УДК 519

В.И. Янович, доц., канд. физ.-мат. наук (БГТУ, г. Минск)

РЕКОНСТРУИРУЕМОСТЬ СИСТЕМ С ФИНИТНЫМИ НАЧАЛЬНЫМИ УСЛОВИЯМИ ПРИ ПОМОЩИ ДИСКРЕТНЫХ РЕГУЛЯТОРОВ

Рассмотрим класс F систем вида

$$\dot{x}(t) = \sum_{j=0}^{\infty}\left(A_j x(t-h_j) + B_j u(t-h_j)\right), \ t>0 \qquad (1)$$

с финитными начальными условиями $x(\tau)=0$, $\tau<\mu$, $\mu<+\infty$ - некоторое неотрицательное число.

Рассмотрим класс преобразований R_3

$$x(t) = \sum_{j=0}^{\infty} D_j\, y(t-\nu_j) = D(\exp(-p)\, y(t)), \quad t>0 \qquad (2)$$

$$y(t)=D^{-1}(\exp(-p)\, x(t) = \sum_{j=0}^{+\infty} C_j x(t-\beta_j),$$

$D(m)\ D^{-1}(m)=E$, для почти всех $m \in R_o$-множество неотрицательных чисел, Det $D(0)\neq 0$, где $p=\frac{d}{dt}$, $\exp(-p)$ – оператор сдвига $(\exp(-p\,\tau)x(t)=x(t-\tau)$.

$0\le \nu_0 < \nu_1 < \ldots$; $0=\beta_0<\beta_1<\beta_2<\ldots$ Присоединим к системе (1) регулятор

$$U(t)=\sum_{j=0}^{\infty} Q_j\, x(t-\delta_j) \qquad (3)$$

Определение. Систему (1) назовем реконструируемой в систему

$$\dot{y}(t)=\sum_{j=0}^{\infty} A_j\, y\left(t-\eta_j\right), \ t>0, \qquad (4)$$

если существуют такие регулятор (3) и преобразования (2) из R_3, что $y(t)= D(\exp(-p)\ x(t))$, где

$$x(t) = \sum_{j=0}^{\infty} A_j\, x\left(t-h_j\right) + B_j \sum_{j=0}^{\infty} Q_j\, x\left(t-h_j-\delta_j\right).$$

Отождествим систему с парой $A(\cdot)$, $B(\cdot)$ формальных матричных рядов

$$A(m)=\sum_{j=0}^{\infty}\|A_j\|\, m^{h_j},\ B(m)=\sum_{j=0}^{\infty}\|B_j\|\, m^{h_j} \qquad (5)$$

Будем считать, что существует число $m_* > 0$, такое, что матричные ряды $\sum_{j=0}^{\infty}\|A_j\|\, m_*^{h_j}$ $\sum_{j=0}^{\infty}\|B_j\|\, m_*^{h_j}$ -сходятся. Тогда при каждом K=1,2,…, $g \in R^n$ матричный ряд $\sum_{j=0}^{\infty}\left(A_j m^{h_j}\right)^k g$ сходится равномерно на $[0,m_*]$, где $0\le m<m_*$. Поэтому можно ввести числа $h_j, k_i, j=\overline{1,l_1}$; $i=\overline{1,\nu}$ обычным методом (метод Бруновского) (инварианты Кронекера).

Так как в классе F система (1) рассматривается с финитными начальными условиями, то регулятор (3) будет содержать конечное число запаздываний, зависящее от t .

Теорема Система (1) реконструируема в (4) тогда и только тогда, когда выполнены условия

$$\sum_{i=0}^{j} k_i \ge \sum_{i=0}^{j} n_i \ , \ j\epsilon[1,\min l_1, \nu].$$

Доказательство аналогичное доказательству реконструкции системы с конечным числом запаздываний.

Замечания. Можно исследовать реконструкцию системы (1), без предположения о сходимости матричных рядов. В этом случае возникают проблемы с определением n_j, k_j, что связано с понятием линейной зависимости векторов в векторном пространстве формальных матричных рядов.

УДК 517.95

Е.А. Акжигитов, канд. физ.-мат. наук, доц.
(Казахский агротехнический университет им С.Сейфуллина)

О ГЛАДКОСТИ РЕШЕНИЙ ВЫРОЖДАЮЩИХСЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Пусть Ω - открытый прямоугольник в R^2 :

$$\Omega = \{(x,y):\ 0<x<1,\quad 0<y<1\}$$

В области Ω рассмотрим вырождающееся эллиптическое уравнение

$$Lu+\lambda u = -\frac{\partial}{\partial x}\left(K(y)\,a(x)\frac{\partial u}{\partial x}\right)-\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\lambda u = f(x,y), \qquad (1)$$

где $K(y)\in {}_{\neq 0}, a(x)$ - непрерывная на отрезке [0,1] вещественная функция, удовлетворяющая условию

$$a(0)=0,\ a(x)>0 \text{ при } x>0 \qquad (2)$$

Из условия (2) видно, что вырождение в окрестности точки $O(0,0)\in\partial\Omega$ происходит неравномерно. Поэтому, обычно, в зависимости от коэффициента $a(x)$, ставят следующие краевые задачи:

1) если

$$\int_0^1 \frac{dx}{a(x)} < \infty, \qquad (*)$$

то требуется найти функцию $u(x,y)$ удовлетворяющую уравнению (1) и условиям:

$$\begin{cases} u(x,0)=u(x,1)=0 \\ u(0,y)=u(1,y)=0 \end{cases}; \qquad (3)$$

2) если $\displaystyle\int_0^1 \frac{dx}{a(x)} = \infty, \quad \int_0^1 \frac{x\,dx}{a(x)} < \infty$ (**)

то ищется функция $u(x,y)$ удовлетворяющая (1) и условиям: