

УДК 621.391

**И. Г. Сухорукова**, ассистент (БГТУ);  
**И. О. Оробей**, кандидат технических наук, доцент (БГТУ);  
**Д. А. Гринюк**, кандидат технических наук, доцент (БГТУ)

**ЭФФЕКТИВНОСТЬ РАБОТЫ АДАПТАЦИИ ФИЛЬТРА НА КРИТЕРИИ СЕРИЙ**

Статья посвящена вопросам разработки адаптивного фильтра. Адаптация основана на применении известного критерия серий. Исследования проводились моделированием в MATLAB. Анализировалось использование критерия для фильтров скользящего среднего, низкой частоты первого порядка, Баттерворта третьего и восьмого порядков, Чебышева третьего порядка первого рода. Были проверены различные формулы вычисления стабильности индикатора, математического ожидания и дисперсии. Оптимизировалась продолжительность наблюдения. Количество серий проверялось на нормальное распределение критериями Жарка – Бера и Лиллифорса. Алгоритм и методика настройки могут использоваться в измерительной технике для обработки информативных сигналов, в системах идентификации неизвестных устройств и т. д.

Article is devoted by a question of construction of the adaptive filter. Adaptation it is based on use of known runs test. Researches were spent by the analysis of results of modeling in MATLAB. Possibility of use of criterion for filters of a sliding average, low frequency of the first order was considered; Butterworth the third both eighth usages, and Chebysheva of the third order of the first sort. Various formulas of calculation of an indicator stability, a population mean, a dispersion were checked. Duration of supervision of series was optimized. Quantity of series it was checked on normal distribution by means of criteria Jarque – Bera and Lilliefors. The algorithm and adjustment technique can be used in the measuring technics for processing of informative signals, in systems of identification of unknown devices and systems of adaptive management of technological processes, etc.

**Введение.** Цифровая фильтрация является важнейшей областью обработки сигналов. В первую очередь цифровые фильтры отличаются высоким качеством формирования частотной характеристики, стабильностью параметров, простотой изменения параметров амплитудно-частотной характеристики, возможностью адаптации параметров фильтра и в современных условиях малыми затратами при реализации.

Для процесса адаптации цифрового фильтра можно использовать критерий серий [1]. Предложенный алгоритм автоподстройки цифровых фильтров может быть применен в измерительной технике для обработки информативных сигналов, в системах идентификации неизвестных устройств и системах адаптивного управления технологическими процессами, в шумоподавителях, эквалайзерах и подавителях сигнала эхо, в детекторах модулированных сигналов для систем телеметрии и т. д. Использование критерия серий (критерия Вальда – Вольфовица) при адаптации фильтров позволяет снизить требования к вычислительной мощности реализующих микропроцессорных структур и ограничиться малой длиной выборки [2]. Наличие нормального распределения исходных данных не является обязательным условием работы адаптивного фильтра. В то же время методика определения оптимальных настроек остается открытой. В литературе встречаются противоречивые сведения по выбору критерия определения стационарности и по параметрам использования критерия серий.

**Методика исследования.** Влияние параметров критерия Вальда – Вольфовица и поиск их оптимальных значений в адаптивном фильтре анализировались с помощью математического моделирования в пакете MATLAB.

Серией называется последовательность однотипных наблюдений, перед и после которой следуют наблюдения противоположного типа или же вообще нет никаких наблюдений [2, 3]. Для последовательности  $N$  наблюдений случайной величины  $y$  каждое наблюдение значения  $y_i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) можно отнести к одному из двух классов, обозначаемых как (+) и (-).

Считается, что если последовательность  $N$  наблюдений состоит из независимых исходов одной и той же случайной величины, т. е. если вероятность отдельных исходов ((+) или (-)) не меняется от наблюдения к наблюдению, то выборочное распределение числа серий  $r$  является случайной величиной, распределенной по нормальному закону [3], со средним значением, определяемым по одной из формул

$$\mu_1 = \frac{2N^+N^-}{N} + 1 \text{ или } \mu_2 = \frac{N}{2} + 1, \quad (1)$$

где  $N^+$ ,  $N^-$  – число исходов, относящихся к классам (+) и (-) соответственно; и дисперсией

$$\sigma^2 = \frac{2N^+N^-(2N^+N^- - N)}{N^2(N-1)} \text{ или } \sigma^2 = \frac{N^2 - 2N}{4(N-1)}. \quad (2)$$

Стандартный алгоритм критерия серий после нахождения  $\mu$ ,  $\sigma^2$  и  $r$  требует задания уровня

значимости и сравнения экспериментально определенного числа серий  $r$  с границами принятия гипотезы статистической независимости процесса, определяемыми относительно  $\mu$  по уровню значимости. Если  $r$  окажется вне этой области, то гипотезу статистической независимости отвергают с принятым уровнем значимости, иначе процесс считают статистически независимым.

