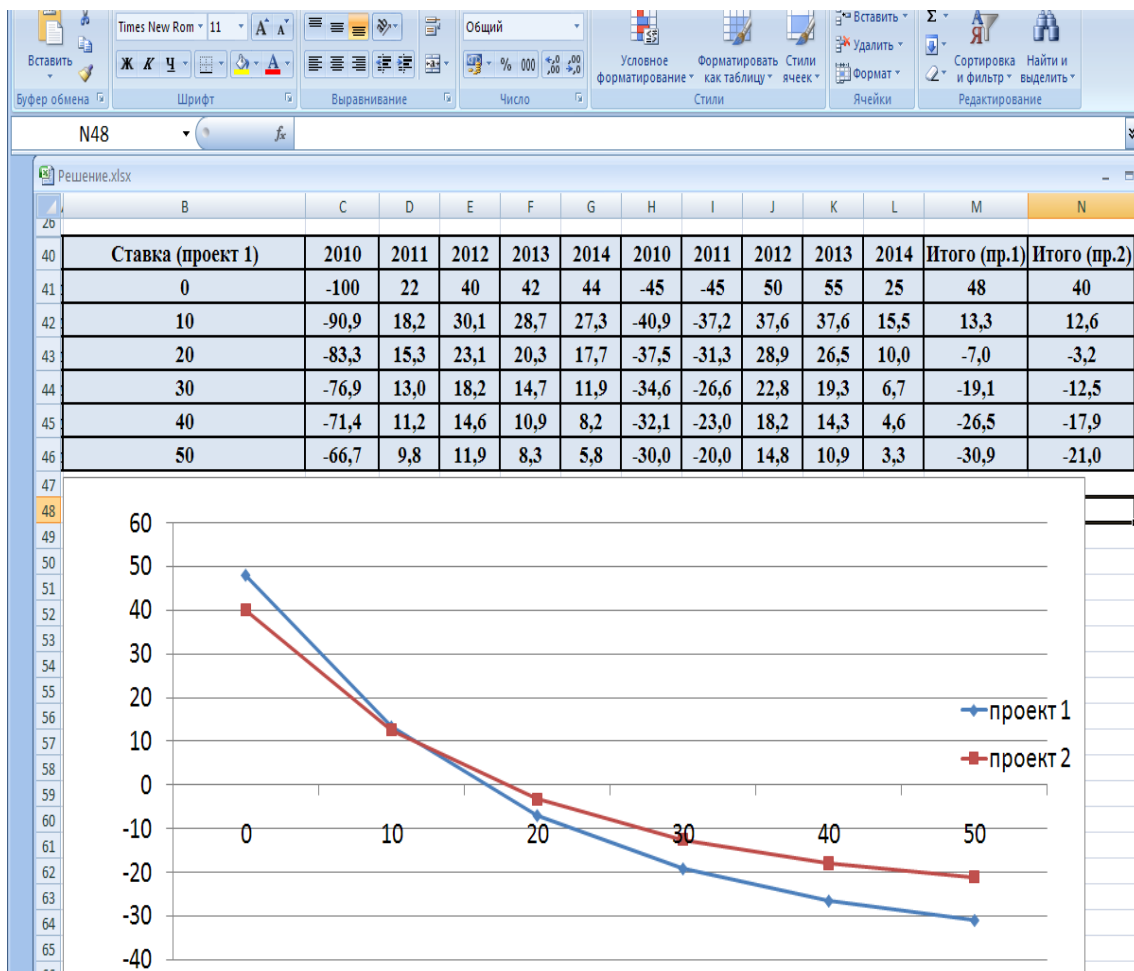


Рис. 21. Определение барьерной ставки

### Контрольные вопросы

1. Какие показатели лежат в основе сравнения инвестиционных проектов?
2. Что такое пересечение Фишера?
3. Для чего используется определение барьерной ставки?
4. Как ставка дисконта влияет на накопленный чистый дисконтированный доход  $NPV_{ин}$ ?
5. Как определяется барьерная ставка графически?
6. Как определяется барьерная ставка аналитически?
7. В каком случае при сравнении зависимых друг от друга инвестиционных проектов определяют барьерную ставку?
8. Приведите пример независимых инвестиционных проектов в сфере энергосбережения.
9. Приведите пример взаимоисключающих инвестиционных проектов в сфере энергосбережения.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3

# ВЫБОР ПРИОРИТЕТНЫХ ИНВЕСТИЦИОННЫХ ПРОЕКТОВ С РАЗЛИЧНЫМИ СРОКАМИ РЕАЛИЗАЦИИ

Цель работы – изучить методы выбора приоритетных инвестиционных проектов с различными сроками реализации; рассчитать параметры, необходимые для принятия решения; ознакомиться с особенностями оценки эффективности взаимоисключающих инвестиций.

Работа выполняется в течение 2-х академических часов.

### Теоретическая часть

Одной из проблем сопоставления проектов является то, что зачастую они не совпадают по срокам реализации. К примеру, покупка поддержанного оборудования может обойтись дешевле по сравнению с новым, но прослужит оно меньше.

Если проекты взаимоисключающие (ведь в результате реализации обоих проектов мы приобретаем, по сути, одно и то же оборудование), то для их сравнения используется метод реинвестирования.

Метод реинвестирования предполагает, что по истечении срока реализации проекта инвестиции вновь осуществляются с теми же характеристиками. Причем инвестиции в последний год проекта определяются с учетом доходов за этот год.

В данном случае математически проекты реинвестируются до такого числа лет, которое соответствует наименьшему общему кратному срокам эксплуатации двух проектов. При этом рассчитывается показатель чистого дисконтированного дохода и предпочтение отдается проекту, при котором его значение наибольшее.

Недостатком метода является трудоемкость применения в случае, если сроки эксплуатации проектов в числовом выражении не кратны и для их сопоставимости необходим длительный период.

#### *Пример 1.*

Предприятие может принять к реализации один из двух предложенных проектов (табл. 16). Выбрать наиболее привлекательный.

Ставку дисконта принять 10%. Дисконтирование потоков произвести к 2012 году.

