Теорема. Для того, чтобы система (1) в случае $c_{12} \neq 0$, $b_{11} \neq 0$ была модально управляема регулятором вида (2), необходимо и достаточно, чтобы было выполнено условие

$$\delta(\xi_i) \neq 0,\ i = 1,\ 2,$$

где $\delta(\xi_i) = a_{11} + b_{11}e^{-\xi_i h} - \xi_i$, $i = 1, 2$. При этом регулятор, решающий задачу модального управления имеет вид:

$$u(x_1,\ x_2) = \begin{bmatrix} -a_{21} & -a_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -b_{21} & -b_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1(t-h) \\ x_2(t-h) \end{bmatrix} +$$

$$+\begin{bmatrix} -c_{21} & -c_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1(t-2h) \\ x_2(t-2h) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} q_1(\cdot) & q_2(\cdot) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & \frac{c_{12}}{b_{11}}m \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix},$$

где $q_1(\cdot)$, $q_1(\cdot)$ – компоненты регулятора, решающего задачу модального управления для следующей системы нейтрального типа:

$$\begin{bmatrix} \dot{y}_1(t) \\ \dot{y}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & \frac{b_{11}b_{12}-a_{11}c_{12}}{b_{11}} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} y_1(t-h) \\ y_2(t-h) \end{bmatrix} +$$

$$+\begin{bmatrix} 0 & \frac{c_{12}}{b_{11}} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{y}_1(t-h) \\ \dot{y}_2(t-h) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}u_1(t).$$

Эти компоненты были получены в работе [1].

ЛИТЕРАТУРА

1. Якименко, А. А. Управление динамическими системами с запаздывающим аргументом нейтрального типа воздействием линейной обратной связи: дис. … канд. физ.-мат. наук: 01.01.02 / А. А. Якименко. – Минск, 2008. – 113 с.

УДК 532.517; 621.928

А. М. Волк, доц., канд. техн. наук
(БГТУ, г. Минск)

К РАСЧЕТУ ПЛЕНОЧНОГО ЦЕНТРОБЕЖНОГО РАСПЫЛИТЕЛЯ

Пленочные распылители находят широкое применение в технических устройствах, применяемых для тепломассопереноса, сушки, орошения, нанесения красок [1].

При расчете режимов работы данных устройств важное значение имеет режим движения пленки жидкости.

Рассмотрим стационарное осесимметричное ламинарное движение пленки вязкой жидкости по внутренней стенке вертикального конуса, вращающегося с постоянной угловой скоростью ω. Ось z цилиндрической системы координат направим вверх по оси конуса (рисунок). При малых углах β наклона образующей конуса к его оси элементарные участки поверхности рассматриваем как цилиндры.

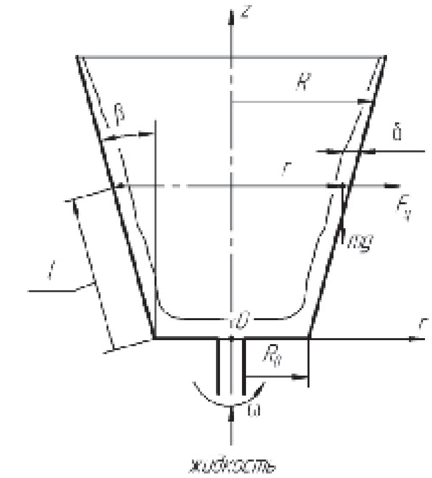

Рисунок 1 – Схема течения вязкой жидкости

Рассмотрим автомодельное решение $U = U(r)$ уравнений Навье-Стокса. В этом случае уравнения для касательной и продольной составляющих скорости принимают вид [2]:

$$\mu \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rU_{\varphi}\right)\right) = 0, \tag{1}$$

$$\mu\left(\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dU_l}{dr}\right)\right) - \rho(a_l - g_l) = 0. \tag{2}$$

Из внешних действующих сил рассматриваем проекции на образующую конуса центробежной силы и силы тяжести, которые обуславливаются центробежным ускорением и ускорением свободного падения:

$$a_l = a_r \sin\beta;\ g_l = g\cos\beta$$

Считаем, что выполняется условие прилипания на стенке цилиндра и отсутствуют касательные напряжения на границе раздела фаз:

$$U_{\varphi}\Big|_{r=R} = \omega R;\ U_z\Big|_{r=R} = 0; \tag{3}$$

$$\left.\frac{dU_{\varphi}}{dr}\right|_{r=R-\delta} = 0;\ \left.\frac{dU_l}{dr}\right|_{r=R-\delta} = 0. \tag{4}$$