Вероятность статистической независимости и стационарность процесса можно определять по ряду критериев:

$$\gamma = \gamma_1 = \exp\left(-\frac{(r - \mu)^2}{K\sigma^2}\right), \quad (3)$$

$$\gamma = \gamma_2 = \frac{r}{\mu}, \quad (4)$$

где  $K$  – коэффициент сжатия-растяжения вероятности статистической независимости.

Критерий серий работает в случае, когда необходимо установить наличие или отсутствие стационарности процесса, что использовалось в [1]. Представляет интерес возможности идентификации с помощью этого критерия степени нестационарности процесса. Для этого генерировались ряды постоянно нарастающих сигналов с разной скоростью нарастания  $S$  с наложением на них случайной составляющей сигнала, после чего сигнал пропускаться через фильтры некоторых типов с различными параметрами. Полученные данные анализировались с помощью критерия серий, и устанавливалась корреляция между  $\gamma$  и  $S$ . Исследования проводились в несколько этапов, т. е. данные пропускались через ряд программ ( $m$ -файлов). На первом этапе был определен диапазон, при котором влияние граничных эффектов минимизируется. Установлено, что в диапазоне скоростей необходимо производить непрерывное моделирование с количеством измерений 500 тысяч точек, при котором значение математического ожидания воспроизводилось с точностью 0,01%.

Для исследования был выбран ряд фильтров, и в частности фильтр скользящего среднего, фильтр низкой частоты (ФНЧ) первого порядка, фильтр Баттерворта третьего и восьмого порядков, а также фильтр Чебышева третьего порядка первого рода.

На следующем этапе устанавливались диапазон скоростей, параметры шума и значения оптимальных параметров фильтров, при которых минимизируются интегральные критерии качества:

$$I_1 = \int (x - x_f)^2 dt \rightarrow \min, \quad (5)$$

$$I_2 = \int |x - x_f| dt \rightarrow \min, \quad (6)$$

где  $x$  – эталонное значение параметра;  $x_f$  – значение параметра после фильтра.

Скорость нарастания  $S$  изменялась в диапазоне от 0,0001 до 1 с<sup>-1</sup>.

Фильтр скользящего среднего использовался в его классическом проявлении – как сумма значений результата предыдущих измерений плюс текущее. Оптимизации подвергалось количество значений, которое необходимо учитывать для минимизации значений указанных критериев.

В фильтрах ФНЧ оптимизировалась частота среза  $f_{0,7}$ . Задавался аналоговый вариант фильтра и с помощью последовательного применения команд `tf()`, `c2d()` и `tfdata()` находилось значение цифрового эквивалента фильтра. Посредством команды `filter` исходные данные полезного сигнала, смешанного с шумом, обрабатывались для получения результата работы фильтра.

Фильтры задавались в следующей форме (рис. 1):

– низкой частоты первого порядка

$$W(s) = \frac{1}{Ts + 1}; \quad (7)$$

– Баттерворта третьего порядка

$$W(s) = \frac{1}{T^3 s^3 + 2T^2 s^2 + 2T + 1}; \quad (8)$$

– Баттерворта восьмого порядка

$$W(s) = \frac{1}{(Ts)^8 + a_1(Ts)^7 + a_2(Ts)^6 + \dots + a_7 Ts + 1}; \quad (9)$$

– Чебышева третьего порядка первого рода

$$W(s) = \frac{1}{T^3 s^2 + T^2 s^2 + 2T + 1}, \quad (10)$$

где  $s$  – оператор Лапласа;  $T = f_{0,7}^{-1}$ ;  $a_1 = 5,126$ ;  $a_2 = 13,137$ ;  $a_3 = 21,846$ ;  $a_4 = 25,688$ ;  $a_5 = a_3$ ;  $a_6 = a_2$ ;  $a_7 = a_1$ .

