УДК 517.588

Л. Д. Яроцкая, канд. физ.-мат. наук (БГТУ, г. Минск)

$_2F_2$–ФУНКЦИЯ ГИПЕРГЕОМЕТРИЧЕСКОГО ТИПА

Рассмотрим $_2F_2$–функцию гипергеометрического типа, определенную для комплексных значений $a, b, c, d \in \mathbb{C}$ степенным рядом

$$ {}_2F_2(a,b;c,d;z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(a)_k (b)_k}{(c)_k (d)_k} \frac{z^k}{k!}, \quad z \in \mathbb{C}, \qquad (1)$$

где $(a)_k$ – символ Похгаммера, определяемый равенствами

$$(a)_k = a(a+1)(a+2)\ldots(a+k-1), \quad k = 1,2,\ldots, \quad (a)_0 = 1.$$

В частности, ядро преобразования по индексу, рассмотренного в работе [1], представляет собой линейную комбинацию функции ${}_2F_2(1/2,1;1-i\tau,1+i\tau;2x)$ и функций Бесселя $I_{\pm i\tau}(x)$, определяемых на основе вырожденного гипергеометрического ряда ${}_0F_1(1\pm i\tau;x)$.

В настоящей работе даны условия существования, исследовано аналитическое продолжение и получены асимптотические оценки в нуле и на бесконечности функции (1). Метод исследования основан на представлении функций гипергеометрического типа через контурные интегралы Меллина − Барнса и применении для них соответствующих известных результатов [2], [3].

Функция (1) эквивалентно определяется интегралом Меллина – Барнса

$$\frac{1}{2\pi i}\int_L \frac{\Gamma(s)\Gamma(a-s)\Gamma(b-s)}{\Gamma(c-s)\Gamma(d-s)} z^{-s} ds = \frac{\Gamma(a)\Gamma(b)}{\Gamma(c)\Gamma(d)}\, {}_2F_2(a,b;c,d;-z)$$

для всех z, таких что $|z| < \infty$ и $|\arg z| < \pi$, где L – специально выбранный замкнутый контур, проходящий через бесконечно удаленную точку и разделяющий полюсы гамма-функций $\Gamma(s)$ и $\Gamma(a-s)$, $\Gamma(b-s)$. При этом предполагается, что параметры $a, b, c, d \in \mathbb{C}$ выбраны так, что гамма-функции подынтегрального выражения имеют простые полюсы. В противном случае, нужны дополнительные исследования для раскрытия неопределенностей в логарифмических случаях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Yakubovich S.B., Gusarevich (Yarotskaya) L.D. On the non-convolution transformation with the Macdonald type kernel function // Fract. Calc. and Appl. Analysis. – 1998. – Vol. 1, № 3. – P. 297 – 309.

2. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. Т. 1. Гипергеометрическая функция. Функции Лежандра. −М., «Наука», 1973. − 295 с.

3. Маричев О.И. Метод вычисления интегралов от специальных функций (теория и таблицы формул). − Мн., «Наука и техника», 1978. − 312 с.

УДК 517.948

С. В. Пономарева, доц., канд. физ.-мат. наук (БГУ, г. Минск);
О. Н. Пыжкова, доц., канд. физ.-мат. наук (БГТУ, г. Минск)

ДОСТАТОЧНЫЕ УСЛОВИЯ РАЗРЕШИМОСТИ УРАВНЕНИЙ СО СТЕПЕННО-ЛОГАРИФМИЧЕСКИМИ ЯДРАМИ В ПРОСТРАНСТВЕ АБСОЛЮТНО НЕПРЕРЫВНЫХ ФУНКЦИЙ

Будем рассматривать уравнения

$$\frac{1}{\Gamma(\alpha)}\int_a^x c(x-t)(x-t)^{\alpha-1}\ln^{\beta}\frac{\gamma}{x-t}\phi(t)\,dt=f(x),\quad (a<x<b<\infty) \qquad (1)$$

со степенно-логарифмическими ядрами с действительными степенями логарифмов на отрезке $[a,b]$ действительной оси $-\infty<a<b<\infty$, $\gamma>b-a$ в пространстве абсолютно непрерывных на отрезке функций $AC[a,b]$. Для упрощения рассуждений ограничимся в данной работе случаем абсолютной непрерывности функции $c(x)$ и $0<\alpha<1$, $\beta>-1$.

Для того чтобы представить решение уравнения (1) в терминах правой части, введем обозначение интегрального оператора типа свертки по аналогии с целочисленным случаем степени логарифма (см.[1, с.483]):

$$\left(J^{a+}_{\gamma,\alpha,\beta}f\right)(x)=\frac{1}{\gamma}\int_a^x \mu_{1-\alpha,-\beta}(x-t)f(t)\,dt \qquad (2)$$

Оператор (2) сохраняет класс абсолютно непрерывных на отрезке функций и выполняется следующая

Теорема. Пусть $f(x)\in AC_0[a,b]$, $c(x)\in AC[a,b]$. Тогда уравнение (1) разрешимо в $L_p(a,b), 1\le p\le\infty$ и его единственное решение дается формулой

$$\varphi(x)=\left(c_0E+T_{\psi}\right)^{-1}\left(J^{a+}_{\gamma,\alpha,\beta}f'\right)(x)$$