

УДК 537.633.2

В. Р. Мадьяров

Белорусский государственный технологический университет

**ПРИМЕНЕНИЕ ЭФФЕКТОВ ВРАЩЕНИЯ ПЛОСКОСТИ ПОЛЯРИЗАЦИИ
И МАГНИТОПЛАЗМЕННОГО ОТРАЖЕНИЯ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ
ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕКТРОННОГО ПЕРЕНОСА В ПОЛУПРОВОДНИКАХ**

Представлены результаты измерений постоянной вращения в кремнии с продольной и поперечной ориентацией магнитного поля относительно волнового вектора падающей волны (в геометрии Фарадея и Фойгта). Показано, что в образце *n*-Si при продольной ориентации магнитного поля постоянная вращения монотонно возрастает с частотой в диапазоне 30–80 ГГц и примерно на порядок превышает значение, полученное для поперечного магнитного поля. Получены соотношения между частотой зондирующей волны, циклотронной и магнитоплазменной частотами, соответствующие минимальному коэффициенту пропускания в СВЧ- и ИК-диапазонах, которые позволяют определить эффективную массу и концентрацию носителей заряда. Расчеты показывают, что в продольной геометрии электронные параметры полупроводника можно определить по абсолютной величине частотного сдвига магнитоплазменного отражения в дальней ИК-области. В поперечном магнитном поле эти параметры можно определить по частотам минимального и максимального пропускания. В миллиметровом диапазоне для получения полного отражения зондирующего излучения требуются очень сильные магнитные поля (более 10 Тл). Полученные данные позволяют выбрать наиболее эффективную и технически простую схему измерений.

Ключевые слова: волны миллиметрового диапазона, эффект Фарадея, магнитоплазменное отражение, концентрация носителей, эффективная масса.

V. R. Mad'yarov

Belarusian State Technological University

**ELECTRON TRANSPORT PARAMETERS MEASUREMENTS
IN SEMICONDUCTORS USING POLARIZATION PLANE ROTATION EFFECT
AND MAGNETOPLASMA REFLECTION**

Polarization plane rotation constants have been measured using longitudinal and transverse magnetic field relative to the wave vector of the incident wave (in Faraday and Voigt geometry). The rotation constant in the *n*-Si specimen at longitudinal magnetic field was shown to increase linearly with frequency in the 30–80 GHz range and approximately by an order of magnitude exceeded the values obtained for the transverse magnetic field. The relations were obtained between the frequency of the probing wave, cyclotron and magnetoplasma frequencies corresponding to the minimum transmittance in the microwave and IR ranges, which allow determine the effective mass and concentration of charge carriers. Calculations show that in longitudinal geometry the semiconductor electronic parameters can be determined by the absolute value of the frequency shift of the magnetoplasma reflection in the far IR region. In the transverse magnetic field, these parameters can be determined by the frequencies at minimum and maximum transmission. In the millimeter range, very strong magnetic fields (more than 10 Tl) are required to obtain complete reflection of the probing radiation. The obtained data allow to choose the most effective and technically simple measuring system.

Key words: millimeter waves, Faraday effect, magnetoplasma reflection, carrier concentration, effective mass.

Введение. В настоящее время для определения параметров электронного переноса в полупроводниках, таких как скорости поверхностной и объемной рекомбинации и длина диффузии носителей заряда, применяются бесконтактные методы с использованием излучений миллиметрового и видимого диапазонов [1, 2]. Методы, основанные на измерении фотопроводимости в магнитном поле в геометрии Фойгта и Фарадея, применялись для определения рекомбинационных параметров носителей заряда в эпитаксиальных пленках Cd-Te [3]. Методика

на основе эффекта магнитного вращения в миллиметровом диапазоне позволяет оценить такие параметры, как подвижность, эффективная масса носителей заряда и время релаксации. В данной работе сопоставляются чувствительности измерительных схем с продольным (геометрия Фарадея) и поперечным магнитными полями, параллельным и перпендикулярным к направлению распространения зондирующего излучения соответственно. Измерения с магнитным вращением являются более результативными в сочетании с получением частотной