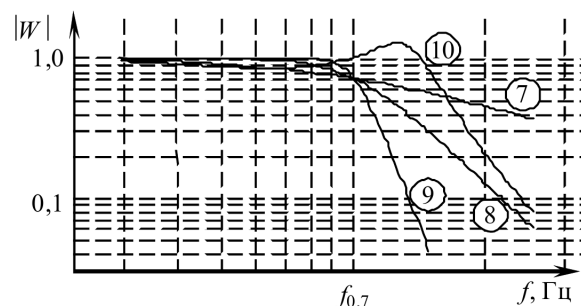


Рис. 1. Диаграмма Бодэ исследуемых фильтров при одинаковой частоте среза

Параметр шума задавался с помощью встроенной в MATLAB функции `random()`. Эта функция позволяет задавать случайную последовательность различных типов с требуемыми параметрами. В рамках этой статьи рассматриваются результаты для нормального распределения с математическим ожиданием 0 и дисперсией 1. Результаты проверялись и при других значениях математического ожидания и величины дисперсии. Это приводило к смещению оптимальных значений фильтров в правую или в левую сторону характеристик в зависимости от увеличения или уменьшения величины дисперсии, но не оказывало влияния на работу критерия серий.

Оптимальное значение частоты среза или длина бегущего среднего находилась в два этапа: первоначально грубое обнаружение области значения при данной скорости нарастания, а затем уточнение параметра при помощи метода дихотомии. Результат оптимизации представлен в таблице и на рис. 2. Как и следует из теории, при приближении частоты среза к времени дискретизации цифрового фильтра (в нашем случае оно равно одной секунде) нормальная его работа по фильтрации нарушается.

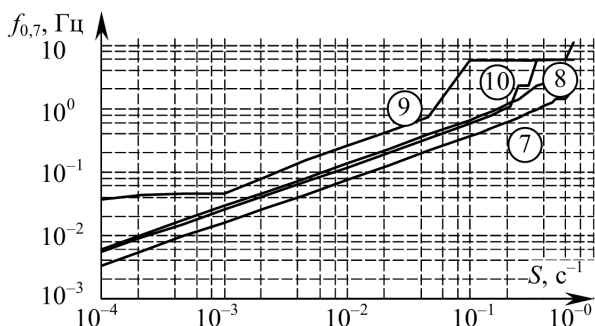


Рис. 2. Зависимость оптимального значения частоты среза от скорости изменения полезного сигнала по критерию (5)

Зависимость оптимального значения частоты среза от скорости изменения полезного сигнала по критерию (6) не приводится, поскольку она имеет аналогичный вид, но отличается значением  $f_{0,7}$ .

На следующем этапе производился анализ работы фильтров при оптимальных и фиксированных параметрах с помощью критерия серий. В процессе этого анализа использовались раз-

личные формулы расчета математического ожидания, дисперсии и  $\gamma$ .

Длина серий задавалась следующим вектором [4 8 16 24 32 64 128 256 512 1024], значения которого наиболее удобны при использовании в цифровых устройствах. Алгоритм строился таким образом, чтобы обеспечивалась возможность анализа количества серий как по принципу LIFO, когда самое старое значение выбрасывается, а новое со сдвигом всех значений добавляется, так и по неподвижной длине отсчетов  $N$ .

В MATLAB присутствуют встроенные функции проверки статистических гипотез о согласии распределения экспериментальным данным `jbtest()`, `kstest()` и `lillietest()`. Тест Жарка – Бера `jbtest()` проверяет выборки на соответствие нормальному распределению с неопределенными параметрами нормального распределения. Этот тест является асимптотическим и не может быть использован на малых выборках. Тест Колмогорова – Смирнова `kstest()` предназначен для проверки на непротиворечие распределения генеральной совокупности значений случайной величины стандартному нормальному закону (нормальному закону с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией) по выборке  $X$ . Тест используется в случаях, когда явно задана теоретическая функция распределения и ее параметры. Тест Лиллифорса `lillietest()` основан на сравнении эмпирического распределения частот выборки  $X$  и нормального закона. Параметры нормального закона рассчитываются по выборке  $X$ . Тест Лиллифорса аналогичен критерию Колмогорова – Смирнова, но в последнем случае параметры нормального закона предполагаются известными. Вектора  $r$  и  $\mu$  проверялись с помощью тестов Жарка – Бера и Лиллифорса.

