

УДК 502.174.1

Е. В. Опимах

Белорусский государственный технологический университет

**РАСЧЕТ ПНЕВМАТИЧЕСКОГО АЭРАТОРА
КОЛОННОГО ФЛОТАЦИОННОГО АППАРАТА
ДЛЯ РАЗДЕЛЕНИЯ СМЕСИ ИЗМЕЛЬЧЕННЫХ ПЛАСТМАСС**

В статье показаны некоторые отличительные особенности процесса флотации измельченных пластмасс и минеральных руд, обуславливающие необходимость учитывать эти особенности при расчете пневматического аэратора. Рассмотрено равновесие сил, действующих на дисперсную фазу при движении ее с постоянной скоростью. Приведено аналитическое решение Адамара – Рыбчинского для установившейся скорости дисперсной фазы при движении в ламинарном режиме. Показано влияние присутствия поверхностно-активных веществ в дисперсионной фазе на сопротивление и скорость движения сферических пузырьков. В работе использованы известные эмпирические зависимости для определения скорости установившегося движения дисперсной фазы в переходном режиме. Добавлено условие сохранения газовыми пузырьками сферической формы, учтено взаимодействие их с окружающей дисперсионной средой и друг с другом. Математическое описание дополнено условием всплытия комплекса «пузырек – частица», соотношением объемов дисперсных фаз в комплексе, условием равновесия пузырька на твердой частице. Рассмотрено истечение газа в дисперсионную фазу. Предложена наиболее простая в изготовлении конструкция аэратора, которая обеспечивает достаточную равномерность распределения пузырьков газа по сечению аппарата. Приведены зависимости для расчета конструкции аэратора, которые дополнены условием свободного осаждения частиц ниже уровня аэратора.

Ключевые слова: движущая сила, спираль Архимеда, сила сопротивления, модель, поверхностное натяжение, угол смачивания.

Ye. V. Opimakh

Belarusian State Technological University

**CALCULATION OF PNEUMATIC AERATORS
FOR THE COLUMN FLOTATION APPARATUS
FOR SEPARATING A MIXTURE OF SHREDDED PLASTIC**

This article reveals some features of the flotation process of the shredded plastic and flotation of mineral ores causing the need to consider these features while the air aerator calculating. The balance of forces influencing the disperse phase while moving at a constant speed was considered. The Hadamard–Rybczynski analytical solution to the dispersed phase terminal velocity within the laminar mode has been established. It was found out that the presence of surfactants in the dispersion phase influences the resistance and the speed of spherical bubbles. The most popular empirical relationships were used to determine the speed of established movement of the dispersed phase in the transition mode. The condition of the gas bubbles preservation in a spherical form has been added; their interaction with the dispersion medium and with each other has been taken into consideration. The mathematical description was supplemented with the condition of a “bubble – particle” complex emergence; also with the ratio of dispersed phase capacity in the aggregate; with the bubble equilibrium condition on a solid particle. The outflow of gas into the dispersion phase has been examined. The most simple construction for aerator manufacture was introduced which allows gas bubbles to spread around the cross section of the apparatus uniformly. The dependencies of the aerator construction calculation have been suggested; besides, they have been supplemented with the condition of free settling of the particles which are below the aerator.

Key words: driving force, spiral of Archimedes, resistance force, model, surface tension, wetting angle.

Введение. Процесс флотации возник задолго до широкого распространения и использования пластмасс и применялся для обогащения полезных ископаемых, очистки воды, в пищевой, химической и других отраслях промышленности. Однако преобладающая часть научных разработок в области флотации была выполнена для обогащения минеральных руд. В последние годы флотация стала перспектив-

ным направлением при вторичной переработке полимерных материалов.

Перед флотацией, на стадии подготовки, все материалы подвергаются измельчению. В отличие от минеральных руд, которые измельчают в основном в молотковых, щековых дробилках, стержневых, шаровых или роторно-центробежных мельницах, в которых преобладают ударные и истирающие нагрузки, пласт-

массы измельчают чаще в шредерных или ножевых машинах, где преобладают режущие нагрузки. Поверхность измельченных пластмасс менее развита из-за пластичных, вязких свойств, присущих полимерам, а также из-за способа измельчения. Размер частиц измельченных пластмасс, поступающих на флотацию, больше чем при флотации минеральных материалов из-за низкой относительной плотности и более удобной дальнейшей переработки (например, сушки). По этим причинам комплекс «пузырек – частица» менее стабильный. Турбулентные потоки в рабочем объеме флотационного аппарата для разделения смеси измельченных пластмасс отрицательно влияют на эффективность флотации. Следовательно, наличие движущихся частей в рабочем объеме аппарата не желательно.

В то же время при минеральной флотации чаще используют механические мешалки для турбулизации пульпы и дополнительного диспергирования пузырьков. Иногда и вовсе аэрация пульпы происходит только механическим способом. При флотации минеральных руд происходит массообмен между рудой и жидкостью (взаимная диффузия фаз и флотореагентов, ионообменные процессы), присутствует термодинамический эффект этих процессов.