## Исходные данные

Годы реализации проекта	2012	2013	2014	2015	2016
<b>Проект 1</b>					
Инвестиции, млн. руб.	900				
Доходы, млн. руб.	0	750	500	0	0
<b>Проект 2</b>					
Инвестиции, млн. руб.	800				
Доходы, млн. руб.	0	350	350	350	350

1. Чистый дисконтированный доход проекта 1:

$$NPV_1 = \frac{750}{(1+0,1)^1} + \frac{500}{(1+0,1)^2} - 900 = 194 \text{ млн. руб.}$$

2. Чистый дисконтированный доход проекта 2:

$$NPV_2 = 350 \cdot \frac{1 - \frac{1}{(1+0,1)^4}}{0,1} - 800 = 309 \text{ млн. руб.}$$

3. Выполним реинвестирование проекта 1, т. е. вложим аналогичные инвестиционные ресурсы в точно такой же проект по его завершении (рис. 22).

Так как проект 1 на третьем году предполагает доход, равный 500 млн. руб., то инвестиции в реинвестированный проект составят  $-900 + 500 = -400$  млн. руб. Доходы в четвертом и пятом годах прием равными, соответственно, доходам во втором и третьем годах.

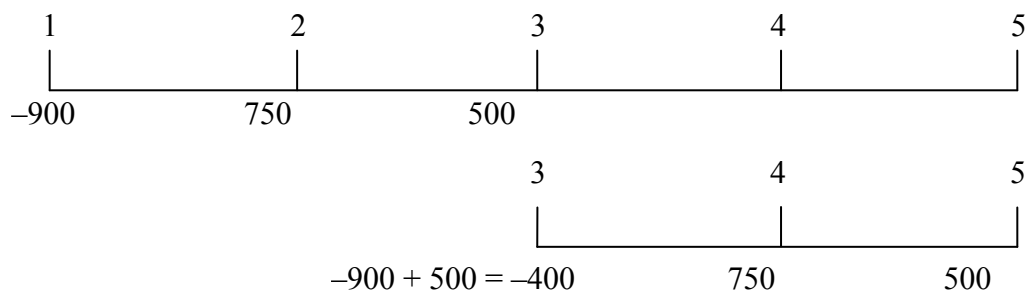


Рис. 22. Чистый доход реинвестированного проекта

4. Определяем чистый дисконтированный доход для реинвестированного проекта.

$$NPV_1^{\text{реинв}} = -900 + \frac{750}{(1+0,1)^1} - \frac{400}{(1+0,1)^2} + \frac{750}{(1+0,1)^3} + \frac{500}{(1+0,1)^4} = 354 \text{ млн. руб.}$$

Таким образом, проект 1 более привлекательный.

Если сроки проектов в числовом выражении не кратны, сопоставимость проектов представляет трудоемкий процесс. Для решения такого рода задач используют упрощенный метод – эквивалентный аннуитет.

Метод эквивалентного аннуитета (англ. *Equivalent Annual Annuity* (*EAA*)) заключается в сопоставлении значений *EAA*. Эквивалентный годовой аннуитет показывает, какое значение чистого дохода приходится на 1-й год эксплуатации проекта за весь его период:

$$EAA = \frac{NPV}{A_{n,r}}. \quad (38)$$

Если *NPV* и *EAA* одного проекта превышают эти же значения другого проекта, то решение принимается в сторону проекта с большими значениями данных показателей. Если *EAA* одного проекта больше, а *NPV* меньше, то риск принятия решения ложится на инвестора.

### Пример 2.

На основании исходных данных примера 1 определить наиболее привлекательный проект по методу эквивалентного аннуитета.

1. Определяем эквивалентный годовой аннуитет проекта 1:

$$EAA_1 = \frac{194 \cdot 0,1}{1 - \frac{1}{(1 + 0,1)^2}} = 112 \text{ млн. руб.}$$

2. Определяем эквивалентный годовой аннуитет проекта 2:

$$EAA_2 = \frac{309 \cdot 0,1}{1 - \frac{1}{(1 + 0,1)^4}} = 97 \text{ млн. руб.}$$

Как видно, упрощенный вариант расчета дает тот же результат, что и реинвестирование проектов.

### Исходные данные

Предприятие может принять к реализации один из двух предложенных проектов. Денежные потоки и их распределение по годам в зависимости от номера варианта определяются величинами, указанными в табл. 17–20 (*N* – номер варианта).

Таблица 17

**Денежные потоки проекта А**

Годы реализации проекта $t$	2012	2013	2014	2015	2016
Инвестиции $C_t$ , ден. ед.	$N$	–	–	–	–
Доходы $D_t$ , ден. ед.	–	$K_1N$	$K_2N$	$K_3N$	$K_4N$

Таблица 18

**Денежные потоки проекта Б**

Годы реализации проекта $t$	2012	2013	2014	2015	2016
Инвестиции $C_t$ , ден. ед.	$0,6N$	–	–	–	–
Доходы $D_t$ , ден. ед.	–	$K_1N$	$K_2N$	0	0

Таблица 19

**Распределение денежных доходов по годам для проекта А**

$N$	$K_1$	$K_2$	$K_3$	$K_4$	$N$	$K_1$	$K_2$	$K_3$	$K_4$
1	0,81	0,61	0,51	0,45	14	0,80	0,62	0,53	0,54
2	0,72	0,71	0,62	0,42	15	0,79	0,72	0,61	0,51
3	0,83	0,52	0,63	0,40	16	0,88	0,52	0,61	0,52
4	0,64	0,73	0,74	0,41	17	0,67	0,71	0,76	0,53
5	0,75	0,74	0,71	0,46	18	0,76	0,71	0,74	0,51
6	0,86	0,55	0,52	0,43	19	0,85	0,51	0,56	0,55
7	0,57	0,76	0,83	0,44	20	0,54	0,71	0,80	0,53
8	0,68	0,87	0,74	0,45	21	0,63	0,80	0,73	0,54
9	0,81	0,88	0,31	0,46	22	0,82	0,80	0,35	0,52
10	0,72	0,83	0,72	0,47	23	0,71	0,80	0,74	0,53
11	0,63	0,82	0,83	0,42	24	0,60	0,80	0,80	0,55
12	0,74	0,81	0,64	0,40	25	0,71	0,80	0,63	0,54
13	0,74	0,73	0,71	0,46	26	0,82	0,79	0,35	0,53