Вектор количества серий  $r$  анализировался встроенной функцией `normfit()`, которая предназначена для нахождения параметров нормального закона распределения, на предмет нахождения значения математического ожидания, дисперсии, а также максимального и минимального значений этих параметров.

**Результаты и их обсуждение.** Количество результатов, полученных в рамках моделирования, достаточно велико, поэтому выделим только некоторые.

**Оптимальная длина  $L$  скользящего среднего в зависимости от  $S$  для интегральных критериев (5) и (6)**

$S$	$10^{-4}$	$2,15 \times 10^{-4}$	$4,64 \times 10^{-4}$	$10^{-3}$	$2,15 \times 10^{-3}$	$4,64 \times 10^{-3}$	0,01	$2,15 \times 10^{-2}$	$4,64 \times 10^{-2}$	0,1	0,12	0,18	0,25	0,3	0,4	$4,64 \times 10^{-1}$	0,5
$L(I_1)$	576	348	206	121	73	44	26	16	10	6	5	4	3	3	3	2	2
$L(I_2)$	601	356	214	128	76	46	28	17	10	6	6	4	4	3	3	3	2

Величина критерия  $\gamma_1$  при оптимальных значениях частоты среза в диапазоне неопределенных значений работы должна быть в районе 1, если математическое ожидание рассчитывается по формуле

$$\mu_3 = \frac{2N^+N^-}{N} \pm 0,5 \text{ или } \mu_4 = \frac{N}{2} \pm 0,5. \quad (11)$$

Знак «+» в формулах (11) следует использовать, если начало отсчета рассматривается в качестве исхода, «-» – в противном случае. На рис. 3–7 приведены зависимости  $\gamma_2(S)$  при  $N = [4 \ 16 \ 32 \ 64 \ 256 \ 1024]$  для квадратичного критерия. Отличия зависимости  $\gamma_1(S)$  по критериям для  $I_2$  и  $I_1$  наблюдаются только в области предельных скоростей и носят случайный характер.

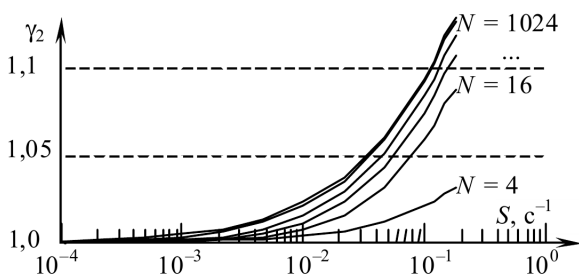


Рис. 3. Зависимость  $\gamma_2$  от  $S$  для ФНЧ первого порядка при оптимальной частоте среза по критерию (5)

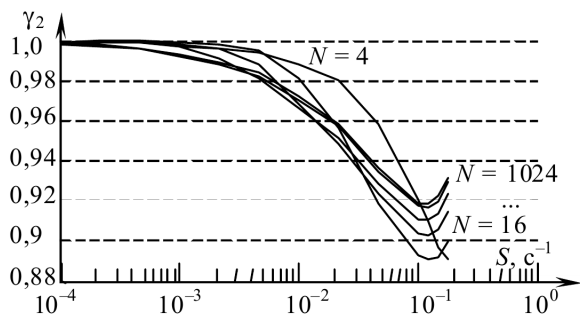


Рис. 4. Зависимость  $\gamma_2$  от  $S$  для фильтра Баттерворта третьего порядка при оптимальной частоте среза по критерию (5)

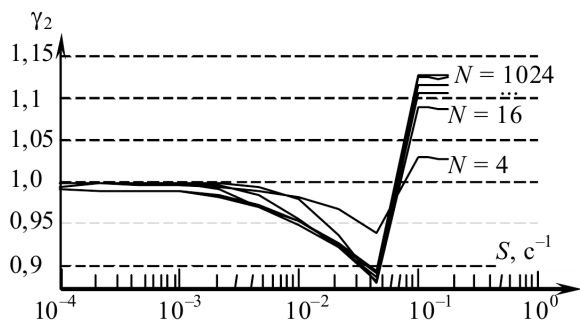


Рис. 5. Зависимость  $\gamma_2$  от  $S$  для фильтра Баттерворта восьмого порядка при оптимальной частоте среза по критерию (5)