Иные физико-химические свойства измельченных пластмасс обуславливают необходимость учитывать эти особенности при создании нового оборудования для каждого этапа технологии флотационного разделения смеси измельченных пластмасс.

При флотационном разделении таких материалов в рабочей жидкости (дисперсионной фазе) одновременно находятся *пузырьки воздуха, твердые частицы и комплексы «пузырек – частица»* (далее, для их обобщения, будет использован термин *дисперсная фаза*).

Определяющим фактором в процессе флотации является режим движения фаз в рабочем объеме аппарата. В общем случае режим движения зависит от размера и соотношения дисперсных фаз, вязкости газа и жидкости, плотности частицы и жидкости, поверхностного натяжения жидкости, концентрации поверхностно-активных веществ (ПАВ), температуры жидкости, ее кислотности, давления жидкости, давления газа в пузырьке, парциального давления газа, растворенного в жидкости, диффузии газа и ПАВ и других параметров [1]. Однако с точки зрения конструирования колонного флотационного аппарата с пневматической аэрацией решающую роль имеют размер, количество и равномерность распределения пузырьков.

Целью работы являлось создание математического описания, учитывающего стесненное

взаимодействие фаз, для определения оптимальных конструктивных параметров пневматического аэратора.

Основная часть. Исходными величинами, используемыми при расчете пневматического аэратора, выступали температура и плотность дисперсионной фазы, размеры и плотности дисперсных фаз (газовой и твердой), внутренний диаметр аппарата, диаметр трубки аэратора, поверхностное натяжение рабочей жидкости, угол смачиваемости, оптимальное соотношение жидкой и газовой фаз, определяемое экспериментально, а также динамическая вязкость жидкости μ_1 , Па·с, которую для воды рассчитывают по формуле [2]:

$$\mu_1 = 2,414 \cdot 10^{-5} \cdot 10^{\frac{247,8}{T_1 - 140}}, \quad (1)$$

где T_1 – температура жидкости, К.

Одна из задач гидродинамики, которая лежит в основе расчета многих технологических процессов, заключается в определении скорости установившегося движения твердых частиц, пузырей или капель в неподвижной жидкости с учетом взаимодействия их с окружающей дисперсионной средой и друг с другом.

Время, в течение которого частица достигает постоянной скорости, ничтожно мало (сотые доли секунды) после начала движения [3]. Так, например, время практического разгона пузыря с $R = 0,1$ мм имеет порядок 10^{-5} с, а пузыря с $R = 5$ мм – порядок 10^{-3} с [1].

Сначала рассмотрим движение одиночной сферической дисперсной фазы в жидкости. В этом случае на нее действуют сила тяжести G , сила Архимеда F_A и сила сопротивления среды F_C , при равновесии которых частица движется с постоянной скоростью $\omega = \text{const}$. Условие равновесия этих сил имеет вид

$$\vec{G} + \vec{F}_A + \vec{F}_C = 0.$$

Силы тяжести G , Архимеда F_A всегда противоположно направлены, и их разность называется движущей силой $F_{дв}$, которая обусловлена разностью плотностей дисперсной и дисперсионной фаз:

$$F_{дв} = \frac{\pi d_2^3}{6} g |\rho_1 - \rho_2|, \quad (2)$$

где g – ускорение свободного падения ($9,81 \text{ м/с}^2$); ρ_1 – плотность дисперсионной фазы (плотность среды), кг/м^3 ; ρ_2 – плотность дисперсной фазы, кг/м^3 ; d_2 – диаметр дисперсной фазы, м.

Равная по модулю противодействующая движущей силе (при установившемся движении) является сила сопротивления среды F_C .

Независимо от режима движения и формы твердого тела, движущегося в жидкости, сила сопротивления среды F_c может быть выражена в общем виде законом Ньютона [3]:

$$F_c = \xi S \frac{\rho_1 \omega^2}{2}, \quad (3)$$

где ξ – коэффициент сопротивления среды, зависящий от режима движения и формы обтекаемого тела; S – площадь проекции тела на плоскость, перпендикулярную к направлению его движения (для сферы равная $\pi d_2^2 / 4$), м²; ω – скорость, м/с.

На первый взгляд формула выглядит простой. Однако получить точное теоретическое решение из уравнений Стокса для силы или коэффициента сопротивления можно только для относительно небольших пузырьков стабильной сферической формы при их ламинарном движении.