характеристики пропускания излучения. Это обусловлено тем, что практически все полупроводниковые материалы слабо поглощают излучение миллиметрового и дальнего ИК-диапазонов, причем в данной области частот ($\sim 10^{12} - 10^{13}$ Гц) находятся магнитоплазменная и циклотронная частоты, а также частота столкновений, определяющая время релаксации носителей. Поэтому данные о таких параметрах, как эффективная масса и концентрация носителей, можно получить по частотам или величине магнитного поля, при которых возможно наблюдать минимальное и максимальное пропускание зондирующего излучения.

Основная часть. Наиболее простыми в техническом отношении являются бесконтактные методы исследования переноса носителей заряда в полупроводниках на основе определения коэффициентов отражения или угла поворота плоскости поляризации зондирующего излучения в магнитном поле. Для образцов кремния и германия интерпретация полученных данных значительно упрощается, если измерения проводить в диапазоне, охватывающем миллиметровую и дальнюю ИК-область с малым коэффициентом потерь излучения, которые обусловлены рассеянием на свободных носителях, решеточным и примесным поглощением.

Угол поворота плоскости поляризации α_{\parallel} зондирующей волны в продольной геометрии (Фарадея) пропорционален разности волновых чисел $\alpha_{\parallel} = 0,5(k_{+} - k_{-})d$ волн с правой и левой циркулярной поляризацией. В поперечной геометрии (Фойгта) угол α_{\perp} определяется разностью этих чисел обыкновенной и необыкновенной волн с взаимно перпендикулярными плоскостями колебаний электрического вектора: $\alpha_{\perp} = 0,5(k_{\parallel} - k_{\perp})d$. Соответствующие волновые числа определяются из уравнения распространения плоско поляризованной электромагнитной волны с частотой ω в направлении оси z в немагнитной проводящей среде с анизотропной удельной электропроводностью σ , обусловленной магнитным полем:

$$\left(k^2 - \varepsilon \frac{\omega^2}{c^2} + i\mu_0\omega\sigma\right)\vec{E} = (\vec{k} \cdot \vec{E})\vec{k}, \quad (1)$$

где k – модуль волнового вектора; ε – диэлектрическая проницаемость полупроводника; \vec{E} – вектор напряженности электрического поля волны; $c = 1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$ – скорость электромагнитной волны в вакууме.

Удельная электропроводность σ в магнитном поле в уравнении (1) определяется матрицей [4]:

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ -\sigma_{xy} & \sigma_{yy} \end{pmatrix},$$

где σ_{xx} – проводимость, обусловленная дрейфом носителей под действием электрического поля зондирующей волны; σ_{xy} – холловская проводимость полупроводникового образца, вызванная взаимодействием тока проводимости с постоянным магнитным полем с индукцией B . Компоненты σ_{xx} и σ_{xy} в приближении сферических энергетических поверхностей определяются соотношениями:

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_0\tau^{-1} \frac{\tau^{-1} + i\omega}{(\tau^{-1} + i\omega)^2 + \omega_c^2}; \quad (2)$$

$$\sigma_{xy} = -\sigma_{yx} = \sigma_0\tau^{-1} \frac{\omega_c}{(\tau^{-1} + i\omega)^2 + \omega_c^2},$$

где σ_0 – удельная электропроводность в постоянном электрическом поле; τ – время релаксации импульса; $\omega_c = eB/m^*$ – циклотронная частота; m^* – эффективная масса носителей заряда.