Таблица 20

**Распределение денежных доходов по годам для проекта Б**

$N$	$K_1$	$K_2$	$N$	$K_1$	$K_2$
1	0,91	0,95	14	0,92	0,99
2	0,92	0,99	15	0,95	0,98
3	1,00	0,97	16	1,00	0,97
4	0,98	1,00	17	0,97	1,00
5	0,95	0,99	18	0,96	0,99
6	0,96	0,97	19	0,97	0,98
7	0,97	1,00	20	0,95	1,00
8	0,98	0,97	21	0,99	0,98
9	0,96	1,00	22	0,97	1,00

$N$	$K_1$	$K_2$	$N$	$K_1$	$K_2$
10	0,98	0,95	23	0,99	0,97
11	0,99	1,00	24	0,98	1,00
12	0,94	1,00	25	0,95	1,00
13	0,98	1,00	26	0,95	0,97

Методами реинвестирования и эквивалентного аннуитета выбрать из двух альтернативных проектов наиболее привлекательный.

Ставку дисконта принять 12%.

Дисконтирование потоков произвести к 2012 году.

### Порядок выполнение работы

1. Определяем чистый дисконтированный доход проекта А.
2. Определяем чистый дисконтированный доход проекта Б.
3. Выполняем реинвестирование проекта Б на 5 лет.
4. Определяем чистый дисконтированный доход реинвестированного проекта Б.
5. Определяем эквивалентный годовой аннуитет проекта А.
6. Определяем эквивалентный годовой аннуитет проекта Б.
7. Результаты расчета заносим в табл. 21.
8. Сравниваем результаты расчета методами реинвестирования и эквивалентного аннуитета и выбираем из двух альтернативных проектов наиболее привлекательный.

Таблица 21

### Результаты расчета

Показатель	Проект А	Проект Б	Реинвестированный проект
$NPV$ , ден. ед.			
$EAA$ , ден. ед.			–

### Контрольные вопросы

1. Какие проекты называются взаимоисключающими?
2. Какие методы выбора взаимоисключающих проектов используются в случае, когда срок их эксплуатации различен?
3. Что подразумевает метод реинвестирования?
4. В чем заключается метод эквивалентного аннуитета?



## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4

# ОЦЕНКА РИСКОВ ИНВЕСТИЦИОННЫХ ПРОЕКТОВ

Цель работы – изучить методы оценки рисков инвестиционных проектов; рассчитать параметры, необходимые для принятия решения; ознакомиться с особенностями анализа чувствительности инвестиционных проектов.

Работа выполняется в течение 2-х академических часов.

### Теоретическая часть

Инвестиционный энергосберегающий проект разрабатывается на основе вполне определенных предположений относительно капитальных и текущих затрат, расходов на электрическую и тепловую энергию, цен на топливо, временных рамок проекта. Вне зависимости от качества и обоснованности этих предположений будущее развитие событий, связанных с реализацией проекта, всегда неоднозначно. Это основная аксиома любой предпринимательской деятельности. В этой связи практика инвестиционного проектирования рассматривает в числе прочих аспекты неопределенности и риска.

Под *неопределенностью* понимают состояние неоднозначности развития определенных событий в будущем, незнания и невозможности точного предсказания основных величин и показателей развития деятельности предприятия и в том числе реализации инвестиционного проекта.

Неопределенность – это объективное явление, которое, с одной стороны, является средой любой предпринимательской деятельности, с другой стороны – это причина постоянной «головной боли» любого предпринимателя.

Необходимым условием оценки рисков является описание неопределенности в количественных категориях, т. е. ее оценка с помощью каких-либо, обычно очень простых, математических понятий.

#### *Пример 1.*

При оценке эффективности капитальных вложений в энергосберегающий проект большое значение имеет годовой экономический эффект от экономии условного топлива, который определяется произведением объема экономии и цены условного топлива.

При оценке какого-либо показателя эффективности мы прогнозируем объем экономии однозначно, т. е. в виде конкретного числа, скажем 12 000 т у. т. в год. В то же время ясно, что в действительности реальный объем экономии может быть как меньшим, так и большим. Это и является отражением неопределенности. Поэтому описанием неопределенности состояния инвестиционного проекта по отношению к объему экономии условного топлива может служить некоторый интервал, например [11 000; 14 000] т у. т. в год. Такое описание представляется более естественным с позиции будущей реализации проекта.

В общем случае под *риском* понимается возможность того, что произойдет некое нежелательное событие.

В предпринимательской деятельности риск принято отождествлять с возможностью потери предприятием части своих ресурсов, снижения планируемых доходов или появления дополнительных расходов в результате осуществления определенной производственной и финансовой деятельности.

Учет и анализ рисков – неотъемлемая часть процесса инвестиционного проектирования.

Цель проведения анализа риска – дать потенциальным партнерам необходимые данные для принятия решений о целесообразности участия в проекте и предусмотреть меры по защите от возможных финансовых потерь.

Среди количественных методов анализа рисков в инвестиционном проектировании чаще используют следующие:

- метод расчета критических точек;
- анализ сценариев инвестиционных проектов;
- анализ чувствительности;
- вероятностно-статистические методы.

*Метод расчета критических точек* проекта обычно представлен расчетом так называемой точки безубыточности, применяемой по отношению к объемам производства или реализации продукции.

Точка безубыточности – это найденная алгебраическим или графическим путем точка, при которой доходы от реализации продукции равны издержкам на ее производство.

Смысл этого метода, как это вытекает из его названия, заключается в определении минимально допустимого (критического) уровня производства (продаж), при котором проект остается безубыточным, т. е. не приносит ни прибыли, ни убытка. Чем ниже этот уровень, тем более вероятно, что данный проект будет жизнеспособным в условиях непредсказуемого сокращения рынка сбыта и, следовательно, тем ниже будет уровень риска инвестора.