Приведем одно из наиболее важных аналитических решений для установившейся скорости дисперсной фазы (скорости осаждения или скорости всплытия). Данное решение впервые независимо друг от друга получили Адамар [4] и Рыбчинский [5] для малых значений числа Рейнольдса [6–8]:

$$\omega = \frac{1}{6} \frac{g d_2^2}{\mu_1} |\rho_1 - \rho_2| \left(\frac{1 + \frac{\mu_2}{\mu_1}}{2 + 3 \frac{\mu_2}{\mu_1}} \right). \quad (4)$$

Соотношение (4) охватывает весь диапазон изменения отношения вязкостей фаз μ_2 / μ_1 . В предельных случаях $\mu_2 / \mu_1 \rightarrow 0$ (газовый пузырек в вязкой жидкости) и $\mu_2 / \mu_1 \rightarrow \infty$ (твердая частица в жидкости или газе) эти формулы принимают вид (5) и (6) соответственно:

$$\omega = \frac{1}{3} \frac{g d_2^2 \Delta \rho}{\mu_1}, \quad (5)$$

$$\omega = \frac{2}{9} \frac{g d_2^2 \Delta \rho}{\mu_1}. \quad (6)$$

Сопоставление экспериментальных данных об изменении скорости всплывающих газовых пузырьков в различных растворах без специальных мер по очистке жидкостей [8–10] с экспериментальными данными, при получении которых тщательно учитывались требования чистоты водных растворов, показали, что теоретические зависимости (5) применимы лишь для растворов, свободных от ПАВ.

А. Н. Фрумкин и В. Г. Левич [11] показали, что даже очень малые количества ПАВ, адсор-

бируясь на поверхности пузыря, приводят к ее «затвердеванию», подавляя внутреннюю циркуляцию жидкости, так что реальное всплытие пузырька идет по закону Стокса для твердой частицы (6).

Это объясняется тем, что ПАВ, переносимые вместе с потоком жидкости, распределяются по поверхности пузырька вблизи точки набегающего потока. Затем течение жидкости вызывает перемещение ПАВ вдоль поверхности пузырька газа в сторону кормовой области пузырька. Возникающий при этом градиент поверхностного натяжения вызывает движение жидкости вдоль поверхности пузырька в направлении, противоположном направлению набегающего потока. Реальная скорость течения жидкости вблизи газового пузырька, таким образом, уменьшается при наличии ПАВ. При этом ПАВ увеличивают сопротивление, которое пузырек оказывает набегающему на него потоку жидкости.

Тот же эффект был обнаружен А. В. Городецкой и для пузырей больших размеров [1], и в области промежуточных чисел Re [12], определяемых по формуле (7).

Коэффициент сопротивления и скорость движения сферических пузырьков, на которые оказывает влияние наличие ПАВ в жидкости, следует рассчитывать по уравнениям, полученным для твердых частиц [12, 13]. Поэтому в работе рассматриваем пузырек и комплекс «пузырек – частица» как твердые частицы, но только при условии сохранения сферичности пузырьков, что, в свою очередь, зависит от режимов движения. Сферичность пузырька может сохраняться вплоть до $Re < 500$ [10, 7]. Более точно определить форму пузыря можно с помощью значений чисел Рейнольдса, Мортон и Этвеша (Бонда).

Как говорилось выше, точное теоретическое решение для движения дисперсной фазы можно получить только для относительно небольших ее размеров стабильной сферической формы, что соответствует малым значениям числа Рейнольдса. Для умеренных и больших чисел Рейнольдса используют численные методы или эмпирические зависимости, которые для каждого случая имеют свою погрешность. Число Рейнольдса определяется по известной формуле:

$$Re = \frac{\omega \rho_1 d_2}{\mu_1}. \quad (7)$$

Для определения режима движения дисперсной фазы можно избавиться от неизвестной скорости ω . Для этого необходимо выразить ее квадрат из условия равновесия (2) и (3), а также выразить ω из (7) и возвести в квадрат. Приравняв ω^2 , получим

$$\text{Re}^2 \xi = \frac{4}{3} \text{Ar}, \quad (8)$$

где Ar – критерий Архимеда, характеризующий соотношение между архимедовой силой и вязкими силами в основном потоке:

$$\text{Ar} = \frac{g d_2^3 \rho_1 |\rho_1 - \rho_2|}{\mu_1^2}. \quad (9)$$

Полностью безынерционное обтекание сферы является адекватным эксперименту лишь в предельном случае $\text{Re} \rightarrow 0$. Уже при $\text{Re} = 0,05$, по данным [7], погрешность формулы (6) составляет 1,5–2%, а при $\text{Re} = 0,5$ находится в пределах 10,5–11%. По этой причине формулой (6) можно пользоваться только при $\text{Re} < 0,2$ (максимальная погрешность в этом случае не превышает 5%).

Во многих литературных источниках [1, 3, 10, 14] приведена эмпирическая зависимость для получения решения при переходном режиме (режим Адамара – Рыбчиского или ламинарного пограничного слоя) для $2 < \text{Re} < 500$, что соответствует $36 < \text{Ar} < 83\,000$:

$$\text{Re} = 0,152 \text{Ar}^{0,715}. \quad (10)$$

При увеличении размеров газового пузырька до чисел $\text{Re} > 500$ увеличивается динамическое воздействие жидкой среды и уменьшается влияние силы поверхностного натяжения на форму пузырька. Начинают проявляться эффекты пульсации формы пузырька из-за внутренних циркуляций газа, подвижности поверхности раздела фаз и неравномерного распределения давления на ней. Происходит деформация формы пузырька и отклонение его формы от сферической. В свою очередь, неустойчивость формы крупного пузырька приводит к изменениям скорости и нарушениям вертикальной траектории его всплытия, которая приобретает форму сплюсненной спирали с тенденцией к увеличению среднего диаметра ее витка по мере подъема пузырька, рис. 1.

При движении комплекса «пузырек – частица» по такой траектории происходит отрыв частицы от пузырька под влиянием турбулентности. При этом возможны два механизма отрыва.

Первый механизм заключается в «срезе» частицы с пузырька под действием некомпенсированных сил, появляющихся в результате турбулентных пульсаций. Причинами этих сил являются разность давлений на противоположных сторонах частиц и касательные напряжения, возникающие благодаря градиенту скорости. Второй механизм основан на том, что отрыв частиц от пузырька происходит под действием центробежных сил, появляющихся при

движении комплекса «пузырек – частица» по криволинейной траектории.

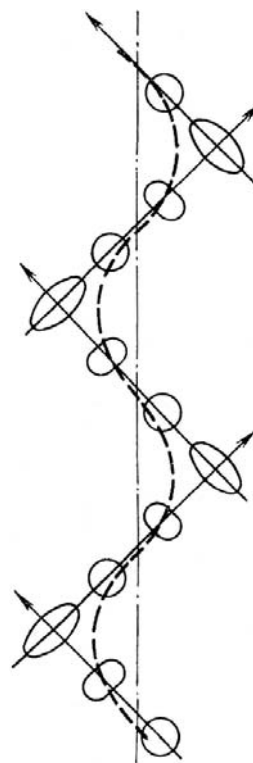


Рис. 1. Траектории всплытия крупного пузырька

Следовательно, флотационное разделение смеси измельченных пластмасс возможно лишь в случае сохранения газовыми пузырьками сферической формы:

$$\text{Re} < 500. \quad (11)$$

Определив по формуле (10) значение числа Re , из формулы (7) можно выразить скорость движения одиночного пузырька ω_0 , м/с.

Что касается твердых тел, которые чаще имеют нешарообразную форму, и комплексов «пузырек – частица», в качестве d_2 принимают диаметр эквивалентного шара $d_2 = d_3$, имеющего такой же объем V , м^3 , что и данное тело:

$$d_3 = \sqrt[3]{\frac{6V}{\pi}}. \quad (12)$$

Для движения тел, отличающихся по форме от шара, режим движения определяется также числом Re . При этом границы режимов можно принимать такие же, как и для движения сферических частиц. Однако величина ξ зависит не только от числа Re , но и от фактора формы Φ , который определяется согласно уравнению [3]:

$$\Phi = \frac{S_{\text{ш}}}{S_{\text{т}}}, \quad (13)$$

где $S_{ш}$ – поверхность шара, имеющего тот же объем, что и рассматриваемое тело поверхностью S_T . Для некоторых геометрических тел значение Φ можно найти в справочной литературе.

Далее вычисляют скорость осаждения ω_0 , умножают ее на поправочный коэффициент формы Φ и находят скорость осаждения ω_Φ частицы неправильной формы.

Поскольку в подавляющем большинстве реальных дисперсных систем движение ансамбля частиц, как правило, происходит в объемах, ограниченных стенками аппарата, учет гидродинамического взаимодействия объектов представляется весьма важным.

Так, движение дисперсной фазы в ограниченном пространстве из-за замещения объемов должно индуцировать встречный поток жидкости. Поэтому сила сопротивления должна быть больше, а скорость осаждения меньше, чем для одиночной частицы в безграничном пространстве.

В случае движения ансамблей с очень большим количеством частиц реализация метода отражений, используемого для нескольких частиц (2–4), а тем более построение точных решений в многосвязной области, оказываются практически невозможными. Одной из распространенных приближенных моделей двухфазных сред в этом случае является ячеечная модель. В рамках этого подхода полагается, что вся рассматриваемая дисперсная система может быть разбита на ряд одинаковых ячеек. В центре каждой ячейки, форма которой для удобства принимается сферической, находится одна частица. Размер ячейки определяется по концентрации частиц.

