

УДК 537.633.2

В. Р. Мадьяров

Белорусский государственный технологический университет

**ИЗМЕРЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕКТРОННОГО ПЕРЕНОСА
В ПОЛУПРОВОДНИКАХ С ПОМОЩЬЮ ЭФФЕКТА ФАРАДЕЯ
В МИЛЛИМЕТРОВОМ ДИАПАЗОНЕ**

Применение магнитооптического эффекта для исследования полупроводников позволяет определить такие параметры, как эффективная масса, подвижность и время релаксации. В диапазоне частот 50–75 ГГц поглощение электромагнитных волн в объеме полупроводника практически полностью обусловлено свободными носителями, и в спектре поглощения отсутствуют области с аномальной дисперсией. Поэтому распространение плоско-поляризованной электромагнитной волны описывается системой линейных дифференциальных уравнений для немагнитной проводящей среды. Для продольного магнитного поля (геометрии Фарадея) получена система уравнений для угла поворота плоскости поляризации зондирующей волны, решение которой дает эффективное значение подвижности и время релаксации. Измерения угла поворота плоскости поляризации на пластинках *n*-Si и *n*-Ge показывают, что его зависимость от магнитной индукции близка к линейной, а постоянная Верде возрастает с повышением частоты. В исследуемом диапазоне частот ее величина изменяется в пределах 0,02–0,06 град/(мТл · мм) для *n*-Si и 0,02–0,20 град/(мТл · мм) для *n*-Ge. Значение эффективной массы для *n*-Si в направлении оси [100] хорошо согласуется с расчетным значением, полученным на основе известных данных для продольной и поперечной масс.

Ключевые слова: волны миллиметрового диапазона, эффект Фарадея, подвижность, удельная электропроводность.

V. R. Madiarov

Belarusian State Technological University

**MEASUREMENT OF ELECTRONIC TRANSFER PARAMETERS
IN SEMICONDUCTORS USING FARADAY EFFECT
IN MILLIMETER-WAVE BAND**

The application of magneto-optic effect for semiconductor studies allows to determine such parameters as effective mass, mobility and relaxation time. In the frequencies range of 50–75 GHz the absorption of electromagnetic waves in semiconductor volume is almost completely due to free carriers and there are no abnormal dispersion areas in absorption spectrum. Propagation of plane polarized electromagnetic wave is described by a system of the linear differential equations for nonmagnetic medium. For a longitudinal applied magnetic field (Faraday geometry) the equation system for rotation angle of the probing wave polarization plane is obtained the solving of which gives effective mobility and relaxation time values. The measurements of rotation angle on *n*-Si and *n*-Ge wafers show that its dependence on magnetic induction is very close to the linear, Verdet constant values increase with frequency. In the studied frequency range it varies in the region of 0.02–0.06 grad/(mTl · mm) for *n*-Si and 0.02–0.20 grad/(mTl · mm) for *n*-Ge. Effective mass value obtained from the measurements for *n*-Si in [100] axis direction is in good agreement with that predicted on the basis of the known values of longitudinal and transverse masses.

Key words: millimeter waves, Faraday effect, mobility, specific conductivity.

Введение. Для исследования полупроводниковых материалов широко применяются бесконтактные методы с использованием излучения видимого диапазона, включая лазерно-интерференционный метод определения диффузионной длины [1], а также измерение скорости поверхностной рекомбинации и объемного времени жизни по кинетике избыточного теплового излучения [2]. В СВЧ-области применяются резонаторные и волноводные методы [3]. Из всех методов с использованием зондирующих излу-

чений СВЧ-диапазона наиболее привлекательны те, которые основаны на зависимости амплитуды и фазы отраженной или прошедшей зондирующей волны от параметров полупроводникового образца: проводимости, подвижности, коэффициентов диффузии, объемной и поверхностной рекомбинации [4, 5]. Применение магнитооптического эффекта позволяет определить такие параметры, как эффективная масса и подвижность носителей заряда. В области частот $\sim 10^{10}$ – 10^{11} Гц отсутствуют полосы

поглощения зондирующего излучения [6]. Поэтому распространение плоско-поляризованных зондирующих волн можно описать системой линейных дифференциальных уравнений Максвелла для проводящих сред, что упрощает интерпретацию данных измерений. В данной работе представлены результаты измерений подвижности и времени релаксации для германия и кремния с электронной проводимостью, полученные на основе измерения угла поворота плоскости поляризации в миллиметровом диапазоне длин волн.