Если магнитное поле с индукцией B направлено вдоль распространения волны (геометрия Фарадея), то $(\vec{k} \cdot \vec{E})\vec{k} = 0$ и для проекций электрического поля E_x и E_y на оси x и y :

$$\left(k^2 - \varepsilon \frac{\omega^2}{c^2}\right)E_x + i\mu_0\omega(\sigma_{xx}E_x + \sigma_{xy}E_y) = 0; \quad (3)$$

$$\left(k^2 - \varepsilon \frac{\omega^2}{c^2}\right)E_y + i\mu_0\omega(-\sigma_{xy}E_x + \sigma_{xx}E_y) = 0.$$

Из уравнений (3) следует решение для k в продольной геометрии:

$$k_{\pm}^2 = \varepsilon \frac{\omega^2}{c^2} - i\mu_0\omega\sigma_{xx} \pm i\mu_0\omega\sigma_{xy}. \quad (4)$$

Если магнитное поле направлено перпендикулярно к направлению распространения волны, то уравнения для проекций E_x и E_y примут вид:

$$\left(k^2 - \varepsilon \frac{\omega^2}{c^2}\right)E_x + i\mu_0\omega(\sigma_{xx}E_x + \sigma_{xy}E_y) = 0; \quad (5)$$

$$\left(\varepsilon \frac{\omega^2}{c^2} - i\mu_0\omega\sigma_{xx}\right)E_y + i\mu_0\omega\sigma_{xy}E_x = 0.$$

Экспериментальная установка показана на рис. 1.

В качестве источника зондирующего излучения использовался генератор Г4-142 (диапазон 50–78 ГГц). Волновод имел стандартное прямоугольное сечение и был рассчитан на прохождение моды TE_{11} . Использовались пластинки образцов n -кремния и n -германия толщиной 0,5 мм. Образцы помещались в неподвижную цилиндрическую переходную латунную секцию, состоящую из двух коаксиальных

цилиндров. Один из цилиндров мог поворачиваться и соединяться со второй прямоугольной секцией. Магнитное поле, параллельное направлению распространения волны в месте расположения образца, создавалось внутри обмотки, одетой на цилиндрическую секцию. Поперечное магнитное поле возбуждалось в зазоре между полюсами электромагнита. Плоскость образца кремния перпендикулярна оси [100], для которой известны продольная и поперечная эффективные массы. Направление продольного магнитного поля совпадало с этой осью. Угол поворота цилиндрической секции измерялся по смещению светового пятна лазерного луча, отраженного от зеркала, жестко соединенного с вращающейся секцией. Такая система обеспечивала минимальный измеряемый угол поворота около 0,1 град при данной толщине образца. Мощность прошедшей волны измерялась детекторным блоком, вставленным во вторую прямоугольную секцию.

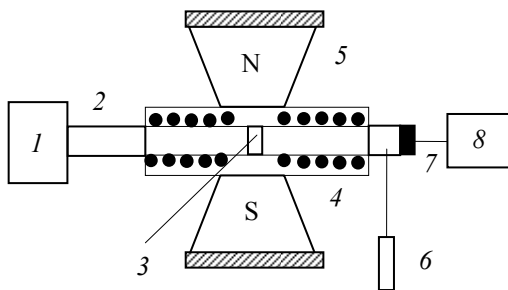


Рис. 1. Экспериментальная установка:

- 1 – СВЧ-генератор;
- 2 – волновод; 3 – образец;
- 4 – обмотка соленоида; 5 – электромагнит;
- 6 – лазер; 7 – детектор; 8 – микровольтметр

Решение уравнений (5) дает выражение для k в поперечной геометрии:

$$k_{\perp}^2 = \frac{\varepsilon\omega^2 + \mu_0\omega(\sigma_{xx}^2 - \sigma_{xy}^2)c^2}{\varepsilon\omega^2 + i\mu_0\omega\sigma_{xx}c^2}. \quad (6)$$

Сопоставление углов поворота для продольной и поперечной геометрии с использованием формул (4) и (6) затруднено, так как сравнительно простые аналитические выражения для удельных электропроводностей σ_{xx} и σ_{xy} , которые входят в выражения (4) и (6), получены только в изотропном приближении, т. е. для сферических энергетических поверхностей полупроводника.

На рис. 2 показаны зависимости угла поворота α плоскости поляризации в кремниевой пластинке от частоты зондирующего излучения с одинаковыми продольным ($\vec{B} \perp \vec{E}, \vec{H}$) и поперечным ($\vec{B} \perp \vec{E} \parallel \vec{H}$) постоянными магнитными полями. Величина α в поперечной геометрии

оказывается значительно меньше, чем при наложении продольного магнитного поля.