Использование ячеечной модели позволяет свести задачу описания гидродинамического воздействия частиц к решению уравнения Навье – Стокса в области, ограниченной двумя концентрическими сферами. Выбор граничного условия существенным образом определяет модель силового взаимодействия частицы, находящейся в центре ячейки, с другими частицами. Подробный сравнительный анализ различных вариантов граничных условий выполнен в [15], где для каждого из них получены решения. Там же [15] проводилось сопоставление установленных скоростей, полученных на основании ячеечных моделей с многочисленными экспериментальными данными. В качестве наиболее точного результата дает модель, которая приводит к формуле

$$\omega = -\frac{2}{3} \omega_0 \left(\frac{\frac{\frac{1}{\phi^3} - 1}{\frac{2}{\phi^3} - 1} - \frac{\frac{5}{\phi^3} - 1}{W \left(\frac{2}{\phi^3} - 1 \right)} - \frac{W}{Y}} \right), \quad (14)$$

где ϕ – отношение объемов газовой и жидкой фаз над аэратором, оптимальное значение которого является исходной величиной и определяется экспериментально; параметры W и Y определяются по формулам (15) (16):

$$Y = 2 + \frac{2\mu_1}{\mu_2} + \phi^3 \left(3 - \frac{2\mu_1}{\mu_2} \right); \quad (15)$$

$$W = 3 + \frac{2\mu_1}{\mu_2} + 2\phi^3 \left(1 - \frac{\mu_1}{\mu_2} \right). \quad (16)$$

Для тел неправильной формы вместо ω_0 используют ω_Φ .

Скорость движения комплекса «пузырек – частица» определяется как скорость твердой частицы неправильной формы с плотностью ρ_k :

$$\rho_k = \frac{\rho_1 V_n + \rho_ч V_ч}{V_n + V_ч}. \quad (17)$$

Запишем условие всплытия комплекса:

$$\rho_1 > \rho_k.$$

Из условия того, что при всплытии комплекса движущая сила пузырька должна быть больше движущей силы частицы, получим соотношение объемов дисперсных фаз:

$$V_n > V_ч (\rho_{отн} - 1),$$

где $\rho_{отн}$ – относительная плотность частицы в жидкости, равная $\rho_ч / \rho_1$.

Также должно выполняться условие закрепления частицы на пузырьке при движении комплекса «пузырек – частица», которое можно вывести следующим образом.

Сила прилипания пузырька $F_{пр}$, с которой он удерживается поверхностью полимера, действует по периметру площади контакта пузырька и частицы и равна произведению величины этого периметра πd_k на значение вертикальной составляющей поверхностного натяжения $\sigma \sin \theta$, как бы притягивающего твердую поверхность к оболочке пузырька:

$$F_{пр} = \pi d_k \sigma \sin \theta, \quad (20)$$

где d_k – диаметр окружности, m , по которой пузырек прикрепляется к твердой поверхности; σ – поверхностное натяжение рабочей жидкости на границе с газовой фазой, H/m , определяемое стагмометрическим методом; θ – краевой угол смачивания, измеряемый методом лежащей капли в градусах.

Необходимо учесть, что давление внутри пузырька больше гидростатического давления в окружающей жидкости вследствие ка-

пиллярного давления, определяемого по формуле Лапласа для сферы [1]:

$$\Delta p_{\sigma} = \frac{4\sigma}{d_2}. \quad (21)$$

Давление газа во всех участках пузырька практически одинаково, а давление воды у основания пузырька возрастает по сравнению с давлением у его вершины на величину гидростатического давления ρgh , где h – высота пузырька, м.

Разница давлений в жидкости и газе у основания пузырька составит

$$\Delta p = \frac{4\sigma}{d_2} - \rho gh. \quad (22)$$

Эта разница давлений внутри пузырька и вне его приводит к появлению добавочной силы отрыва $F_{\Delta p}$, равной произведению площади контакта $\pi d_k^2 / 4$ на величину добавочного давления Δp :

$$F_{\Delta p} = \frac{\pi d_k^2}{4} \left(\frac{4\sigma}{d_2} - \rho gh \right). \quad (23)$$

Рассмотрим комплекс «пузырек – частица» как два тела, соединенные между собой невесомой жесткой связью. На каждое из тел действует движущая сила $F_{дв}$ (2) и сила сопротивления F_c (3). Для закрепления частицы на пузырьке реакция связи должна быть меньше разности силы прилипания пузырька $F_{пр}$ (20) и добавочной силы отрыва $F_{\Delta p}$ (23):

$$F_{дв} - F_c < F_{пр} - F_{\Delta p}. \quad (24)$$

Уравнение (24) называется полным условием равновесия пузырька на твердой частице.

Для получения выражения, связывающего диаметр отверстия аэратора d_1 и диаметр пузырька d_2 , образующегося на этом отверстии, составим баланс сил в момент отрыва пузырька.

Если пренебречь силами инерции, то работа образования пузыря складывается из работы L_{σ} на изменение свободной поверхности раздела фаз и работы L_s против силы гидравлического сопротивления перемещению этой границы при росте пузыря на отверстии.

При сферической форме поверхности раздела работа против силы поверхностного натяжения равна [1]

$$dL_{\sigma} = 8\pi\sigma R dR, \quad (25)$$

где R – радиус газового пузырька.

