

На заданной линиатуре 254 lpi удалось получить стабильные печатные элементы во всех зональных полях с углом наклона профиля $68 \pm 2^\circ$. Минимальный диаметр вершины стабильно воспроизводимого элемента равен ~ 10 мкм.

Важной технологией для современной флексографии является микро-растрирование плашек, которое позволяет увеличить насыщенность цветов на запечатываемых материалах. Особенно заметный эффект получают при печати спиртовыми красками. В связи с этим, нами были подготовлены тесты, содержащие множество зон с разнообразной микроструктурой плашек, с целью изучения возможности реализации микrorастрирования методом ПЛГ. Следует отметить, что более 20% микроструктур удалось получить на форме изготовленной с помощью ПЛГ. Поскольку главным критерием качества микроструктур поверхности плашек является оптическая плотность оттиска и равномерность переноса краски на запечатываемый материал, не представляется целесообразным детальное исследование качества микроструктур формы. Поэтому в дальнейшем предполагается проведение тестовой печати с целью изучения влияния микrorастрирования на качество оттиска.

УДК 004.423

И. В. Огирко, проф., д-р физ.-мат. наук;

М. Ф. Ясинский, доц., канд. техн. наук;

О. И. Огирко, канд. техн. наук

Л. М. Ясинская-Дамри, канд. техн. наук

(Украинская академия печати, г. Львов, Украина)

МОДЕЛИРОВАНИЕ УПРУГИХ ПРОЦЕССОВ В ТЕЛАХ С УЧЕТОМ ПОВЕРХНОСТНЫХ ЭФФЕКТОВ

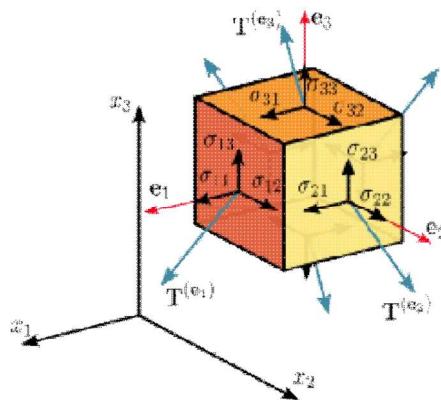
Актуальность темы. В основе исследования и прогнозирования закономерностей поведения деталей машин, а также расчёта элементов инженерных конструкций лежат математические модели механики сплошной среды [1–8]. Построение и развитие новых моделей, которые учитывают конкретный набор свойств реальных тел, относится к акту-

альным проблемам современной механики. В рамках нашего подхода, зависимость между тензорами [4–8] напряжений и деформаций принимается, в общем случае, в виде соотношений за пространственными координатами.

Деформации возникают из-за разной физической природы. Упругие деформации однозначно связаны с напряжением. Деформации ползучести связаны с приращиванием времени. Для полимеров типичной является вязкоупругая деформация. При определенной деформации наступает разрушение [7–8]. Причинами возникновения напряжений является действие внешних сил температурных полей [9–18] или прохождения в материале тела физико-химических процессов.

Цель и задачи исследования. Целью исследования является построение математической модели для изучения механических процессов в твердых телах с учетом тензорного характера. **Объектом исследования** являются упругие твердые тела, описание поведения которых нуждается в учете эффектов зависимости между напряжениями и деформациями. **Методы исследования.** В работе использованы методы математического моделирования физических процессов, неравновесной термодинамики, нелинейной механики сплошной среды при построении модели.

Тензор механических напряжений. Компоненты тензора механических напряжений (силы обозначены T).



Тензор механических напряжений —тензор второго ранга, который отображает силы, которые возникают в твёрдом теле при деформации [1–4]. Силы взаимодействия

выделенного кубика с окружающими элементами обозначены как $\mathbf{T}(e)$ и измеряются в ньютонах. Если площадь грани выделенного кубика равняется S_0 , то введены компоненты напряжений σ определяются как проекции векторов $\mathbf{T}(e) / S_0$ на оси выбранной Декартовой системы. Эти компоненты имеют размерность давления, то есть измеряются в паскалях. Для компонентов тензора напряжений установлено специальное правило знаков.

Тензор механических напряжений определяется таким образом, чтобы

$$F_i = \sum_k \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k},$$

где F — вектор силы, которая действует на единицу объема вещества.

Тензор механических напряжений симметричен относительно индексов i и k .

Тензор механических напряжений часто записывают так [4–15]:

$$\hat{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix}$$

Диагональные элементы матрицы называются напряжениями сжимания-растяжения, а недиагональные элементы отражаются как τ .

В случае, когда на тело действуют объемные силы, уравнение равновесия, набирает вида

$$\sum_k \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} = \rho g_i,$$

где ρ — плотность вещества, а g_i — компоненты объемных сил в расчете на единицу объема. Эти уравнения следует решать вместе с предельными условиями [9–15].

Тензор — математический объект, который обобщает такие понятия как скаляр, вектор, ковектор, линейный оператор и билинейная форма. В некотором базисе тензор пред-

ставляется в виде многомерной таблицы $d \times d \times \cdots \times d$ компонентами тензора. Тензором ранга (m, n) над векторным пространством V есть элемент тензорного произведения m пространств V и n спряженных пространств V^* (то есть пространств линейных функционалов (1-форм) на V):

$$\tau \in T_n^m(V) = \underbrace{V \otimes \cdots \otimes V}_m \otimes \underbrace{V^* \otimes \cdots \otimes V^*}_n$$

Сумма чисел $m+n$ называется валентностью тензора. Тензор ранга (m, n) также называется m раз контравариантным, но n раз ковариантным.