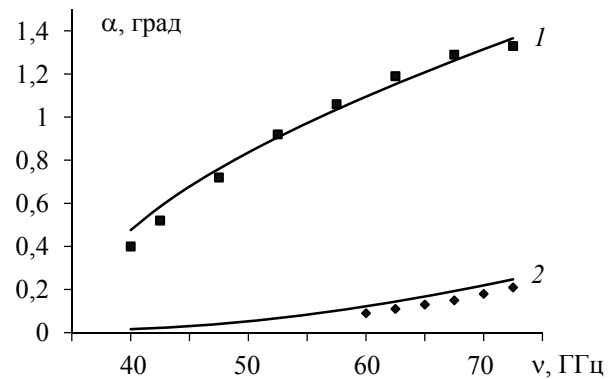


Рис. 2. Зависимости угла поворота плоскости поляризации в продольном (1) и поперечном (2) магнитном поле с индукцией $B = 0,04$ Тл от частоты зондирующего излучения (n -Si 96 См/м). Сплошные кривые – расчетные значения

Расчетные значения для углов α_{\parallel} и α_{\perp} получены с использованием формулы (4) для k и выражений для компонент тензора проводимости σ_{xx} и σ_{xy} в предположении сферических энергетических поверхностей.

На рис. 3 представлены зависимости углов вращения α_{\parallel} и α_{\perp} от магнитного поля в продольной и поперечной геометрии. Для продольного и поперечного полей наблюдается линейная зависимость угла вращения от магнитного поля. Угол вращения плоскости поляризации для продольного поля α_{\parallel} значительно превышает значения α_{\perp} даже в гораздо более слабых полях. Таким образом, схема с геометрией Фарадея оказывается более чувствительной к магнитному полю.

Рассмотрим возможность определения параметров полупроводника из магнитоплазменных измерений в дальней ИК и миллиметровой областях при обеих ориентациях магнитного поля.

Для продольного магнитного поля, используя выражения (2), из формулы (4) можно получить уравнение для полного отражения зондирующей волны, которое имеет место при $k = 0$:

$$\varepsilon - i \frac{\mu_0 c^2}{\omega} \frac{\sigma_0}{1 + i(\omega \mp \omega_c)\tau} = 0. \quad (7)$$

Для дальней ИК-области ($\omega \sim 10^{13} \text{ с}^{-1}$) выполняется условие $(\omega \mp \omega_c)\tau \gg 1$. Тогда в слабых магнитных полях решение уравнения (7) дает величину сдвига магнитоплазменного отражения:

$$\Delta\omega = \omega^* - \omega_p = \mp \frac{1}{2}\omega_c, \quad (8)$$

где ω^* – частота максимального отражения при отсутствии магнитного поля; ω_p – плазменная частота:

$$\omega_p^2 = \frac{ne^2}{\varepsilon\varepsilon_0 m^*} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon\varepsilon_0 \tau}. \quad (9)$$

Из формул (8) и (9) следуют выражения для эффективной массы и концентрации:

$$m^* = \frac{eB}{2\Delta\omega}; \quad n = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 m^* (\omega^* + \Delta\omega)^2}{e^2}. \quad (10)$$

Для миллиметровой и субмиллиметровой областей ($\omega \sim 10^{11} - 10^{12} \text{ с}^{-1}$) и в умеренных магнитных полях выполняется условие $(\omega \mp \omega_c)\tau \ll 1$. Тогда из формулы (7) следует уравнение для частоты, соответствующей полному отражению:

$$\omega^3 \pm 2\omega_c \omega^2 + \frac{\omega}{\tau^2} \mp \omega_p^2 \omega_c = 0. \quad (11)$$

Численное решение уравнения (11) с использованием магнитной индукции B в качестве параметра показывает, что для типовых значений m^* , τ и σ_0 полное отражение в рассматриваемом частотном диапазоне достигается в очень сильных магнитных полях (более 10 Тл).