Элементарная работа против сил гидравлического сопротивления равна

$$dL_s = \xi \frac{\rho_1 \omega^2}{2} \pi R^2 dR, \quad (26)$$

где ω – относительная скорость перемещения границы раздела. При слабой конвекции жидкости

$$\omega \approx \frac{dR}{dt}. \quad (27)$$

Из уравнения сплошности течения газа имеем

$$\pi R_{1отв}^2 \omega_{1отв} dt = 4\pi R^2 dR, \quad (28)$$

где $\omega_{1отв}$ – скорость течения газа в отверстии радиусом $R_{1отв}$.

$$\frac{dR}{dt} = \frac{\omega_{1отв}}{4} \left(\frac{R_{1отв}}{R} \right)^2. \quad (29)$$

Отношение элементарных работ против сил поверхностного натяжения и гидравлического сопротивления равно (25)–(27) и (29):

$$\frac{dL_{\sigma}}{dL_s} = \frac{256\sigma R^3}{\xi \rho_1 \omega_{1отв}^2 R_{1отв}^4} dR. \quad (30)$$

Например, для истечения воздуха в воду значение L_{σ} на порядок больше L_s . Максимальное значение коэффициента сопротивления для переходного режима соответствует $Re = 2$ ($\xi \approx 12$), тогда $L_s < 0,05 L_{\sigma}$, а уже при $Re > 25$ $L_s < 0,01 L_{\sigma}$. Следовательно, влиянием сил гидравлического сопротивления можно пренебречь и $L = L_{\sigma}$.

Тогда баланс сил в момент отрыва пузырька будет иметь вид

$$\frac{1}{6} \pi d_2^3 g (\rho_1 - \rho_2) = \pi D_{1отв} \sigma. \quad (31)$$

Формула (31) является выражением, связывающим диаметр отверстия аэратора $D_{1отв}$ и диаметр пузырька d_2 , образующегося на этом отверстии.

Получив выражение для определения диаметра отверстия аэратора $D_{1отв}$, определим их количество N через расход газа в аппарате G , м³/с:

$$N = \frac{4G}{\omega_{1отв} \pi D_{1отв}^2}. \quad (32)$$

Расход газа можно выразить через скорость движения газовых пузырьков в аппарате с диаметром D , м, и через оптимальное соотношение фаз φ . Для этого запишем выражение для φ

$$\varphi = \frac{V_{2 \text{ в ап.}}}{V_{\text{аэр. слоя}} - V_{2 \text{ в ап.}}}, \quad (33)$$

где $V_{2 \text{ в ап.}}$ – объем газовой фазы в аппарате, м^3 ; $V_{\text{аэр. слоя}}$ – объем аэрируемого слоя, м^3 , определяемый по формуле

$$V_{\text{аэр. слоя}} = H_{\text{аэр. слоя}} \frac{\pi D^2}{4}, \quad (34)$$

где $H_{\text{аэр. слоя}}$ – высота аэрируемого слоя, м.

Объем газовой фазы над аэратором зависит от расхода газа и времени всплытия газовых пузырьков $t_{\text{вспл}}$, которое может быть выражено через высоту аэрируемого слоя и скорость движения газовых пузырьков ω , м/с:

$$V_{2 \text{ в ап.}} = G t_{\text{вспл}} = G \frac{H_{\text{аэр. слоя}}}{\omega}. \quad (35)$$

Подставив (34) и (35) в (33) и выразив расход газа, получим

$$G = \frac{\pi D^2 \omega \varphi}{4(1 + \varphi)}. \quad (36)$$

Тогда формула (32) примет вид

$$N = \frac{\varphi}{(1 + \varphi)} \frac{\omega}{\omega_{\text{отв}}} \left(\frac{D}{D_{\text{отв}}} \right)^2. \quad (37)$$

В качестве наиболее простой в изготовлении конструкции аэратора предлагается использовать аэратор, выполненный в виде спирали Архимеда (рис. 2).

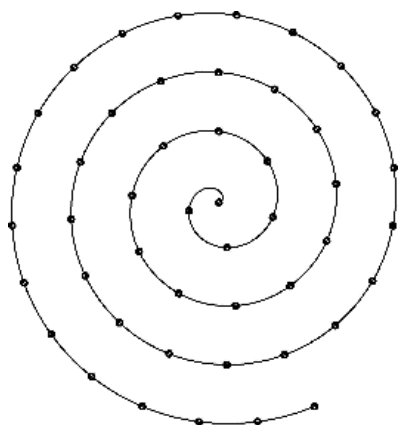


Рис. 2. Спираль Архимеда

Уравнение этой кривой в полярных координатах (r, β) имеет вид [16]

$$r = \frac{a}{2\pi} \beta, \quad (38)$$

где a – шаг спирали, м.