Основная часть. В измерениях использовалось зондирующее излучение в диапазоне частот 50–75 ГГц. В этом диапазоне поглощение электромагнитных волн в объеме полупроводника практически полностью обусловлено свободными носителями, и в спектре поглощения отсутствуют области с аномальной дисперсией. Поэтому распространение плоско-поляризованной электромагнитной волны с частотой ω в направлении оси z описывается дифференциальными уравнениями, которые для немагнитной проводящей среды с удельной электропроводностью σ имеют вид [7]:

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \vec{E}_0 \exp i(\omega t - kz), \quad \vec{H} = \vec{H}_0 \exp i(\omega t - kz), \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{\partial(\mu_0 \vec{H})}{\partial t} = -i\omega\mu_0 \vec{H}, \\ \operatorname{rot} \vec{H} &= \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \sigma \vec{E} = i\omega\varepsilon\varepsilon_0 \vec{E} + \sigma \vec{E}, \end{aligned} \quad (1)$$

где k – волновое число; $\varepsilon = \varepsilon(\omega)$ – диэлектрическая проницаемость среды, зависящая от частоты.

Исключив из уравнений (1) напряженность магнитного поля \vec{H} , для геометрии Фарадея (внешнее магнитное поле с индукцией B ориентировано в направлении распространения, а волновой вектор \vec{k} перпендикулярен \vec{E} и \vec{H} волны) получим:

$$\left(k^2 - \varepsilon \frac{\omega^2}{c^2} + i\mu_0 \omega \sigma \right) \vec{E} = (\vec{k} \cdot \vec{E}) \vec{k} = 0, \quad (2)$$

где $c = 1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$ – скорость электромагнитной волны в вакууме.

Удельная электропроводность σ в уравнениях (1) и (2) определяется матрицей [7]:

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ -\sigma_{xy} & \sigma_{yy} \end{pmatrix},$$

где σ_{xx} – проводимость, обусловленная дрейфом носителей под действием электрического поля зондирующей волны; σ_{xy} – холловская проводимость полупроводникового образца, вызванная взаимодействием тока проводимости с постоянным магнитным полем с индукцией B .

Компоненты σ_{xx} и σ_{xy} в приближении сферических энергетических поверхностей определяются соотношениями

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} = \sigma_{yy} &= \sigma_0 \tau^{-1} \frac{\tau^{-1} + i\omega}{(\tau^{-1} + i\omega)^2 + \omega_c^2}, \\ \sigma_{xy} = -\sigma_{yx} &= \sigma_0 \tau^{-1} \frac{\omega_c}{(\tau^{-1} + i\omega)^2 + \omega_c^2}, \end{aligned} \quad (3)$$

где σ_0 – удельная электропроводность на постоянном токе; τ – время релаксации; $\omega_c = eB/m^*$ – циклотронная частота; m^* – эффективная масса носителей заряда.

Для проекций электрического поля E_x и E_y на оси x и y получим:

$$\begin{aligned} \left(k^2 - \varepsilon \frac{\omega^2}{c^2} \right) E_x + i\mu_0 \omega (\sigma_{xx} E_x + \sigma_{xy} E_y) &= 0, \\ \left(k^2 - \varepsilon \frac{\omega^2}{c^2} \right) E_y + i\mu_0 \omega (-\sigma_{xy} E_x + \sigma_{xx} E_y) &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

В системе уравнений (4) σ_{xx} и σ_{xy} выражаются формулами (3). Система (4) имеет решение, если определитель равен нулю:

$$\left(k^2 - \varepsilon \frac{\omega^2}{c^2} + i\mu_0 \omega \sigma_{xx} \right)^2 + (i\mu_0 \omega \sigma_{xy})^2 = 0. \quad (5)$$

Из (5) следует решение для k :

$$k_{\mp}^2 = \varepsilon \frac{\omega^2}{c^2} - i\mu_0 \omega \sigma_{xx} \pm \mu_0 \omega \sigma_{xy}. \quad (6)$$

Введя полную проводимость $\sigma_{\mp} = \sigma_{xx} \mp i\sigma_{xy}$, получим для правой и левой круговой поляризации:

$$k_{\mp}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \left[\varepsilon_s - i \frac{\varepsilon_0 \sigma_0}{\omega} \frac{1}{1 + i(\omega \mp \omega_c) \tau} \right], \quad (7)$$

где ε_s – диэлектрическая проницаемость в постоянном электрическом поле.