Основным свойством тензора $T_{ij\cdots}^{kl\cdots}$ является закон превращения его компонент при изменении системы координат:

$$\hat{T}_{ij\cdots}^{kl\cdots} = \alpha_{k_1}^k \alpha_{l_1}^l \cdots \beta_i^{j_1} \beta_j^{j_1} \cdots T_{i_1 j_1 \cdots}^{k_1 l_1 \cdots}, \quad (1)$$

где взаимно обратные матрицы перехода α_j^i, β_j^i являются частями производных функций, которые задают новые координаты относительно старых и наоборот:

$$\alpha_j^i = \frac{\partial \tilde{x}^i}{\partial x^j}, \quad \beta_j^i = \frac{\partial x^i}{\partial \tilde{x}^j}, \quad (2)$$

Вывод. Результаты исследования могут стать основой для расчета деталей машин и элементов конструкций [7–18], которые работают в разных условиях, в случае, когда необходимо учитывать поверхностные эффекты. Полученные результаты имеют общий характер и их можно использовать при последующих теоретических исследованиях, в частности при построении новых моделей деформирующих твердых тел.

ЛИТЕРАТУРА

1. Опірматеріалів: підруч. /Г. С. Писаренко, О. Л. Квітка, Е. С. Уманський; за ред. Г. С. Писаренка — К.: Вища школа, 1993. — 655 с.
2. Опірматеріалів: навч. посіб. для студентів ВНЗ [рекомендовано МОН] / В. І. Шваб'юк. — К., 2009. — 380 с.

3. Мильніков О. В. Опірматеріалів. Конспект лекцій / О. В. Мильніков. — Тернопіль :Вид-во ТНТУ, 2010. — 257 с.
4. Bishop, RichardL.; SamuelI. Goldberg (1980) [1968]. Tensor Analysis on Manifolds.Dover. ISBN 978-0-486-64039-6.
5. Lebedev, Leonid P.; Michael J. Cloud (2003). Tensor Analysis.World Scientific.ISBN 978-981-238-360-0.
6. Kay, David C (1988-04-01). Schaum's Outline of Tensor Calculus.McGraw-Hill.ISBN 978-0070334847.
7. Synge JL, Schild A (1978-07-01). Tensor Calculus.Dover Publications.ISBN 978-0486636122.
8. Разумова М. А. Основи векторного і тензорного аналізу: навч.посіб. / М. А. Разумова, В. М. Хотяїнцев— К. : ВПЦ «Київськийун-т», 2011. — 216с.
9. Божидарник В. В. Елементитеорії пружності / В. В. Божидарник, Г. Т. Сулим— Львів: Світ, 1994. — 560с.
10. Бурак Я. І. Оптимальний нагрів циліндричної оболонки з залежними від температури характеристиками матеріалу / Я. І. Буряк, І. В. Огірко/ Мат. методи і фіз.-мех. поля. — 1977. — Вип. 5. — С.26–30
11. Огірко І. В. Оптимальне по напрузі температурне поле в локальній області гнучкої конструкції / І. В. Огірко // Ін-т проблем міцності. — 1986. — N2. — С.69–72.
12. Ogirko I.V. A study of the elastic deformations in a thermoelastic inhomogeneous solid of revolution / I.V.Ogirko, B.E. Irkha // Journal of Mathematical Sciences. — 1996. — Volume 79. — Issue 6. — P.1469–1471.
13. Ogirkol.V. The stress-strain state of screen photopolymer plates / I.V.Ogirko, V.I. Zapotochnyi // Soviet Materials Science. — 1987. — 22 (6). — Pp. 640–643.
14. Ogirko I.V. Temperature field, optimum with regard to stresses, in a local region of a flexible structure / I.V.Ogirko// Strength of Materials. — 1986. — 18 (2). — Pp. 209–213.
15. Ogirkol.V. Stress-Optimal Temperature Field in the Local Region of a Flexible Structure / I.V.Ogirko// Problemy-Prochnosti (2). — 1986. — Pp. 69–72.

16. Огирко И. В. Напряженно-деформированное состояние фотополимерных печатных форм / Я. И. Дуб, И. В. Огирко, М. Ф. Ясинский. — Львов : Изд-во ФМИ, 1987. — 70с.
17. Огирко И. В. Оптимизация деформации печатных форм на основе теории оболочек / Р. С. Куропась, И. В. Огирко. — Львов: Выща школа. Изд-во при Львов. гос. ун-те, 1987. — 160 с.
18. Огірко І. В. Математичне моделювання друкарських форм ротаційних машин / Я. І. Дуб, І. В. Огірко, М. Ф. Ясінський. — Львів: Вища школа. Вид-во при Львів. ун-т, 1987. — 250с.

УДК 655.3.022.5

В. Б. Репета, доц., канд. техн. наук
(Украинская академия печати, г. Львов, Украина)

РАСТЕКАНИЯ УФ-КРАСОК НА ОТТИСКАХ ФЛЕКСОГРАФСКОЙ ПЕЧАТИ

Технологические процессы печати полиграфической продукции базируются на взаимодействии жидкостей с твердыми поверхностями, где важную роль играет физико-химическое явление смачивание, благодаря которому обеспечиваются растекание, краскопередача и адгезия печатных красок, праймеров, лаков и т.д.

В процессе УФ-печати краска наноситься не только на запечатываемый материал, но и на ранее нанесенные УФ-отверженные красочные слои. Иногда возникает необходимость нанести на прозрачные пленки изображение в виде плашки, например белой кроющей краской, с последующим ее запечатыванием другими красками. При этом краски будут запечатывать как полимерную пленку, так и красочный слой.

Целью нашего исследования было изучение растекания УФ-красок на незапечатанной и запечатанной поверхности полимерных пленок.