Для использования данного метода нужно выбрать интервал планирования, на котором достигается полное освоение производственных мощностей. Затем методом итераций подбирается искомое значение объема производства.

Проект признается устойчивым, если найденная величина не превышает 75–80% от нормального уровня.

*Анализ сценариев* – это прием анализа риска, который вместе с базовым набором исходных данных проекта рассматривает ряд других наборов данных которые, по мнению разработчиков проекта, могут иметь место в процессе реализации.

В анализе сценария финансовый аналитик просит технического менеджера подобрать показатели при «плохом» стечении обстоятельств (малый объем продаж, низкая цена продажи, высокая себестоимость единицы товара и т. д.) и при «хорошем». После этого *NPV* при хороших и плохих условиях вычисляются и сравниваются с ожидаемым *NPV*.

*Анализ чувствительности* заключается в расчете и оценке влияния изменения важнейших показателей экономической эффективности проекта при возможных отклонениях внешних и внутренних условий его реализации от первоначально запланированных.

С помощью анализа чувствительности можно определить зависимость проекта от таких факторов риска, как изменение спроса на ТЭР, цен на ТЭР, темпов инфляции, курса национальной валюты, процентных ставок по кредитам, себестоимости, продолжительности инвестиционного цикла и т. д.

Анализ чувствительности начинается с детального изучения и описания факторов, которые не могут быть изменены посредством управленческих решений, т. е. относящихся к внешней среде предприятия. Следует также определить степень предполагаемого изменения варьируемых показателей и влияния их друг на друга.

В практической деятельности принят стандартный минимальный набор показателей (табл. 22).

Следующим шагом в анализе чувствительности является расчет показателей эффективности по исходной информации, учитывающей изменение варьируемых параметров. Для удобства все рассчитанные показатели сводятся в табл. 23.

Анализ чувствительности позволяет выявить те виды риска (варьируемые параметры), которые могут оказать наибольшее влияние на проект. Ранжирование параметров позволяет более эффективно управлять инвестиционными рисками.

Таблица 22

## Сценарии оценки чувствительности инвестиционного проекта

Перечень варьируемых параметров проекта	Изменение значения базового параметра
1. Физический объем продаж	1.1. Снижение продаж на 10% 1.2. Снижение продаж на 20%
2. Цена на продукцию при неизменном объеме продаж	2.1. Снижение цены на 10% 2.2. Снижение цены на 20%
3. Прямые (переменные) производственные издержки	3.1. Увеличение издержек на 10% 3.2. Увеличение издержек на 20%
4. Постоянные (накладные) производственные издержки	4.1. Увеличение издержек на 10% 4.2. Увеличение издержек на 20%
5. Длительность инвестиционного периода	5.1. Увеличение времени на 3 мес. 5.2. Увеличение времени на 6 мес.
6. Сумма инвестиционных затрат	6.1. Увеличение суммы на 10% 6.2. Увеличение суммы на 20%
7. Время задержки платежей за продукцию	7.1. Увеличение задержки на 45 дней 7.2. Увеличение задержки на 90 дней
8. Изменение ставки кредитования	8.1. Увеличение ставки кредитования на 10 пунктов 8.2. Увеличение ставки кредитования на 5 пунктов
9. Сокращение срока возврата кредита	9.1. Сокращение до 2 лет 9.2. Сокращение до 3 лет 9.3. Сокращение до 4 лет
10. Комплексный сценарий	10.1. Одновременное варьирование двух или трех независимых параметров в указанных диапазонах

Таблица 23

## Сценарии оценки чувствительности инвестиционного проекта

Перечень варьируемых параметров	Показатели экономической эффективности		
	<i>NPV</i>	<i>IRR</i>	Срок окупаемости
Комплексный сценарий			

*Пример 2.*

Исследуется инвестиционный проект, базисный ожидаемый  $NPV_{\text{баз}}$  которого равен 1000 тыс. руб. Выполнить ранжирование параметров проекта по степени риска.

Коэффициенты, приведенные в табл. 24, отражают степень влияния параметра на весь проект, т. е. процент изменения  $NPV_{\text{баз}}$  на однопроцентное изменение варьируемого параметра. Ранг параметру присваивается на основании его значимости для осуществления проекта. Первый ранг присваивается показателям, однопроцентное изменение которых влечет наибольший процент изменения базисного  $NPV_{\text{баз}}$ .

Таблица 24

**Результаты анализа чувствительности проекта**

Варьируемый параметр, $\Delta\Phi$ , %	$NPV_{\text{вар}}$ , тыс. руб.	Изменение $NPV$ , % $\Delta NPV = \frac{NPV_{\text{баз}} - NPV_{\text{вар}}}{NPV_{\text{баз}}} 100\%$	$\frac{\Delta NPV}{\Delta\Phi}$	Ранг
Увеличение размера капиталовложений на 10%	750	25	2,5	2
Снижение цен на продукцию на 10%	800	20	2,0	4
Падение спроса на продукцию на 20%	590	41	2,05	3
Рост эксплуатационных затрат на 10%	630	37	3,7	1

Сопоставление результатов оценки эффективности базового варианта и рассчитанных сценариев позволит оценить степень устойчивости проекта к различным видам риска. Проект может считаться устойчивым, если одновременное воздействие двух-трех варьируемых параметров не приведет к значительному ухудшению показателей его эффективности. Обязательным условием при этом является положительное (или нулевое) значение сальдо потоков денежных средств на каждом шаге расчета. Если по какому-то варианту сальдо принимает отрицательное значение (что характеризует банкротство предприятия), то следует разработать мероприятия по привлечению дополнительных средств для реализации проекта или улучшению экономических показателей проекта.