Угол поворота α плоскости поляризации после прохождения образца с толщиной d выражается с помощью соотношения (7) через углы правого и левого вращения α_+ и α_- :

$$\alpha = \frac{1}{2}(\alpha_+ - \alpha_-), \quad (8)$$

где

$$\begin{aligned} \alpha_{\pm} &= \operatorname{Re}(k_{\pm})d = \frac{\omega d}{c\sqrt{2}} \left[(\varepsilon_{1\pm}^2 + \varepsilon_{2\pm}^2)^{\frac{1}{2}} + \varepsilon_{1\pm} \right]^{\frac{1}{2}}, \\ \varepsilon_{1\pm} &= \varepsilon_s - \varepsilon_{2\pm}(\omega \mp \omega_c)\tau = \varepsilon_s - \varepsilon_{2\pm}(\omega\tau \mp \mu B)\tau, \\ \varepsilon_{2\pm} &= \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0 \omega} \frac{1}{[1 + (\omega \mp \omega_c)^2 \tau^2]} \approx \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0 \omega}. \end{aligned} \quad (9)$$

В формулах (9) частота ω_c выражена через эффективную подвижность носителей заряда $\mu = e\tau / m^*$, в которую входят дрейфовая подвижность μ_d и холловская подвижность $\mu_H = r\mu_d$, где r – холл-фактор. Для частот $\omega \sim 3 \cdot 10^{11} \text{ с}^{-1}$ (~ 50 ГГц) квадратичное слагаемое в знаменателе $(\omega \pm \omega_c)^2 \tau^2 \ll 1$ и им можно пренебречь.

Используя формулы (8) и (9) и значения α , измеренные при двух значениях индукции магнитного поля B , получим систему уравнений для определения подвижности и времени релаксации:

$$\alpha_1 = \frac{1}{2}[\alpha_+(B_1) - \alpha_-(B_1)],$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{2}[\alpha_+(B_2) - \alpha_-(B_2)].$$

(10)

В качестве источника зондирующего излучения применялся генератор Г4-142 (диапазон частот 50–78 ГГц). Волновод имел стандартное прямоугольное сечение и был рассчитан на прохождение моды TE_{11} . Использовались пластинки образцов n -кремния и n -германия толщиной 0,5 мм. Образцы помещались в неподвижную цилиндрическую переходную латунную секцию, состоящую из двух коаксиальных цилиндров. Один из цилиндров мог поворачиваться и был соединен со второй прямоугольной секцией. На подвижную цилиндрическую секцию одевался соленоид, который создавал продольное магнитное поле в месте расположения образца. Плоскость образца кремния перпендикулярна оси [100], для которой известны продольная и поперечная эффективные массы. Направление магнитного поля совпадало с указанной осью. Угол поворота цилиндрической секции измерялся по смещению светового пятна лазерного луча, отраженного от зеркала, жестко соединенного с вращающейся секцией. Мощность прошедшей волны измерялась детекторным блоком, соединенным со второй прямоугольной секцией. Предварительно проводилась проверка прохождения волны без образца. Регистрируемая мощность изменялась пропорционально $\cos^2\varphi$ (φ – угол между главными плоскостями подвижной и неподвижной секций волноводов). Такая же зависимость получалась и со вставленным образцом без приложенного магнитного поля. При смене направления магнитного поля путем переключения полярности источника питания соленоида направление поворота плоскости поляризации волны менялось на противоположное. Воспроизводимость измеренного угла поворота была не хуже 5%.

