УДК 62-50

О.Ф.Опейко, доц., канд. техн. наук
(БНТУ, г. Минск)

СИНТЕЗ РЕГУЛЯТОРА ЗАДАННОЙ СТРУКТУРЫ ДЛЯ ЛИНЕАРИЗОВАННОГО ОБЪЕКТА

Для управления технологическим объектом с одним входом и одним выходом широко применяются регуляторы простой структуры: ПИД (пропорционально- интегро- дифференцирующие) и ПИ (пропорционально-интегрирующие), как частный случай ПИД – регуляторов. Определение параметров таких регуляторов расчетным путем требует знания модели (передаточной функции или дифференциальных уравнений) объекта управления.

Целью работы является определение параметров ПИД- регулятора расчетным путем, основываясь на редуцированной модели объекта управления.

Сигнал управления ПИД регулятора, если обозначить $e = y^*\text{-}y$ - ошибку регулирования, x_{R0} - ее интеграл, имеет вид $u = b_0 x_{R0} + b_1 e + b_2 \dot{e}$.

Уравнения регулятора и линеаризованного объекта могут быть представлены в форме

$$\dot{x}_R = A_R x_R + B_R (y^* - y), \qquad (1)$$
$$u = C_R x_R + D_R (y^* - y),$$

$$\dot{x}_P = A_P x_P + B_P u, \qquad (2)$$
$$y = C_P x_P.$$

В уравнениях (1) регулятора $x_R = (x_{R0}, x_{R1})$- вектор переменных ПИД регулятора, а матрицы параметров регулятора имеют вид

$$A_R = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\nu_R \end{bmatrix}, \qquad B_R = \begin{bmatrix} b_{R1} \\ b_{R2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \nu_R \end{bmatrix}, \ C_R = \begin{bmatrix} b_0 & -b_2 \end{bmatrix},$$
$$D_R = [d_R] = [b_1 + b_2].$$

Здесь u - скалярная величина сигнала управления, y^*, y - сигналы задания и обратной связи по выходу объекта. В уравнениях (2) объекта x_P- вектор переменных объекта, $A_P \in R^{n \times n}, B_P \in R^n$, C_P- матрицы параметров объекта, определяемые выражениями

$$A_P = \begin{bmatrix} 0 & I_{n-1} \\ -a_1 & -a_2 \ldots -a_n \end{bmatrix}, B_P = \begin{bmatrix} 0 \\ b_P \end{bmatrix}, C_P = [1 \quad 0 \ldots 0].$$

Вводя вектор $x^T = (x_R, x_P)$ и обозначения

$$A=\begin{bmatrix} A_R & -B_R C_P \\ B_P C_R & A_{PZ} \end{bmatrix}, \qquad A_{PZ}=A_P-B_P D_R C_P, \qquad B=\begin{bmatrix} B_R C_P \\ B_P C_R \end{bmatrix},$$

можно систему (1), (2) записать в виде

$$\dot{x}=Ax+By^*. \tag{3}$$

Здесь вектор x_P переменных объекта содержит медленную $x_{P12}=(x_1,x_2)^T$, и быструю $\overline{x}_P=(x_3,x_4,\dots,x_n)^T$, составляющие. Параметры регулятора должны быть рассчитаны для управления медленной составляющей движения объекта. В связи с этим матрицы A_{PZ}, $B_{PR}=B_P C_R$, B представлены состоящими из блоков.

$$A_{PZ}=\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}, B_{PR}=\begin{bmatrix} 0 \\ \overline{B}_{PR} \end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix} 0 \\ \overline{B} \end{bmatrix}.$$

Здесь

$$\overline{B}_{PR}=a_3^{-1}\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -b_P b_0 & -b_P b_2 \end{bmatrix}, \qquad \overline{B}=\begin{bmatrix} 0 \\ a_3^{-1} b_P d_R \end{bmatrix}.$$

Если матрица A_{22} устойчива и ее собственные значения превосходят по модулю требуемые по условиям качества собственные значения замкнутой синтезируемой системы, A_{21} и A_{22} допускают представление в виде

$$A_{21}=\mu^{-1}\overline{A}_{21}, \quad A_{22}=\mu^{-1}\overline{A}_{22}.$$

Учитывая малость величины μ, можно в уравнении $\mu\,\dot{\overline{x}}_P=\overline{A}_{22}\overline{x}_P+\overline{B}_{PR}x_R+\overline{B}y^*$ приближенно принять $\mu\,\dot{\overline{x}}_P\cong 0$, и тогда получим алгебраическое линейное уравнение для того, чтобы выразить переменную $\overline{x}_P$ через переменные x_1, x_2, описывающие медленную составляющую движения [1].

В результате выражение для $\overline{x}_P$ принимает вид

$$\overline{x}_P=\overline{A}_{22}^{-1}\left(-\overline{B}_{PR}x_R-\overline{B}y^*\right).$$

Редуцированная матрица замкнутой системы приобретает размер 4x4 и имеет вид

$$\overline{A}=\begin{bmatrix} A_R & -B_R\overline{C}_P \\ \tilde{B}_{PR} & \tilde{A}_{PZ} \end{bmatrix}.$$

Здесь матрицы имеют вид:

$$\overline{C}_P=[1 \quad 0], \quad \tilde{B}_{PR}=\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -b_P b_0 & -b_P b_2 \end{bmatrix}a_3^{-1}, \tilde{A}_{PZ}=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\tilde{a}_1 & -\tilde{a}_2 \end{bmatrix}$$

Значения параметров $\tilde{a}_1, \tilde{a}_2$ зависят от элементов матриц объекта и регулятора и могут быть определены путем алгебраических преобразований.

Характеристический полином замкнутой системы для редуцированной модели объекта имеет четвертый порядок и определяется выражением

$$N(s) = \det\left(Is - \overline{A}\right).$$

Если определить для замкнутой системы желаемые значения корней характеристического уравнения, можно рассчитать значения коэффициентов характеристического полинома, а по ним рассчитать требуемые значения параметров регулятора.

Преимуществом метода является простота вычислений, однако область применения ограничена объектами, допускающими редукцию их математической модели.

ЛИТЕРАТУРА

1 Моисеев, Н. Н. Асимптотические методы нелинейной механики / Н. Н. Моисеев. М.: Наука, 1969.