*Вероятностно-статистические методы.* Хотя анализ чувствительности и является наиболее распространенным методом анализа риска, тем не менее у него есть некоторые недостатки. В общем случае риск собственно проекта зависит как от чувствительности его  $NPV$  к изменениям ключевых переменных, так и от диапазона наиболее вероятных значений этих переменных, который представлен распределением вероятности. Так как анализ чувствительности рассмат-

ривает только первый фактор, он не может быть полным. Этот недостаток восполняет вероятностный анализ, суть которого заключается в том, что для каждого параметра исходных данных строится кривая вероятности значений. Последующий анализ может идти по одному из двух направлений:

1) путем определения и использования в расчетах средневзвешенных величин;

2) путем построения дерева вероятностей и выполнения расчетов по каждой из возможных варьируемых величин; в этом случае появляется возможность построения «профиля риска» проекта, т. е. графика вероятностей значений какого-либо из результирующих показателей (чистого дохода, внутренней нормы доходности и т. п.).

Главным преимуществом метода является то, что он позволяет получить целый диапазон возможных значений с вероятностью их исхода, а не просто какое-то точечное значение. Кроме того, с его помощью можно достаточно точно определить вероятность, что показатели эффективности проекта будут больше нуля, это дает представление о степени его рискованности.

### Исходные данные

В соответствии с планом технического развития предполагается внедрение нового энергосберегающего оборудования с чистым годовым доходом в результате экономии ТЭР со второго года реализации проекта в размере  $S = 525N$  ден. ед. ( $N$  – номер варианта). Общая сумма инвестиций в первый год составит  $I = 1300N$  ден. ед. Оценить эффективность проекта (горизонт расчета 7 лет, ставка дисконта  $r = 12\%$ ) и провести анализ его чувствительности (для каждого случая оценить  $NPV$ ,  $IRR$ , ИД) по факторам: увеличение ставки дисконта на  $\Delta r = 18\%$ ; увеличение размера инвестиций на  $\Delta I = 20\%$ ; уменьшение размера прибыли на  $\Delta П = 8\%$ .

Дисконтирование потоков произвести к 1-му году.

### Выполнение работы

1. По методике, изложенной в лабораторной работе № 1, определяем  $NPV_{\text{баз}}$ ,  $IRR_{\text{баз}}$ , ИД<sub>баз</sub> для базового проекта.

2. Изменяем последовательно ставку дисконта, размер инвестиций и размер прибыли проекта и производим пересчет для варьируемого проекта  $NPV_{\text{вар}}$ ,  $IRR_{\text{вар}}$ , И<sub>вар</sub>.

3. Определяем процент изменения  $\Delta NPV$  по отношению к базисному проекту:

$$\Delta NPV = \frac{NPV_{\text{баз}} - NPV_{\text{вар}}}{NPV_{\text{баз}}} 100\%.$$

4. Определяем отношение  $\Delta NPV/\Delta\Phi$  и производим анализ чувствительности проекта по степени риска.

5. Делаем выводы о чувствительности проекта к изменению ставки дисконта, размера инвестиций и прибыли.

Пример выполнения варианта № 1 лабораторной работы в среде MS Excel приведен на рис. 23–27.

	B	C	D	E	F	G	H	I	J
9	<b>Базовый вариант</b>								
10	<b>Показатель</b>	1	2	3	4	5	6	7	<b>итого</b>
11	<b>Инвестиции</b>	1300							1300
12	<b>Доходы</b>		525	525	525	525	525	525	3150
13	<b>Чистый доход</b>	-1300	525	525	525	525	525	525	1850
14	<b>Коэффициент дисконтирования</b>	1	0,893	0,797	0,712	0,636	0,567	0,507	x
15	<b>Дисконтированные инвестиции</b>	1300	0	0	0	0	0	0	1300
16	<b>Дисконтированные доходы</b>	0	468,8	418,5	373,7	333,6	297,9	266	2158
17	<b>NPV</b>	-1300	468,8	418,5	373,7	333,6	297,9	266	858,5
18	<b>NPV накопленный</b>	-1300	-831,3	-413	-39	294,6	592,5	858,5	x
19	<b>Индекс доходности</b>	1,660376034							x
20	<b>IRR</b>	33,1%							x

Рис. 23. Базовый вариант

	B	C	D	E	F	G	H	I	J
42	<b>Увеличение инвестиций</b>								
43	<b>Показатель</b>	1	2	3	4	5	6	7	<b>итого</b>
44	<b>Инвестиции</b>	1560							1560
45	<b>Доходы</b>		525	525	525	525	525	525	3150
46	<b>Чистый доход</b>	-1560	525	525	525	525	525	525	1590
47	<b>Коэффициент дисконтирования</b>	1	0,893	0,797	0,712	0,636	0,567	0,507	x
48	<b>Дисконтированные инвестиции</b>	1560	0	0	0	0	0	0	1560
49	<b>Дисконтированные доходы</b>	0	468,8	418,5	373,7	333,6	297,9	266	2158
50	<b>NPV</b>	-1560	468,8	418,5	373,7	333,6	297,9	266	598,5
51	<b>NPV накопленный</b>	-1560	-1091	-673	-299	34,61	332,5	598,5	x
52	<b>Индекс доходности</b>	1,383646695							x
53	<b>IRR</b>	24,7%							x

Рис. 24. Увеличение ставки дисконта

29	<b>Увеличение ставки дисконта</b>								
30	Показатель	1	2	3	4	5	6	7	итого
31	Инвестиции	1300							1300
32	Доходы		525	525	525	525	525	525	3150
33	Чистый доход	-1300	525	525	525	525	525	525	1850
34	Коэффициент дисконтирования	1	0,847	0,718	0,609	0,516	0,437	0,37	x
35	Дисконтированные инвестиции	1300	0	0	0	0	0	0	1300
36	Дисконтированные доходы	0	444,9	377	319,5	270,8	229,5	194,5	1836
37	NPV	-1300	444,9	377	319,5	270,8	229,5	194,5	536,2
38	NPV накопленный	-1300	-855,1	-478	-159	112,3	341,8	536,2	x
39	Индекс доходности	1,412493342							x
40	IRR	33,1%							x