На рис. 1 и 2 представлены зависимости угла поворота плоскости поляризации α от магнитной индукции, измеренные при комнат-

ной температуре для образцов с различными удельными электропроводностями в диапазоне частот 53–63 ГГц.

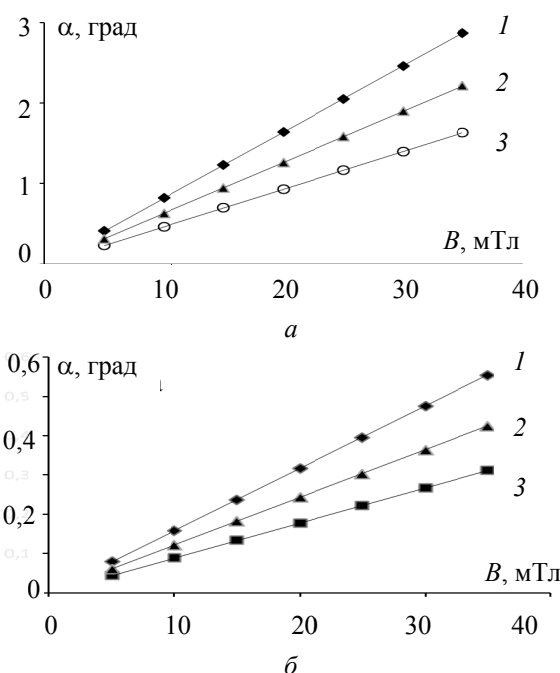


Рис. 1. Зависимости угла магнитного вращения от магнитного поля для n -германия с удельной электропроводностью $\sigma_0 = 86 \text{ См/м}$ (а) и 12 См/м (б) на частотах: 1 – 63 ГГц; 2 – 56 ГГц; 3 – 53 ГГц

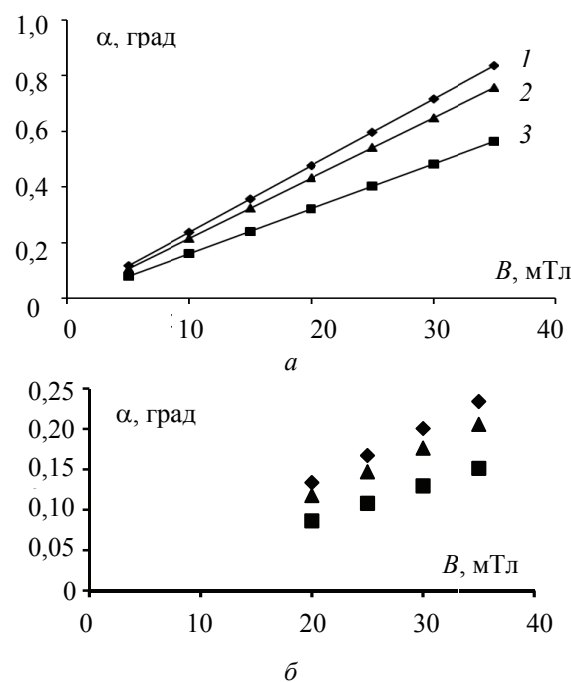


Рис. 2. Зависимости угла магнитного вращения от магнитного поля для n -кремния с удельной электропроводностью $\sigma_0 = 96 \text{ См/м}$ (а) и 25 См/м (б) на частотах: 1 – 63 ГГц; 2 – 56 ГГц; 3 – 53 ГГц

Наблюдаемые зависимости практически являются линейными. Видно, что угол поворота плоскости поляризации значительно больше для образцов с более высокой удельной электропроводностью. Для германия измеренный угол α значительно больше, чем для кремния при одинаковой толщине. Видно также, что с ростом зондирующей частоты наклон этих зависимостей заметно возрастает.

На рис. 3 и 4 представлены зависимости постоянной Верде $V = (1/d)(\Delta\alpha/\Delta B)$ от частоты в диапазоне 50–70 ГГц для образцов германия и кремния с различными удельными электропроводностями. Значения V значительно больше для образцов с высокой электропроводностью. Для германия с более высокой удельной электропроводностью σ_0 значения V примерно в 4 раза превышают значения, полученные для кремния с близким значением σ_0 . Для образцов с меньшей электропроводностью ($\sigma_0 = 12$ и 25 См/м) это различие заметно уменьшается, однако для n -Ge по-прежнему наблюдается большее значение V .