Находим общие решения уравнений (1) и (2)

$$U_{\varphi} = c_1 r + \frac{c_2}{r}, \tag{5}$$

$$U_l = c_3 \ln r + \frac{a_l - g_l}{4\nu} r^2 + c_4. \tag{6}$$

Определяем произвольные постоянные из граничных условий (3), (4) и получим распределения касательной и осевой составляющих скорости:

$$U_\varphi(r) = \frac{\omega R^2}{R^2 + (R-\delta)^2} \left(r + \frac{(R-\delta)^2}{r} \right), \tag{7}$$

$$U_l(r) = \frac{a_l - g_l}{4\nu} \left[r^2 - R^2 - 2\,(R-\delta)^2 \ln\frac{r}{R} \right]. \tag{8}$$

Для дальнейшего анализа перейдем к безразмерным переменным $\tilde{r} = \frac{r}{R}$, $\tilde{\delta} = \frac{\delta}{R}$, найдем средние значения составляющих скорости, разложим полученные зависимости (5), (6) в ряд по степеням $\tilde{\delta}$ и получим:

$$\bar{U}_\varphi = \omega R \left[1 + \left(\tilde{\delta} - \frac{\tilde{\delta}^2}{2} \right) + \left(\tilde{\delta} - \frac{\tilde{\delta}^2}{2} \right)^2 + \cdots \right] \times$$

$$\times \left(1 - \tilde{\delta} + \frac{\tilde{\delta}^2}{6} + \frac{\tilde{\delta}^3}{4!} + \cdots + \frac{(k-2)!\tilde{\delta}^k}{(k+1)!} \cdots \right), \tag{9}$$

$$\bar{U}_l = \frac{(a_l - g_l)\delta^2}{6\nu} \times \left(1 - \frac{3\tilde{\delta}}{4} + \frac{18 \cdot 2!\tilde{\delta}^2}{5!} + \cdots + \frac{18k!\tilde{\delta}^k}{(k+3)!} \cdots \right). \tag{10}$$

Относительная толщина пленки $\tilde{\delta}$ величина достаточно малая по сравнению с 1, поэтому для дальнейшего анализа можем ограничиться первыми слагаемыми разложения (9) и (10). В данном случае получаем:

$$\bar{U}_\varphi = \omega R\,,\ \bar{U}_l = \frac{(a_l - g_l)\delta^2}{6\nu}. \tag{11}$$

Зависимость (11) показывает, что средняя скорость касательной составляющей скорости пленки равна соответствующей скорости конической поверхности. В данном случае центростремительное ускорение в пленке можно принять равным

$$a_r = \frac{\bar{U}_\varphi^2}{R} = \omega^2 R\,.$$

Отсюда получаем среднюю скорость пленки по направляющей цилиндрической поверхности

$$\bar{U}_l = \frac{(\omega^2 R \sin\beta - g\cos\beta)\delta^2}{6\nu}\,.$$

При заданном расходе Q жидкости рассчитываем ее удельный расход на единицу периметра конуса

$$q = \frac{Q}{2\pi R}.$$

Тогда из соотношения

$$q = \bar{U}_l \delta = \frac{(\omega^2 R \sin\beta - g\cos\beta)\delta^3}{6\nu}$$

получаем расчетную величину для толщины пленки жидкости

$$\delta = \sqrt[3]{\frac{6q\nu}{\omega^2 R \sin\beta - g\cos\beta}}.$$

Восходящее течение пленки по конической поверхности будет наблюдаться при выполнении условия

$$\omega^2 R \sin\beta - g\cos\beta > 0.$$

Откуда получаем соотношение

$$\frac{\omega^2 R}{g} > ctg\beta.$$

Полученные зависимости соответствуют физическим законам вращательного движения, позволяют оценить геометрические и гидродинамические характеристики пленочного течения, как по внутренней поверхности конуса, так и на выходе из распылителя в зависимости от исходных данных, получить режимы пленочного движения.

Обозначения: r, φ, z – цилиндрические координаты; ω – угловая скорость вращения конуса; U_z и U_φ, – осевая и касательная составляющие скорости жидкости; $\tilde{r}$ – безразмерная радиальная координата; δ, $\tilde{\delta}$ – толщина и безразмерная толщина пленки жидкости; R – радиус конуса; R_0 – радиус основания конуса; l – длина образующей конуса; ρ – плотность жидкости; m – масса жидкости; β – угол наклона образующей конуса к его оси; μ – коэффициент динамической вязкости жидкости; ν – коэффициент кинематической вязкости жидкости; Q – объемный расход жидкости; q – объемный расход жидкости, отнесенный к единице длины периметра конуса; g – ускорение свободного падения; c_1, c_2, c_3, c_4 – константы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Касаткин А. Г Основные процессы и аппараты химической технологии. – М.: Химия, 784 с.

2. Уоллис Г. Б. Одномерные двухфазные течения. – М.: Мир, 1972. – 440 с.