Для равномерного распределения пузырьков газа по сечению аппарата шаг перфорации аэратора принимается равным шагу спирали a . В этом случае каждое отверстие (кроме гра-

ничных) имеет в своем окружении не менее четырех точек, расстояние до которых

$$(a - \sqrt{5}a/2).$$

Что довольно близко к расположению перфорации в узлах сетки с квадратными ячейками размера a .

Шаг спирали a (и шаг перфорации) можно определить через количество отверстий аэратора N :

$$a = \frac{D}{2} \sqrt{\frac{\pi}{N}}. \quad (39)$$

Однако на шаг спирали накладывается ограничение из условия свободного осаждения частиц ниже уровня аэратора для попадания нефлотируемых частиц в хвосты:

$$N \leq \frac{\pi D^2}{4(2d_{\text{ч}} + D_{\text{труб}})^2}. \quad (40)$$

Это условие обеспечивает зазор между двумя соседними трубками аэратора диаметра $D_{\text{труб}}$, м, больше двух максимальных линейных размера частиц $d_{\text{ч}}$, м.

Длину трубки аэратора L , м, достаточно точно можно определить по формуле

$$L = \frac{D}{2} \sqrt{\pi N}. \quad (41)$$

Таким образом, для математического описания процесса флотации и расчета конструкции аэратора необходимо использовать уравнения (1)–(3), (7), (9), (12)–(14), (31), (37), (39), (41). Эти уравнения дополняются следующими условиями: условием сохранения газовыми пузырьками сферической формы (11), условием всплытия комплекса (18), соотношением объемов дисперсных фаз в комплексе «пузырек – частица» (19), условием равновесия пузырька на твердой частице (24), условием свободного осаждения частиц ниже уровня аэратора (40).

Результаты расчетов были сопоставлены с экспериментальными данными, полученными автором работы на лабораторной установке колонного флотационного аппарата с пневматической аэрацией. Сходимость расчетных и экспериментальных данных составила около 95%, что позволяет успешно применять полученное математическое описание для создания новых аппаратов.

Заключение. В работе приведены известные эмпирические зависимости для определения скорости установившегося движения дисперсной фазы в переходном режиме. Добавлено условие сохранения газовыми пузырьками сферической формы, учтено взаимодействие их с

окружающей дисперсионной средой и друг с другом. Математическое описание дополнено условием всплытия комплекса «пузырек – частица» (18), соотношением объемов дисперсных фаз в комплексе (19), условием равновесия пузырька на твердой частице (24). Эти условия, при известных свойствах флотируемого материала, могут быть использованы для оценки возможности проведения процесса флотационного разделения смеси измельченных пластмасс. Предложена наиболее простая в изготовлении конструкция аэратора, которая обеспечивает достаточную равномерность распределения пузырьков газа по сечению аппарата. Рассмотрено истечение газа из аэратора в дисперсионную фазу.

В работе создано математическое описание, учитывающее стесненное взаимодействие фаз, которое в полной мере позволяет определить оптимальные конструктивные параметры пневматического аэратора. Выполненная работа является актуальной, поскольку пневматический аэратор является наиболее ответственной частью колонного флотационного аппарата, который может быть использован для перспективного способа разделения смеси измельченных пластмасс.

Работа выполнялась в качестве научно-исследовательской работы по гранту Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований по теме «Флотационное разделение смеси измельченных пластмасс».

Литература

1. Кутателадзе С. С., Стырикович М. А. Гидродинамика газожидкостных систем. М.: Энергия, 1976. 296 с.
2. Alexander J. Smits. Jean-Paul Dussauge *Turbulent shear layers in supersonic flow*. Birkhäuser: Springer, 2006. 410 p.
3. Плановский А. Н., Рамм В. М., Каган С. Э. Процессы и аппараты химической технологии. М.: Горхимиздат, 1962. 847 с.
4. Rybczynski W. *Über die fortschreitende bewegung einer flussigen kugel in einem zahren medium*. Bull. Intern. Acad. Sci. Cracovie Ser. A Sciences Mathematiques, 1911. 40 p.
5. Hadamard J. S. *Mouvement permanent lent d'une sphere liquid et visqueuse dans un visqueux*. Compt. Rend. Acad. Sci. Paris, 1911. 1735 p.
6. Хаппель Дж., Бреннер Г. Гидродинамика при малых числах Рейнольдса. М.: Мир, 1976. 631 с.
7. Clift R., Grace J. R., Weber M. E. *Bubbles, drops and particles*. New York; San Francisco; London: Acad. Press, 1978. 380 p.
8. Бэтчелор Дж. Введение в динамику жидкости. М.: Мир, 1973. 757 с.
9. Соу С. Гидродинамика многофазных систем. М.: Мир, 1971. 536 с.
10. Уоллис Г. Одномерные двухфазные течения. М.: Мир, 1972. 440 с.
11. Левич В. Г. Физико-химическая гидродинамика. М.: Физматлит, 1959. 670 с.
12. Венгерский Э. В., Морозов В. А., Усов Г. Л. Гидродинамика двухфазных потоков в системах питания энергетических установок. М.: Машиностроение, 1982. 128 с.
13. Дытнерский Ю. И. Процессы и аппараты химической технологии: в 2 кн. Кн. 1. Теоретические основы процессов химической технологии. Гидромеханические и тепловые процессы и аппараты. М.: Химия, 1995. 400 с.
14. Касаткин А. Г. Основные процессы и аппараты химической технологии. М.: Альянс, 2004. 751 с.
15. Слободов Е. Б., Чепура И. В. К вопросу о ячеечной модели двухфазных сред // Теор. основы хим. технол. 1982. Т. 16. № 3. С. 331–335.
16. Выгодский М. Я. Справочник по математике. М.: Астрель, 2010. 1055 с.

