УДК 517.982

Е. А. Шинкевич, доц., канд. физ.-мат. наук (БГТУ, г. Минск)

СТУПЕНЧАТО-ЛИНЕЙНЫЕ ФУНКЦИИ И ИХ СВОЙСТВА

Пусть X – вещественное векторное пространство, и пусть V – совокупность всех векторных подпространств из X.

Пирамидой векторных подпространств в X назовем любую полную цепь L из V.

Пусть $L(X)$ – векторное пространство вещественнозначных линейных функций, определенных на X.

Семейство F из $L(X)$ назовем *кортежем линейных функций* на X, если

а) на F определено отношение совершенного порядка $\leq$;

б) для любого $x \in$ подсемейство $F_x := \quad \in F \mid l(x) \neq$ либо пусто, либо имеет наименьший (в смысле $\leq$) элемент l_x.

Вещественнозначную функцию $c : x \to$ будем называть *ступенчато-линейной*, если над X существует максимальная пирамида векторных подпространств L такая, что

(StL1) $c(x) =$ в том и только том случае, когда $x \in$, где E_0 – вершина пирамиды L;

(StL2) для каждого $L \in L$, $L \neq$ функция

$$x \to \quad = \begin{cases} & \text{ли } x \in \\ & \text{ли } x \in \end{cases}$$

является линейной на векторном пространстве L. Здесь $\hat{L} = \bigcup \quad \in L \mid L' \subset \quad \neq \quad .$

Ступенчато-линейные функции обладают следующими свойствами.

Теорема 1. Любая ступенчато-линейная функция $c : x \to$ является однородной, т. е. $c(\alpha \quad = \alpha$ для всех $x \in$ и всех $\alpha \in$.

Теорема 2. Пусть $c : x \to$ – ненулевая ступенчато-линейная функция и L – соответствующая ей пирамида векторных подпространств над X. Тогда для произвольного $L \in L$, $L \neq$, такого, что $L \setminus \hat{L} \neq \varnothing$ справедливо равенство $c(x + \quad =$ для всех $x \in$ и $y \in$