Рис. 25. Увеличение инвестиций

55	<b>Снижение прибыли</b>								
56	Показатель	1	2	3	4	5	6	7	итого
57	Инвестиции	1300							1300
58	Доходы		483	483	483	483	483	483	2898
59	Чистый доход	-1300	483	483	483	483	483	483	1598
60	Коэффициент дисконтирования	1	0,893	0,797	0,712	0,636	0,567	0,507	x
61	Дисконтированные инвестиции	1300	0	0	0	0	0	0	1300
62	Дисконтированные доходы	0	431,3	385	343,8	307	274,1	244,7	1986
63	NPV	-1300	431,3	385	343,8	307	274,1	244,7	685,8
64	NPV накопленный	-1300	-868,8	-484	-140	167	441,1	685,8	x
65	Индекс доходности	1,527545952							x
66	IRR	29,1%							x

Рис. 26. Снижение прибыли

22		NPV	ИД	IRR	$\Delta$ NPV, %	$\Delta$ NPV, % / $\Delta$ Ф, %	Ранг
23	Базовый случай	858,488845	1,66037603	33,13%			
24	Увеличение ставки дисконта	536,241344	1,41249334	33,13%	37,5365973	1,1260979	3
25	Увеличение инвестиций	598,488845	1,3836467	24,71%	30,285775	1,5142888	2
26	Снижение размера прибыли	685,809737	1,52754595	29,15%	20,11431	2,5142888	1

Рис. 27. Анализ чувствительности проекта

### Контрольные вопросы

1. Что в экономике понимается под неопределенностью? Возможно ли устранение неопределенности в реальной экономической жизни? Какие недостатки и преимущества несет с собой неопределенность?
2. Что такое риск в инвестиционной деятельности?



3. Какие основные виды рисков существуют при реализации инвестиционных проектов? Дайте им характеристику.
4. В чем сущность анализа инвестиционных рисков? Каково его назначение?
5. Какие методы анализа рисков вы можете назвать?
6. В чем особенность метода сценариев при анализе рисков?
7. Приведите пример использования метода критических точек в практике инвестиционного проектирования.
8. Опишите основные этапы анализа чувствительности.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5

# ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ИНВЕСТИЦИОННОМ ПРОЕКТИРОВАНИИ

Цель работы – изучить методы проведения оптимизации на основе имитационного моделирования эффективности инновационных проектов; рассчитать параметры, необходимые для принятия решения.

Работа выполняется в течение 4-х академических часов.

### Теоретическая часть

*Имитационное моделирование* – это метод исследования, при котором изучаемая система заменяется моделью, с достаточной точностью описывающей реальную систему, и с ней проводятся эксперименты с целью получения информации об этой системе.

Экспериментирование с моделью называют имитацией (имитация – это постижение сути явления без экспериментов на реальном объекте).

Имитационное моделирование – это частный случай математического моделирования. Существует класс объектов, для которых по различным причинам не разработаны аналитические модели либо не разработаны методы решения полученной модели. В этом случае математическая модель заменяется имитатором или имитационной моделью.

*Имитационная модель* – логико-математическое описание объекта, которое может быть использовано для экспериментирования на компьютере в целях проектирования, анализа и оценки функционирования объекта.

Для имитационной модели в инвестиционном проектировании целесообразно использовать две управляемые переменные: объем инвестиций в проект, который определяет производственную мощность и ограничен сверху, и цену единицы продукции, которая определяет спрос на проект и прибыль от реализованной продукции (39).

В условиях достаточности инвестиций или отсутствия дополнительных проектов рекомендуется использовать *NPV* как базовый критерий эффективности. Алгоритм расчета чистого дисконтированного дохода в случае равномерного поступления доходов:

$$\Pi_k = \min\{D_p, Q_k\} \cdot (P - C) - W_Q ; \quad (39)$$

$$NPV_k = -I_k + (AO_k + \Pi_k)A_{n,r}, \quad (40)$$

где  $\Pi_k$  – прибыль от реализации продукции, ден. ед.;  $k$  – число единиц оборудования;  $D_p$  – спрос на продукцию, являющийся стохастической функцией от цены, ден. ед.;  $Q_k$  – максимальный объем выпуска новой продукции на предприятии, нат. ед.;  $P$  – цена единицы новой продукции, ден. ед.;  $C$  – условно-переменные издержки, ден. ед.;  $W_Q$  – условно-постоянные издержки, ден. ед.;  $I_k$  – общий объем инвестиций, ден. ед.;  $AO_k$  – сумма амортизационных отчислений, ден. ед.;  $A_{n,r}$  – коэффициент аннуитета;  $n$  – срок эксплуатации проекта, лет;  $r$  – ставка дисконта.

В соотношении (39) выражение  $\min\{D_p, Q_k\}$  означает, что необходимо выбрать наименьшее из значений  $D_p, Q_k$ .

На основе имитационной модели планирования инвестиционных проектов возможно построение модели управления инвестиционной деятельностью с потенциалом максимизации эффективности инвестиций посредством разработки инвестиционной программы с использованием динамического программирования.

В основе оптимизации заложена максимизация чистого дисконтированного дохода всей инвестиционной программы.

Распределение инвестиций согласно предложенной модели целесообразно проводить раз в период (в так называемый нулевой год, т. е. год, предшествующий началу проекта).

Модель также может быть использована для ранжирования проектов по максимуму одного из критериев эффективности. Такое ранжирование позволит выбирать наиболее подходящие для реализации одиночные проекты в промежутках между принятием программ инвестиционного развития.

Рассмотрим преломление имитационной модели планирования инвестиционных проектов на стадии инвестиционного процесса.

### 1. *Зарождение идеи.*

Все перечисленные переменные носят стохастический характер, поэтому их расчет ведется укрупненно, обычно с применением экспертных методов. На данном этапе целесообразно провести первичную экспертную оценку идеи, а также уделить внимание стратегии, определить, как новый продукт будет вести себя на рынке, как он будет дифференцироваться от других, какова будет стратегия

позиционирования продукта. Если ответы на данные вопросы будут туманными, то следует отказаться от проекта.

### *2. Конструкторская разработка и изготовление опытного образца.*

Тут становятся известны максимальный объем выпуска новой продукции с единицы однотипного оборудования и условно-переменные издержки, которые будут все же иметь определенные колебания, так как зависят от цен на материальные и трудовые ресурсы. Укрупненно корректировки можно вносить, базируясь на статистической информации.