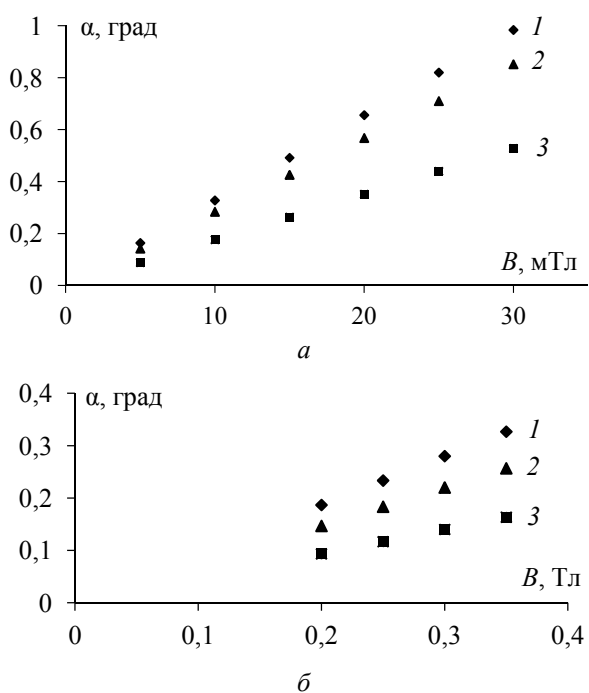


Рис. 3. Зависимости угла магнитного вращения от магнитного поля для n -кремния с удельной электропроводностью $\sigma_0 = 96 \text{ См/м}$ в продольной (а) и поперечной (б) геометрии на частотах: 1 – 63 ГГц; 2 – 56 ГГц; 3 – 53 ГГц

Рассмотрим отражение в поперечном магнитном поле. Решение уравнения (6) дает частоту, соответствующую максимальному про-

пусканию при $k = \omega/c$. Для дальней ИК-области получается уравнение:

$$\omega^4 - \left[2\omega_p^2 + \left(\frac{kc}{\sqrt{\varepsilon}} \right)^2 \right] \omega^2 + \omega_p^2 \left[\omega_p^2 - \omega_c^2 + \left(\frac{kc}{\sqrt{\varepsilon}} \right)^2 \right] = 0. \quad (12)$$

Решение уравнения (12) дает частоту максимума пропускания в поперечном магнитном поле:

$$\omega_{\perp \max}^* = \frac{\omega_p}{\sqrt{2\varepsilon}} \sqrt{2\varepsilon \pm \sqrt{1 + \left(\frac{2\varepsilon\omega_c}{\omega_p} \right)^2}}. \quad (13)$$

Для максимума отражения (минимума пропускания) в дальней ИК-области, при котором $k = 0$, из (12) следует уравнение:

$$\omega^4 - 2\omega_p^2 \omega^2 + \omega_p^2 (\omega_p^2 - \omega_c^2) = 0.$$

Отсюда частота, соответствующая минимальному пропусканию в поперечном магнитном поле:

$$\omega_{\perp}^* = \sqrt{\omega_p (\omega_p \pm \omega_c)}. \quad (14)$$

Из уравнения (14) с учетом неравенства $\omega < \omega_p$ следует выражение для эффективной массы:

$$m^* = \frac{eB\omega_{\perp}^*}{\omega_p^2 - \omega_{\perp}^{*2}}, \quad (15)$$

где ω_p – плазменная частота, соответствующая максимальному отражению при отсутствии магнитного поля. Подставив выражение (15) в формулу для ω_p , можно рассчитать концентрацию носителей через измеряемые значения ω_p и ω_{\perp}^* :

$$n = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 B \omega_{\perp}^*}{e(\omega_p^2 - \omega_{\perp}^{*2})}. \quad (16)$$

В миллиметровой и субмиллиметровой областях при поперечной геометрии, т. е. при условиях $(\omega \pm \omega_p) \ll 1$ и $\omega \ll \omega_p$, как следует из уравнений, полученных в [5], полное отражение в умеренных магнитных полях не достигается.

