УДК 519.6

М. Ашуров, Х.М. Ашуров
(ТНУ, г. Душанбе, Таджикистан)

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ПРОИЗВЕДЕНИЙ ДВУХ МНОГОЦИФРОВЫХ ЧИСЕЛ С ОДИНАКОВЫМИ ЦИФРАМИ

Иногда на практике часто приходится иметь дело с вычислениями произведений двух многоцифровых чисел, состоящих из разных множеств одинаковых подчисел.

Нами была выведена в[1] вычислительная формула для умножения таких чисел в виде.

$$S = A \cdot B = \underbrace{\overline{a_1 a_2 \dots a_p} \cdot \overline{b_1 b_2 \dots b_p}}_{\underbrace{99\dots9^2}_{e}} \cdot \underbrace{99\dots9}_{pn-1}\,8\,\underbrace{99\dots9}_{p(m-n)}\underbrace{00\dots0}_{pn-1} \qquad (1)$$

где A и B соответственно из $\boldsymbol{m}$ и $\boldsymbol{n}$ одинаковых подчисел, имеющих $\boldsymbol{p}$ разных цифр, т.е.

$$\mathrm{A} = \overbrace{\overline{a_1 a_2 \dots a_p}\ \overline{a_1 a_2 \dots a_p}\ \cdots \overline{a_1 a_2 \dots a_p}}^{m}$$

и

$$B = \overbrace{\overline{b_1 b_2 \dots b_p}\ \overline{b_1 b_2 \dots b_p}\ \cdots \overline{b_1 b_2 \dots b_p}}^{n}$$

где $\boldsymbol{p}$ указывает количества разных цифр каждого подчисела, а $\boldsymbol{m}$ и $\boldsymbol{n}$ соответственно выражают количества подчисел A и B.

Рассмотрим применение этой формулы для случая, когда числа A и B заданы с периодической дробью.

Пусть целая и дробная часть числа A состоит из $\boldsymbol{m}$ целых и $\boldsymbol{n}$ дробных одинаковых цифр $\boldsymbol{a}$ и число B из $\boldsymbol{\kappa}$ целых и $\boldsymbol{e}$ дробных одинаковых цифр $\boldsymbol{b}$, т.е.

$$A = \underbrace{\overline{aa\dots a}}_{m},\underbrace{\overline{aa\dots a}}_{n}; \quad B = \underbrace{\overline{bb\dots b}}_{k},\underbrace{\overline{bb\dots b}}_{e};$$

где

$a = a_1 = a_2 = \cdots = a_p$ и $b = b_1 = b_2 = \cdots = b_p$

Напишем эти числа в преобразованном виде:

$$\mathrm{A} = \underbrace{\overline{aa\dots a}}_{m+n} \cdot 10^{-n}, \qquad \mathrm{B} = \underbrace{\overline{bb\dots b}}_{k+e} \cdot 10^{-e} \qquad (2)$$

Как видно из (2) числа A и B состоят из подчисел, состоящих соответственно из одной цифры $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{в}$, т. е. указатель количества цифр подчисел p=1.

Подставляя значение A и B в (1) будем иметь:

$$S = A \cdot B = \underbrace{aa\dots a}_{m+n} \cdot 10^{-n} \cdot \underbrace{bb\dots b}_{k+e} \cdot 10^{-e} =$$

$$= \frac{a \cdot b}{9^2} \cdot \underbrace{99\ldots9}_{k+e-1}\,8\ \underbrace{99\ldots9}_{m+n-(k+e)}\ \underbrace{00\ldots0}_{k+e-1}\,1 \cdot 10^{-(n+e)} \qquad (3)$$

или сокращая на 9 получим:

$$S = \frac{a \cdot b}{9} \cdot \underbrace{11\ldots1}_{k+e-1}\,0\ \underbrace{99\ldots9}_{m+n-(k+e)}\ \underbrace{88\ldots8}_{k+e-1}\,9 \cdot 10^{-(n+e)} \qquad (4)$$

где в этих формулах $m+n>k+e$ и $k+e>1$.

В случае, когда сумма указателей количества одинаковых цифр в обоих числах одинаковы, т.е. при $m+n=k+e$ эта формула более упрощается и примет вид:

$$S = \frac{a \cdot b}{9} \cdot \underbrace{11\ldots1}_{k+e-1}\,0\ \underbrace{88\ldots8}_{k+e-1}\,9 \cdot 10^{-(n+e)} \qquad (5)$$

т. е. эта формула применяется в том случае, когда количества одинаковых цифр в обоих числах А и В равны.

Полученные формулы (3), (4) и (5) дают возможность вычислить произведение двух чисел А и В, каждое из которых соответственно в целой части имеет ***m*** и ***k***, а в дробной части ***n*** и ***e*** одинаковых цифр. Используя значение указателей количества одинаковых цифр мы можем ускорить процесс умножения двух многоцифровых разных чисел. В некоторых случаях используя действия умножения, в зависимости от указателей количество цифр чисел, сразу можно написать ответ результата.

Рассмотрим примеры:

1. Пусть А=33,333 и В=5,55

Как мы видим указатели количества цифр целой части числа А и В соответственно равны m=2; k=1, а дробной части n=3 и ***e***=2.

При этих значениях указателей цифр числа формула (4) примет вид:

$$S = 33{,}333 \cdot 5{,}55 \cdot 10^{-5} = \frac{3 \cdot 5}{9} \cdot 11099889 \cdot 10^{-5}$$

$$= \frac{5}{3} \cdot 11099889 \cdot 10^{-5} =$$

$$18499815 \cdot 10^{-5} = 184{,}99815$$

2. Предположим, что А=9999,999 и В=99,9999.

Как видна указатели количества цифр в целой части А и В соответственно равны m=4 и k=2, а дробной части n=3 и ***e***=4. Подставляя значение этих указателей количеств одинаковых цифр в формуле (3) имеем:

$$S = 9999{,}999 \cdot 99{,}999 = 9999999 \cdot 10^{-3} \cdot 999999 \cdot 10^{-4} =$$

$$= \frac{9 \cdot 9}{9^2} \cdot 9999989000001 \cdot 10^{-7} = 999998{,}9000001$$

В случае когда числа А и В состоят из одних цифр девяток, или троек, то при этом соответственно, используя (3) или (4) на основании значений указателей количеств цифр чисел, можно не произведя действия умножения сразу написать результат произведения.

Аналогично можно проверить произведение других двух чисел, состоящих из одинаковых цифр, имеющих дробную часть.

На основании формулы (4) нами составлена таблица умножений многоцифровых чисел с дробной частью $\mathrm{A} = (a = \overline{1{,}9})$ и $B(b = \overline{1{,}9})$ состоящих соответственно из $m+n$ цифр a и $k+e$ цифр b.

Отметим, что результаты умножения в девятом столбце и в девятой строке этой таблицы можно заполнять сразу по формуле (4), минуя вычисления.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ашуров М., Ашуров Х.М. Вычислительные формулы для произведений многоцифровых чисел. Материалы IX Международной конференции «Компьютерный анализ проблем науки и технологий», посвященной 65 – летию ТНУ. г. Душанбе, 28-30 декабря 2013г. стр 33-35.
2. Ашуров Мирумар “Занимательные задачи математики”, часть 1, г. Душанбе, 2004г. 144стр. (на таджикском языке).
3. Ашуров Мирумар “Занимательные задачи математики”, часть 2, г. Душанбе 2009г. 230стр. (на таджикском языке).