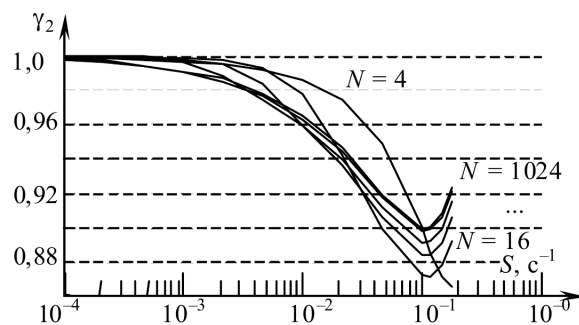


Рис. 6. Зависимость  $\gamma_2$  от  $S$  для фильтра Чебышева третьего порядка первого рода при оптимальной частоте среза по критерию (5)

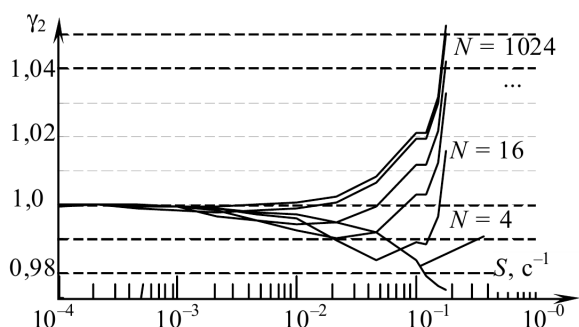


Рис. 7. Зависимость  $\gamma_2$  от  $S$  для скользящего среднего при оптимальной длине усреднения по критерию (5)

Как указывалось ранее, показатель нестационарности  $\gamma$  может быть рассчитан по разным формулам, что существенно влияет на диапазон определения нестационарности (рис. 8).

При фиксированном значении  $f_{0,7}$  фильтров зависимость  $\gamma_2(S)$  имеет одинаковой вид: с увеличением скорости значение  $\gamma_2$  переходит из 1 в 0. Однако скорость и интенсивность, при которой наблюдается падение, зависят от типа фильтра и от  $N$  (рис. 8). На рис. 8 приведены графики при одинаковой частоте среза фильтров  $f_{0,7} = 0,1$  Гц и вычисления скользящего среднего по 16 значениям.

Характеристика фильтра Чебышева третьего порядка первого рода на двух последних рисунках не приводится, поскольку практически не отличается на графике от характеристики фильтра Баттерворта третьего порядка.

Графики демонстрируют, что выбранная формула расчета нестационарности и математического ожидания существенно влияет на чувствительность адаптации по методу серий. Расчет по расширенной формуле (3) хорош при скачкообразной перестройке фильтра. В этом случае влияние расчетных аспектов минимизируется. При необходимости плавной перенастройки фильтра предпочтительнее формула (4), сохраняющая чувствительность критерия в широком диапазоне.

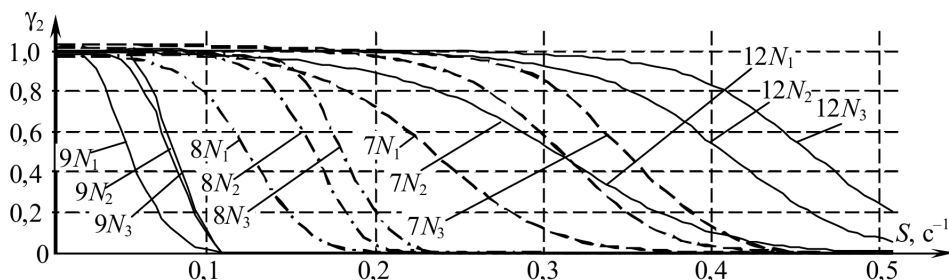


Рис. 8. Зависимость  $\gamma_2$  от скорости сигнала при фиксированных параметрах фильтров (7 – ФНЧ первого порядка; 8, 9 – фильтр Баттерворта соответственно третьего и восьмого порядков; 12 – фильтр скользящего среднего) и трех значениях  $N$ :  $N_1 = 24$ ;  $N_2 = 256$ ;  $N_3 = 1024$