Заключение. Из экспериментального сопоставления эффективности вращения плоскости колебаний излучения в области частот 30–70 ГГц показано, что в образцах n -Si и n -Ge при продольной ориентации магнитного поля постоянная вращения примерно на порядок превышает значение, полученное для поперечного магнитного поля и монотонно возрастает с

частотой. Расчеты показывают, что для оценки таких параметров полупроводника, как эффективная масса и концентрация носителей, целесообразно использовать зондирование излучением дальнего ИК-диапазона (примерно 50–100 мкм). При продольной геометрии эти параметры

можно оценить по величине частотного сдвига магнитоплазменного отражения. В поперечном магнитном поле эти параметры наиболее просто определяются по частотам, соответствующим минимальному пропусканию в отсутствие магнитного поля и при его включении.

Литература

1. Separation of the bulk lifetime and surface recombination velocities semiconductor wafer by a single microwave photoconductance / F. X. Chen [et al.] // *Semicond. Sci. and Technology*. 2004. Vol. 19, no. 9. P. 959–963.
2. Манухов В. В., Федорцов А. Б., Иванов А. С. Лазерно-интерференционный метод определения длины диффузии носителей заряда в полупроводниках // *Физика и техника полупроводников*. 2015. Т. 49, вып. 9. С. 1153–1158.
3. Костюченко В. Я., Протасов Д. Ю. Фотоэлектромагнитный комплекс методов определения рекомбинационно-диффузионных параметров носителей заряда в эпитаксиальных пленках кадмий – ртуть – теллур *p*-типа // *Вестник НГУ. Сер. Физика*. 2011. Т. 6, вып. 1. С. 104–115.
4. Басс Ф. Г., Гуревич Ю. Г. Горячие электроны и сильные электромагнитные волны в плазме полупроводников и газового разряда. М.: Наука, 1975. 400 с.
5. Никольский В. В., Никольская Т. И. Электродинамика и распространение радиоволн. М.: Наука, 1989. 543 с.

References

1. Chen F. X., Cui R. Q., Xu L., Meng F. Y., Zhao Z. X. and Zhou Z. B. Separation of the bulk lifetime and surface recombination velocities semiconductor wafer by a single microwave photoconductance. *Semicond. Sci. and Technology*, 2004, vol. 19, no. 9, pp. 959–963.
2. Manukhov V. V., Fedortsov A. B., Ivanov A. S. Laser-interferometry method of determination of charge carrier diffusion length in semiconductors. *Fizika i tekhnika poluprovodnikov* [Semiconductor physics and engineering], 2015, vol. 49, issue 9, pp. 1153–1158 (In Russian).
3. Kostyuchenko V. Ya., Protasov D. Yu. Photoelectromagnetic complex of methods to determine the recombination-diffusion parameters of charge carriers in p-type mercury – cadmium – telluride epitaxial films. *Vestnik NGU* [Bulletin of NSU], series Physics, 2011, vol. 6, issue 1, pp. 104–115 (In Russian).
4. Bass F. G., Gurevich Yu. G. *Goryachie elektrony i sil'nye elektromagnitnye volny v plazme poluprovodnikov i gasovogo razryada* [Hot electrons and strong electromagnetic waves in plasma of semiconductors and gas discharge]. Moscow, Nauka Publ., 1975. 400 p.
5. Nikol'skiy V. V., Nikol'skaya T. I. *Elektrodinamika i rasprostranenie radiovoln* [Electrodynamics and propagation of radio waves]. Moscow, Nauka Publ., 1989. 543 p.

Информация об авторе

Мадьяров Владимир Рафкатович – кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры физики. Белорусский государственный технологический университет (220006, г. Минск, ул. Свердлова, 13а, Республика Беларусь). E-mail: Madyarov@belstu.by

Information about the author

Mad'yarov Vladimir Rafkatovich – PhD (Physics and Mathematics), Associate Professor, Assistant Professor, the Department of Physics. Belarusian State Technological University (13a, Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: Madyarov@belstu.by

Поступила 12.03.2018