На этой стадии также вводятся первоначальные инвестиции на разработку или приобретение интеллектуальной собственности. Если анализ на данной стадии инновационного процесса показывает, что проект будет неэффективным, то от него следует временно отказаться, но периодически проводить пересмотр данного проекта.

Следует также рассмотреть возможность продажи интеллектуальной собственности другому предприятию с большими возможностями для реализации конкретного проекта.

### *3. Предынвестиционная стадия.*

На данной стадии становятся известными максимально доступный объем инвестиций, инвестиции, минимально необходимые для инфраструктуры, стоимость дополнительных инвестиций для освоения новой единицы оборудования. Дополнительное маркетинговое исследование позволит определить зависимость спроса от цены ( $D(P)$ ), но со значительной степенью вариации. На данной стадии также становятся известны условно-постоянные издержки и, фактически, мы имеем все переменные для модели. Основная сложность заключается в нечеткости зависимости  $D(P)$ , однако, подставляя данные в модель и варьируя  $P$  и  $I$ , можно найти вариант с наибольшим  $NPV$  по проекту. На этой стадии также определяются источники инвестиционных ресурсов.

### *4. Инвестиционная стадия.*

На данной стадии производятся перерасчеты  $NPV$  и, если данный показатель упал ниже нуля, принимается решение о ликвидации или замораживании проекта или если отрицательная часть  $NPV$  меньше стоимости невозвратных при ликвидации инвестиций, то проект может быть реализован с целью сведения к минимуму потерь.

### *5. Эксплуатационная стадия.*

На этой стадии можно построить более значимую зависимость  $D(P)$  и, варьируя ценой, найти точку максимальной прибыли. Также

возможно внести дополнительные инвестиции в освоение нового оборудования, в случае если спрос будет значительно превышать  $Q$ .

Прибыль, полученная на эксплуатационной стадии, должна быть распределена на накопление и потребление. Та часть, которая выделена на накопление, добавляется к инвестиционным ресурсам для реализации последующей инновационной программы или инновационных проектов.

### Исходные данные

Предприятие реализует энергосберегающий проект с установкой когенерационных установок, число единиц  $K$  которых может варьироваться предприятием с целью максимизации доходов. Изменение числа единиц когенерационных установок приводит к соответствующему изменению первоначальных инвестиций.

Количество вырабатываемой энергии одной когенерационной установкой  $Q$  ед. энергии; минимальные инвестиции для инфраструктуры  $I_{\min}$  ден. ед.; стоимость инвестиций для освоения дополнительной единицы оборудования  $I_{\text{ед.об}}$  ден. ед.; условно-переменные издержки единицы продукции  $C$  ден. ед.; условно-постоянные издержки  $W_Q = 110 + 40K$  ден. ед.; норма амортизации 10%; срок эксплуатации проекта  $n = 7$  лет; ставка дисконта  $r = 16\%$ ; функция спроса  $D_p = 120 - 4P$  ден. ед.; максимальный объем инвестиционных ресурсов  $I_{\max} = 2500$  ден. ед. ( $P$  – цена единицы энергии, устанавливаемая предприятием, с учетом спроса на энергию).

Провести оптимизацию на основе имитационного моделирования эффективности инновационного проекта по критерию чистый дисконтированный доход.

Дисконтирование потоков произвести к нулевому году ( $t_p = 0$ ).

Цену единицы энергии принять произвольно, но не менее условно-переменных издержек единицы продукции  $C$ .

Исходные данные для расчета приведены в табл. 25.

Таблица 25

#### Исходные данные

Вариант	$Q$ , ед. энергии	$I_{\min}$ , ден. ед.	$I_{\text{ед.об}}$ , ден. ед.	$C$ , ден. ед.
1	15,0	400	200	4,5
2	15,0	400	270	4,5
3	14,0	420	230	5,1
4	15,0	440	260	4,9
5	14,2	480	250	4,8

Вариант	$Q$ , ед. энергии	$I_{\min}$ , ден. единиц	$I_{\text{ед.об}}$ , ден. единиц	$C$ , ден. единиц
6	15,4	470	240	4,7
7	13,6	460	230	4,6
6	14,8	450	220	4,5
9	13,8	440	210	4,4
10	13,5	430	200	4,3
11	14,0	420	215	4,2
12	14,2	410	225	4,1
13	14,4	480	205	4,0
14	14,6	490	235	4,1
15	14,8	470	225	4,2
16	15,2	475	215	4,3
17	14,2	460	245	4,4
18	14,4	490	225	4,5
19	14,6	450	235	4,6
20	13,8	455	215	4,7
21	14,2	485	205	4,8
22	15,5	410	200	4,9
23	14,7	420	225	5,0
24	15,4	430	210	5,0
25	14,5	500	260	5,0
26	15,0	410	270	4,5
27	14,0	420	240	5,1
28	15,0	440	260	5,0
29	14,2	470	230	4,8
30	15,2	470	240	4,7
31	15,0	420	210	5,0
32	14,0	500	200	4,5

### Порядок выполнения работы

1. Задаем первоначальную цену единицы новой продукции. Принимаем цену единицы энергии равной условно-переменным издержкам единицы продукции  $P = C$ , ден. ед.

2. Задаем произвольный шаг увеличения цены (например 3 ден. ед.) и определяем соответствующие значения функции спроса.

Расчет производим до первого отрицательного значения функции спроса.

Отрицательное значение функции спроса свидетельствует об экономически необоснованном завышении предприятием стоимости энергии.

Результаты расчета заносим в табл. 26.

## Значения функции спроса

$P$ , ден. ед.	$C$	$C + 3$	$C + 6$	...	$C + 24$	...
$D_p$ , ден. ед.						

3. Определяем объем инвестиций, необходимый для  $K$  единиц оборудования (первоначально принимаем  $K = 1-7$ ):

$$I_k = I_{\min} + I_{\text{ед.об}} K. \quad (41)$$

При этом объем инвестиций не должен превысить максимальный объем инвестиционных ресурсов  $I_{\max} = 2500$  ден. ед.