References

1. Kutateladze S. S., Styrikovich M. A. *Gidrodinamika gazozhidkostnykh sistem* [The hydrodynamics of gas-liquid systems]. Moscow, Energiya Publ., 1976. 296 p.
2. Alexander J. Smits. Jean-Paul Dussauge *Turbulent shear layers in supersonic flow*. Birkhäuser, Springer, 2006. 410 p.
3. Planovskiy A. N., Ramm V. M., Kagan S. E. *Protsessy i apparaty khimicheskoy tekhnologii* [Processes and apparatuses of chemical technology]. Moscow, Gorkhimizdat Publ., 1962. 847 p.
4. Rybczynski W. *Über die fortschreitende bewegung einer flussigen kugel in einem zahren medium*. Bull. Intern. Acad. Sci. Cracovie Ser. A Sciences Mathematiques, 1911, 40 p.
5. Hadamard J. S. *Mouvement permanent lent d'une sphere liquid et visqueuse dans un visqueux*. Compt. Rend. Acad. Sci. Paris, 1911. 1735 p.
6. Khappel' Dzh., Brenner G. *Gidrodinamika pri malykh chislakh Reynol'dsa* [Hydrodynamics at low Reynolds numbers]. Moscow, Mir Publ., 1976. 631 p.

7. Clift R., Grace J. R., Weber M. E. Bubbles, drops and particles. New York; San Francisco; London, Acad. Press Publ., 1978. 380 p.
8. Betchelor Dzh. *Vvedenie v dinamiku zhidkosti* [Introduction to the fluid dynamics]. Moscow, Mir Publ., 1973. 757 p.
9. Sou S. *Gidrodinamika mnogofaznykh sistem* [Hydrodynamics of multiphase systems]. Moscow, Mir Publ., 1971. 536 p.
10. Uollis G. *Odnomernye dvukhfaznye techeniya* [One-dimensional two-phase flow]. Moscow, Mir Publ., 1972. 440 p.
11. Levich V. G. *Fiziko-khimicheskaya gidrodinamika* [Physico-chemical hydrodynamics]. Moscow, Fizmatlit Publ., 1959. 670 p.
12. Vengerskiy E. V., Morozov V. A., Usov G. L. *Gidrodinamika dvukhfaznykh potokov v sistemakh pitaniya energeticheskikh ustanovok* [Hydrodynamics of two-phase flows in power plants supply systems]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1982. 128 p.
13. Dytnerkiy Yu. I. *Protsessy i apparaty khimicheskoy tekhnologii: v 2 knigach. Kn. 1. Teoreticheskie osnovy protsessov khimicheskoy tekhnologii. Gidromekhanicheskie i teplovyte protsessy i apparaty* [Processes and devices of chemical technology: a textbook for universities: Part 1. Theoretical foundations of chemical technology processes. Hydro and thermal processes and apparatus]. Moscow, Khimiya Publ., 1995. 400 p.
14. Kasatkin A. G. *Osnovnyte protsessy i apparaty khimicheskoy tekhnologii* [Basic processes and devices of chemical technology]. Moscow, Al'yans Publ., 2004. 751 p.
15. Slobodov E. B., Chepura I. V. On the issue of cell model of two-phase environments. *Teoreticheskie osnovy khimicheskoy tekhnologii* [Theoretical bases of chemical technology], 1982, vol. 16, no. 3, pp. 331–335 (In Russian).
16. Vygodskiy M. Ya. *Spravochnik po matematike* [Handbook of Mathematics]. Mosco., Astrel' Publ., 2010. 1055 p.

Информация об авторах

Опимах Евгений Владимирович – аспирант кафедры процессов и аппаратов химических производств. Белорусский государственный технологический университет (220006, г. Минск, ул. Свердлова, 13а, Республика Беларусь). E-mail: opimah.evgenij@belstu.by

Information about the authors

Opimakh Yevgeniy Vladimirovich – PhD student, the Department of Processes and Apparatus for Chemical Production. Belarusian State Technological University (13a, Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: opimah.evgenij@belstu.by

Поступила 01.03.2016