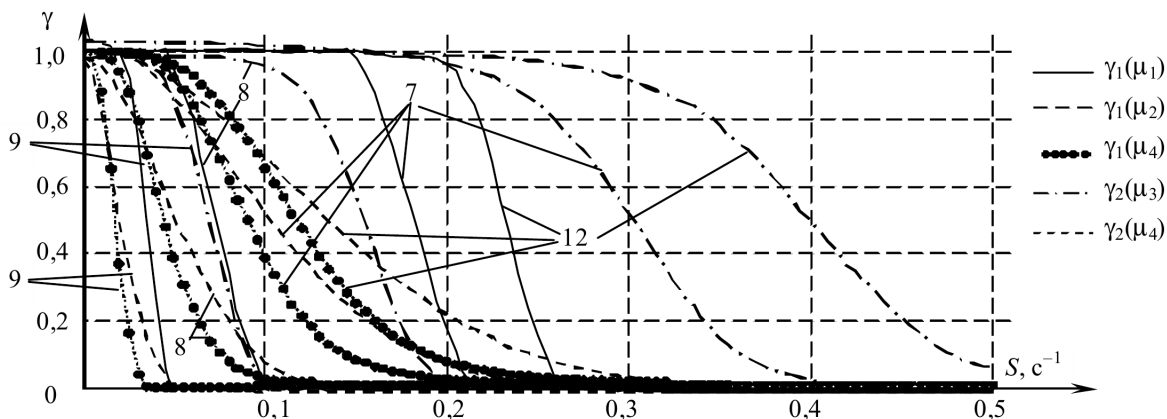


Рис. 9. Зависимости для различных расчетных форм  $\gamma$  от скорости сигнала при фиксированных параметрах фильтров (7 – ФНЧ первого порядка; 8, 9 – фильтр Баттерворта соответственно третьего и восьмого порядков; 12 – фильтр скользящего среднего) и  $N_2 = 256$ ;  $N_3 = 1024$

Более эффективное использование критерия серий для адаптации цифровых фильтров требует тщательного выбора величины  $N$ . В случае широкого изменения скоростей стоит изменять эту величину.

Результаты проверки Жарка – Бера и Лиллифорса на соответствие величины  $r$  нормальному распределению для различных фильтров отражены на рис. 10.

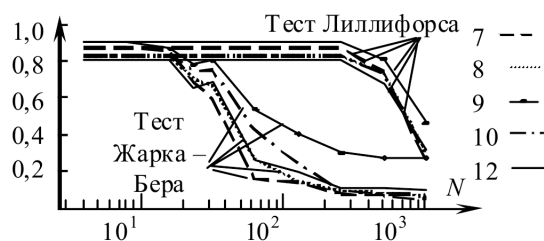


Рис. 10. Зависимости среднего значения теста от количества наблюдений  $N$  (7 – ФНЧ первого порядка; 8, 9 – фильтр Баттерворта соответственно третьего и восьмого порядков; 12 – фильтр скользящего среднего)

Общим является только то, что тест выполняется в случае анализа в векторе  $r$  значений, кратных  $N$ . Тесты формируют 0 в случае соответствия нормальному распределению и 1 в случае несоответствия. Чем больше  $N$ , тем выше вероятность прохождения теста.

**Заключение.** Результаты моделирования подтвердили широкие возможности критерия серий для использования в цифровой адаптации. Выбор параметров настройки критерия следует производить в каждом отдельном случае в зависимости от требований к качеству фильтрации и свойств объекта. Если в качестве критерия выступает минимизация квадратичного отклонения или другого интегрального критерия, то алгоритм может быть построен на поддержании  $\gamma_2$  в области 1. При  $N > 256$  в большинстве случаев количество серий соответствует нормальному распределению.

**Литература**

1. Способ адаптивной фильтрации и устройство для его осуществления: пат. 9322 Респ. Беларусь, МПК7 G01F17/10, H04B1/10 / И. О. Оробей, С. Е. Жарский, Д. А. Гринюк, И. Ф. Кузьмицкий, Д. А. Медяк, В. В. Сарока, М. Ф. Лукашевич; заявитель БГТУ. – № а 0002317; заявл. 11.12.2003; опубл. 30.06.2005 // Афіцыйны бюл. / Дзярж. пат. ведамства Рэсп. Беларусь. – 2006. – № 1. – С. 16.
2. Дерфелль, К. Статистика в аналитической химии / К. Дерфелль. – М.: Мир, 1994. – 170 с.
3. Бендат, Дж. Прикладной анализ случайных данных / Дж. Бендат, А. Пирсол. – М.: Мир, 1989. – 540 с.

Поступила 01.03.2011