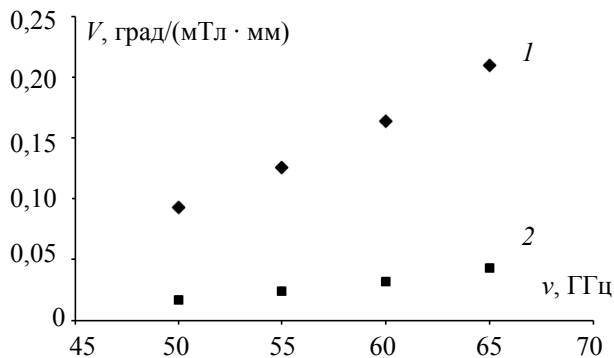


Рис. 3. Зависимости постоянной Верде от частоты для n -германия: $\sigma_0 = 86$ См/м (1) и 12 См/м (2)

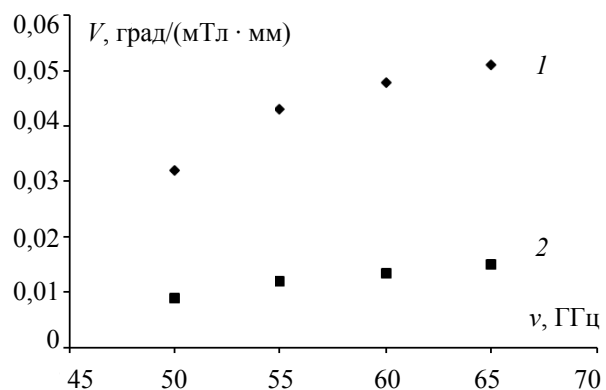


Рис. 4. Зависимости постоянной Верде от частоты для n -кремния: $\sigma_0 = 96$ См/м (1) и 25 См/м (2)

В таблице приведены значения эффективной подвижности $\mu_{\text{эф}}$ и времени релаксации τ ,

которые определялись с помощью системы уравнений (10) по значениям α , измеренным в магнитном поле с индукцией 15 и 30 мТл. В расчетах использовались значения ϵ_s , равные 12,4 и 16 для n -Si и n -Ge соответственно. Значения параметров $\omega\tau$ и μB не превышали 0,12 и 0,1 соответственно.

Значения эффективной подвижности $\mu_{\text{эф}}$, времени релаксации τ и эффективной массы m^* на частотах 53 и 63 ГГц

Данные на частотах 53/63 ГГц	$\mu_{\text{эф}}$, $\text{м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$	τ , пс	m^*	$m^*_{\text{расч}}$
Ge	0,37/0,36	0,35/0,33	0,157/0,150 m_0	—
Si	0,13/0,12	0,21/0,19	0,276/0,268 m_0	0,262 m_0

Значение эффективной массы $m^* = e\tau / \mu$ для кремния хорошо согласуется со значением $m^*_{\text{расч}}$, полученным путем расчета по формуле

$$m^* = \left[\frac{1}{3} \left(\frac{2}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right) \right]^{-1},$$

где $m_1 = 1,59m_0$ и $m_2 = 0,19m_0$ – известные значения эффективной массы в направлении, параллельном и перпендикулярном оси [100] кремния соответственно (m_0 – масса покоя электрона, $m_0 = 1,6 \cdot 10^{-19}$ кг).

Заключение. Показана возможность оценки подвижности и времени релаксации носителей заряда в n -Si и n -Ge с помощью магнитного вращения плоскости поляризации зондирующей волны в области частот 50–70 ГГц. Доказано, что для образцов с толщиной около 0,5 мм угол поворота плоскости поляризации в n -Ge и n -Si в этом диапазоне частот пропорционален индукции внешнего магнитного поля. Поэтому для измерений на данной частоте можно применять калибровочный образец и использовать слабые магнитные поля.

Получены значения постоянной Верде, которые в исследуемом диапазоне составили 0,02–0,06 град/(мТл·мм) для кремния и 0,02–0,20 град/(мТл·мм) для германия. Значения эффективной массы m^* , полученные для кремния с помощью метода магнитного вращения, хорошо согласуются с расчетными для оси [100].

