УДК 517.977

В.М. Марченко, проф., д-р физ.-мат. наук (БГТУ, г. Минск)

STATE SPACE METHOD FOR HYBRID DISCRETE-CONTINUOUS SYSTEMS WITH CONTROL

For hybrid discrete-continuous linear nonstationary systems, we introduce the notion of an s-state by minimal information.

Consider the following non-stationary discrete-continuous system

$$\dot{x}_1(t) = A_{11}(t)x_1(t) + A_{12}(t)x_1(t_0+kh) + B_1(t)u(t),\ t \in [t_0+kh, t_0+kh+h), \tag{1a}$$

$$x_2(t_0+kh+h) = A_{21}(t_0+kh)x_1(t_0+kh) + A_{22}(t)x_2(t_0+kh) + B_2(t_0+kh)u(t_0+kh),\ \mathrm{k}=0,1,\dots \tag{1b}$$

with the initial conditions $x_1(t_0) = x_{10},\ x_2(t_0-h) = x_{20}$.

Definition. Let $s \geq 0$, and let ${}_s\aleph_{t_0}$ be the linear operator defined as follows:

$${}_s\aleph_{t_0}(x_{10}, x_{20}, u) = (\gamma_1, \gamma_2, \gamma),\ {}_s\aleph_{t_0}(x_{10}, x_{20}, u) = (\gamma_1, \gamma_2, \gamma),$$

where $\gamma_1 = x_1(t_0+s, t_0, x_{10}, x_{20}, u),\ \gamma_2 = x_2(t_0 + T_{t_0+s}h + h, t_0, x_{10}, x_{20}, u)$,

$\gamma(\tau) = A_{12}(\tau)x_2(t_0 + T_{t_0+s}h)$ a.e. $\tau \in [t_0+s, t_0+T_{t_0+s}h+h]$.

The quantity ${}_s\aleph_{t_0}(x_{10}, x_{20}, u)$ is referred to as the *s-information of the solution,* and the operator ${}_s\aleph_{t_0}$ is referred to as the *s-informer of system* (1a), (1b).

Lemma. Denote $x(\cdot) = (x_1(\cdot), x_1(\cdot))$. Then the s-information accumulates the minimum information on the solution prehistory sufficient for its unique determination in the future in the sense that

$$x_1(t, t_0, x_{10}, x_{20}, u) = x_1(t, t_0, x_{10}^0, x_{20}^0, u^0),\ u(t) = u^0(t), t > t_0 + s$$

$$\Leftrightarrow {}_s\aleph_{t_0}(x_{10}, x_{20}, u) = {}_s\aleph_{t_0}(x_{10}^0, x_{20}^0, u^0).$$

Along with the basic control system (1a), (1b) consider the dual observation system (with reverse time, $\tau <$):

$$x_1(t, t_0, x_{10}, x_{20}, u) = x_1(t, t_0, x_{10}^0, x_{20}^0, u^0),\ u(t) = u^0(t), t > t_0 + s$$

$$\Leftrightarrow {}_s\aleph_{t_0}(x_{10}, x_{20}, u) = {}_s\aleph_{t_0}(x_{10}^0, x_{20}^0, u^0).$$

Along with the basic control system (1a), (1b) consider the dual observation system (with reverse time, $\tau < t_*$):

$$\frac{\partial}{\partial \tau} x_1^*(t_*, \tau) + A_{11}'(\tau)x_1^*(t_*, \tau) = 0,$$

$$x_2^*(t_*, t_0+kh-h) = A_{22}'(t_0+kh)x_2^*(t_*, t_0+kh) + \int_{t_0+kh}^{t_0+kh+h} A_{12}'(\tau)x_1^*(t_*, \tau)d\tau,$$

$$x_1^*(t_*, t_0+kh-0) - x_1^*(t_*, t_0+kh+0) = A_{21}'(t_0+kh)x_2^*(t_*, t_0+kh),\ \mathrm{k}=0,1,\dots$$

$$x_1^*(t_*, t_*) = x_{10}^*,\ x_2^*(t_*, t_0+T_{t^*}h) = x_{20}^*,\ x_1^*(t_*, \tau) = x_{10}^*(t_*, \tau) \text{ a.e. } \tau \in [t_0, t_0+T_{t^*}h+h],$$

with the output

$$y_1(t_*, \tau) = B_1'(\tau)x_1^*(t_*, \tau),\ \tau < t_*,$$

$$y_2(t_*, t_0+kh) = B_2'(t_0+kh)x_1^*(t_*, t_0+kh),\ k = T_{t^*} = \left[\frac{t_* - t_0}{h}\right], T_{t^*} - 1, \dots$$

This permits one to suggest a common approach to the statement of a controllability problem for control systems of the form (1a), (1b) in the sense of controllability of their states and to construct a dual observation system and justify the principle of duality between controllability and observability problems as well.

УДК 517.977

И.М. Борковская, доц., канд. физ.-мат. наук (БГТУ, г. Минск)

СТАБИЛИЗИРУЕМОСТЬ СИСТЕМ С ЗАПАЗДЫВАЮЩИМ АРГУМЕНТОМ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА ВОЗДЕЙСТВИЕМ РАЗНОСТНЫХ РЕГУЛЯТОРОВ

Наличие свойства стабилизируемости – одно из основных требований, предъявляемых к реальным системам регулирования. Оно гарантирует существование линейной обратной связи, обеспечивающей асимптотическую устойчивость замкнутой системы управления. В докладе исследуется стабилизируемость систем третьего порядка с запаздывающим аргументом.

Рассмотрим систему с запаздывающим аргументом вида:

$$\begin{gathered} \dot{x}(t) = Ax(t) + A_1 x(t-h) + bu(t), t > 0, \\ u(\cdot) \in R, x(\cdot) \in R^3, A \in R^{3\times 3} A_1 \in R^{3\times 3}. \end{gathered} \tag{1}$$

Присоединим к системе (1) линейную обратную связь в виде разностного регулятора

$$u(t) = q_0' x(t) + q_1' x(t-h), \ q_0, q_1 \in R^3. \tag{2}$$

Систему (1) назовем стабилизируемой регулятором (2), если найдется линейная обратная связь вида (2), что замкнутая система (1), (2) является асимптотически устойчивой.

В докладе представлены результаты, представляющие собой достаточные условия системы с запаздывающим аргументов третьего порядка.

Утверждение. Система (1) стабилизируема регулятором (2), если выполняются следующие условия:

1) $a_{13} = -a_{12}, a_{13}^1 = -a_{12}^1$;

2) $(-a_{11}, -a_{11}^1) \in \Omega, (-a_{22} - a_{23}, -a_{22}^1 - a_{23}^1) \in \Omega, (-a_{22} + a_{23}, -a_{22}^1 + a_{23}^1) \in \Omega,$

где Ω - область, границы которой описываются линиями

$$\beta = -\alpha, \ \begin{cases} \alpha + \beta \cosh g, \\ g - \beta \sinh g, \end{cases} \ 0 < g < \frac{\pi}{h},$$

где a_{ij}, a_{ij}^1 - элементы матриц A и A_1 соответственно.

Предложены формулы для подсчета коэффициентов стабилизирующих регуляторов.