УДК 517.948

С. В. Пономарева, доц., канд. физ.-мат. наук (БГУ, г. Минск)

РЕШЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ПЕРВОГО РОДА В НЕКОТОРЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

Исследуются вопросы разрешимости одномерных интегральных уравнений 1-го рода с чисто логарифмическими ядрами с действительными степенями логарифмов

$$\int_a^x \ln^{\beta}(x-t)\,\varphi(t)\,dt = f(x), \quad (a<x<b<\infty,\ \beta \in \mathbb{R}) \tag{1}$$

в пространствах интегрируемых и непрерывных функций. Особое внимание уделяется пространствам функций, бесконечно дифференцируемых и исчезающих вместе со всеми своими производными (для уравнения (1)достаточно просто непрерывной дифференцируемости и равенства нулю производной на конце отрезка) на одном из концов отрезка $[a,b]$, т. к. в этом случае решение уравнения (1) может быть представлено (с использованием функций Вольтерра и интегрального оператора типа свертки с пси-функцией Эйлера) в виде

$$\varphi(t) = \left(E + \psi\right)^{-1} \int_a^x \mu_{0,-\beta}(x-t)\, f'(t)\,dt \tag{2}$$

Описание указанных функций и операторов можно найти в [1,§§1,32].

Решение уравнения

$$\int_a^x \sum_{k=0}^{m} A_{mk} \ln^k(x-t)\,\varphi(t)\,dt = f(x), \quad (a<x<b<\infty)$$

с целыми степенями логарифмов в пространствах интегрируемых и непрерывных функций было получено в терминах вспомогательной функции в [1] и в явном виде в [2].

Для более общего уравнения со степенно-логарифмическим ядром и действительной степенью логарифма

$$\frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_{-a}^{x} c(x-t)(x-t)^{\alpha-1} \ln^{\beta} \frac{\gamma}{x-t}\,\varphi(t)\,dt = f(x), \quad (a<x<b<\infty)$$

было замечено, что решение таких уравнений в пространствах $L_p(a,b)$ для $p \geq$ возможно только при $\varphi \equiv 0$.

ЛИТЕРАТУРА

1 Самко С. Г., Килбас А. А., Маричев О. И. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. – Минск: Наука и техника, 1987. – 688 с.

2 Демьянко С. В. Решение интегральных уравнений со степенно-логарифмическими ядрами в классе непрерывных функций. // Доклады НАН Беларусі. – 2001. – Т. 45, № 6. – С. 17-21.