Для интерпретации результатов измерений с достаточной степенью точности можно использовать приближение сферических энергетических поверхностей.

Литература

1. Манухов В. В., Федорцов А. Б., Иванов А. С. Лазерно-интерференционный метод определения длины диффузии носителей заряда в полупроводниках // Физика и техника полупроводников. 2015. Т. 49, вып. 9. С. 1153–1158.
2. Богатыренко В. В., Зиновчук А. В. Измерение скорости поверхностной рекомбинации и объемного времени жизни в пластинах Si по кинетике избыточного теплового излучения // Физика и техника полупроводников. 2011. Т. 45, вып. 1. С. 62–66.
3. Кучис Е. В. Гальваномангнитные эффекты и методы их исследования. М.: Советское радио, 1990. 263 с.
4. Сверхбыстродействующие фотоприемники на основе эффектов взаимодействия микроволнового электромагнитного излучения с фотовозбужденной плазмой в полупроводниках / В. В. Антонов [и др.] // Журнал технической физики. 1998. Т. 68, № 11. С. 94–99.
5. Кац Л. И., Альтшуллер Е. Ю., Чупис В. Н. Отражение электромагнитной волны от тонкой полупроводниковой пластины с управляемой ударной ионизацией концентрационной неоднородностью свободных носителей // Радиотехника и электроника. 1992. Т. 37, № 3. С. 560–566.
6. Уханов Ю. И. Оптические свойства полупроводников. М.: Наука, 1977. 368 с.
7. Ансельм А. И. Введение в теорию полупроводников. М.: Наука, 1978. 616 с.

References

1. Manukhov V. V., Fedortsov A. B., Ivanov A. S. Laser-interferometry method of determination of charge carrier diffusion length in semiconductors. *Fizika i tekhnika poluprovodnikov* [Semiconductor physics and engineering], 2015, vol. 49, issue 9, pp. 1153–1158 (In Russian).
2. Bogatyrenko V. V., Zinovchuk A. V. Measurement of surface recombination velocity and bulk lifetime in Si wafers by transient behavior of excess thermal emission. *Fizika i tekhnika poluprovodnikov* [Semiconductor physics and engineering], 2011, vol. 45, issue 1, pp. 62–66 (In Russian).
3. Kuchis E. V. *Gal'vanomagnitnyye efekty i metody ikh issledovaniya* [Galvanomagnetic effects and methods to study them]. Moscow, Sovetskoe radio Publ., 1990. 263 p.
4. Antonov V. V., Ivanov S. V., Tsarev V. P., Chupis V. N. Ultrahigh-speed photodetectors on the basis of interaction effects of microwave electromagnetic radiation with photoexcited plasma in semiconductors. *Zhurnal tekhnicheskoy fiziki* [Journal of technical physics], 1998, vol. 68, no. 11, pp. 94–99 (In Russian).
5. Kats L. I., Al'tshuller E. Yu., Chupis V. N. Reflection of an electromagnetic wave from thin semiconductor wafer with free carrier concentration nonuniformity controlled by impact ionization. *Radiotekhnika i elektronika* [Radio engineering and electronics], 1992, vol. 37, no. 3, pp. 560–566 (In Russian).
6. Ukhanov Ju. I. *Opticheskiye svoystva poluprovodnikov* [Optical properties of semiconductors]. Moscow, Nauka Publ., 1977. 368 p.
7. Ansel'm A. I. *Vvedenie v teoriyu poluprovodnikov* [Introduction to the theory of semiconductors]. Moscow, Nauka Publ., 1978. 616 p.

Информация об авторе

Мадьяров Владимир Рафкатович – кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры физики. Белорусский государственный технологический университет (220006, г. Минск, ул. Свердлова, 13а, Республика Беларусь). E-mail: Madyarov@belstu.by

Information about the author

Madiarov Vladimir Rafkatovich – PhD (Physics and Mathematics), Assistant Professor, Assistant Professor, the Department of Physics. Belarusian State Technological University (13a, Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: Madyarov@belstu.by

Поступила 02.03.2016