Определяем величину амортизационных отчислений и производственную мощность всего оборудования:

$$AO_k = 0,1I_k; \quad (42)$$

$$Q_k = KQ. \quad (43)$$

Результаты расчета заносим в табл. 27.

## Инвестиции, амортизационные отчисления и производственная мощность

Показатель	Число единиц оборудования $K$						
	1	2	3	4	5	6	7
Инвестиции							
$I_k$ , ден. ед.	$I_1$	$I_2$	$I_3$	$I_4$	$I_5$	$I_6$	$I_7$
$AO_k$ , ден. ед.	$0,1I_1$	$0,1I_2$	$0,1I_3$	$0,1I_4$	$0,1I_5$	$0,1I_6$	$0,1I_7$
$Q_k$ , ед. энергии	$Q$	$2Q$	$3Q$	$4Q$	$5Q$	$6Q$	$7Q$

5. По соотношению (39) определяем прибыль от реализации проекта для принятых значений цен на оборудование и различного количества единиц оборудования. Для нахождения прибыли можно воспользоваться встроенной статистической функцией «МИН» в программе Excel, входящей в Microsoft Office. Для этого в строке формул необходимо ввести например «=МИН(ссылка1;ссылка2)», где ссылки 1, 2 – ячейки с численными значениями  $D_p$ ,  $Q_k$ .

Составляем матрицу прибыли от реализации проекта для принятых значений цен на оборудование и различного количества оборудования (табл. 28). Элементы матрицы представляют собой прибыль от реализации продукции, соответствующую данной производственной мощности (см. табл. 27) и значениям функции спроса (см. табл. 26).

## Прибыль от реализации проекта

$D_p$ , ден. ед.	$Q_k$ , ден. ед.						
	Прибыль при различных производственных мощностях и значениях функции спроса, ден. ед.						
	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	$Q_4$	$Q_5$	$Q_6$	$Q_7$

При необходимости добавляем число единиц оборудования.

6. По соотношению (40) определяем  $NPV$ . При этом прибыль выбирается из табл. 28, амортизационные отчисления и инвестиции – из табл. 27.

7. Проводим оптимизацию на основе имитационного моделирования эффективности инновационного проекта по критерию  $NPV$ . Составляем матрицу, строки которой представляют собой цены на единицу новой продукции, столбцы – объем инвестиций (табл. 29).

Элементы матрицы представляют собой  $NPV$ . Элемент матрицы, который имеет максимальное числовое значение, является критерием эффективности. Строка и столбец, на пересечении которых находится данный элемент, соответствуют оптимальным ценам на продукцию и инвестициям (количеству когенерационных установок).

## Чистый дисконтированный доход

$P$ , ден. ед.	$I_k$ , ден. ед.						
	$I_1$	$I_2$	$I_3$	$I_4$	$I_5$	$I_6$	$I_7$
$C$							
$C + 3$							
$C + 6$							
$C + 9$							
...							

Пример выполнения варианта № 1 лабораторной работы в среде MS Excel приведен на рис. 28, 29.



	цена\инвест.	600	800	1000	1200	1400	1600	1800
26	цена\инвест.							
27	4,5	-160000	-200000	-240000	-280000	-320000	-360000	-400000
28	7,5	-105	-100	-95	-90	-85	-80	-120
29	10,5	-60	-10	40	90	140	118	78
30	13,5	-15	80	175	270	284	244	204
31	16,5	30	170	310	378	338	298	258
32	19,5	75	260	400	360	320	280	240
33	22,5	120	350	310	270	230	190	150
34	25,5	165	188	148	108	68	28	-12
35	28,5	-6	-46	-86	-126	-166	-206	-246
36	31,5	-312	-352	-392	-432	-472	-512	-552
37	прибыль							

Рис. 28. Определение прибыли

	цена\инвест.	600	800	1000	1200	1400	1600	1800
41	цена\инвест.							
42	4,5	-646528	-808190	-969852	-1131514	-1293176	-1454837	-1616499
43	7,5	-781,735	-880,771	-979,807	-1078,84	-1177,88	-1276,91	-1557,69
44	10,5	-600	-517,3	-434,601	-351,901	-269,202	-477,279	-758,05
45	13,5	-418,265	-153,83	110,605	375,041	312,352	31,5804	-249,191
46	16,5	-236,529	209,641	655,812	<b>811,206</b>	530,434	249,663	-31,1083
47	19,5	-54,7937	573,112	1019,28	738,511	457,74	176,969	-103,803
48	22,5	126,942	936,583	655,812	375,041	94,2692	-186,502	-467,273
49	25,5	308,677	282,336	1,56423	-279,207	-559,978	-840,75	-1121,52
50	28,5	-381,917	-662,689	-943,46	-1224,23	-1505	-1785,77	-2066,55
51	31,5	-1617,72	-1898,49	-2179,26	-2460,03	-2740,8	-3021,58	-3302,35

Рис. 29. Оптимизация инвестиционного проекта

## **Контрольные вопросы**

1. Что понимают под имитационным моделированием?
2. Что такое имитационная модель?
3. Какие переменные являются управляющими в имитационной модели, применяемой в инвестиционном проектировании? Почему?
4. Как может быть использована имитационная модель планирования инвестиций?
5. Какие критерии закладываются при использовании имитационной модели для оптимизации эффективности?
6. Что происходит с неопределенностью модели на различных стадиях инвестиционного проектирования?
7. Как происходит преломление имитационной модели планирования инвестиционных проектов на различных стадиях инвестиционного процесса?

# **ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ И ФИНАНСЫ В СФЕРЕ ЭНЕРГОСБЕРЕЖЕНИЯ**

Составители: **Дмитриченко** Александр Степанович  
**Манжинский** Сергей Анатольевич

Редактор *Ю. А. Ирхина*  
Компьютерная верстка *Д. А. Столбунов*  
Корректор *Ю. А. Ирхина*

Издатель:  
УО «Белорусский государственный технологический университет».  
ЛИ № 02330/0549423 от 08.04.2009.  
Ул. Свердлова, 13а, 220006, г. Минск.