работы P_1^*.

Данная математическая модель может быть использована на производстве, при составлении эффективной системы машин «харвестер – форвардер» в зависимости от конкретных природно-производственных условий, при наименьших экономических затратах.

Построение математической модели, ее решение и анализ, полученных решений могут быть использованы при обучении студентов, технических специальностей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Игнатенко В. В., Турлай И. В., Федоренчик А. С. Моделирование и оптимизация процессов лесозаготовок. Минск: БГТУ, 2004. 178 с.

2. Игнатенко В. В., Леонов Е. А. Установление рациональных параметров многооперационных машин в лесозаготовительной промышленности // Актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика. 2015. Т. 3. № 5–4. С. 291–295.

3. Леонов Е. А., Игнатенко В. В., Клоков Д. В. Математическая модель работы рубильной машины с учетом ее технических отказов // Труды БГТУ. 2016. № 2: Лесная и деревообр. пром-сть. С. 40–44.

УДК 517.977

И.М. Борковская, доц., канд. физ.-мат. наук (БГТУ, г. Минск)

О ПОСТРОЕНИИ СТАБИЛИЗИРУЮЩЕГО РЕГУЛЯТОРА ДЛЯ ГИБРИДНОЙ ДИСКРЕТНО-НЕПРЕРЫВНОЙ СИСТЕМЫ

Важнейшим свойством реальной системы управления является свойство устойчивости. В качественной теории управления динамическими системами задача стабилизации занимает одно из центральных мест. С помощью воздействия регулятора, построенного по принципу обратной связи, необходимо обеспечить устойчивость замкнутой системы. В докладе предлагаются способы выбора регулятора, обеспечивающего устойчивость гибридной дискретно-непрерывной системы с «многомерным» (2-D-мерным) временем, состоящей из непрерывной и дискретной составляющих:

$$\dot{x}_1(t,k) = A_{11}x_1(t,k) + A_{12}x_2(t,k) + B_1u(t,k),\ t \in [0,+\infty), \quad (1)$$

$$x_2(t,k+1) = A_{21}x_1(t,k) + A_{22}x_2(t,k) + B_2u(t,k),\ k = 0,1,2,\ldots \quad (2)$$

Для скалярного случая, когда система принимает вид

$$\dot{x}_1(t,k)=a_{11}x_1(t,k)+a_{12}x_2(t,k)+b_1u(t,k),\ t\in[0,+\infty), \tag{3}$$
$$x_2(t,k+1)=a_{21}x_1(t,k)+a_{22}x_2(t,k)+b_2u(t,k),\ k=0,1,2,\dots \tag{4}$$

проводится построение стабилизирующего регулятора, не выводящего систему за пределы рассматриваемого класса:

$$u(t,k)=q_1x_1(t,k)+q_2x_2(t,k). \tag{5}$$

Рассмотрим задачу стабилизации в смысле сильной асимптотической устойчивости и других видов устойчивости системы (3), (4) регулятором (5).

Характеристическим уравнением системы (1), (2) назовем уравнение вида

$$\det\begin{bmatrix}\lambda I_{n_1}-A_{11} & -A_{12}\\ -A_{21} & \mu I_{n_2}-A_{22}\end{bmatrix}=0.$$

Можно показать, что выполнение условий на корни характеристического уравнения

$$\operatorname{Re}\lambda<0 \text{ и } |\mu|<1$$

является необходимым, а в скалярном случае и достаточным для сильной асимптотической устойчивости системы.

Теорема 1. Для того, чтобы система (3), (4) скалярных уравнений была сильно асимптотически устойчивой, необходимо и достаточно, чтобы выполнялись следующие условия:

$$1)\ a_{12}a_{21}=0;\ \ 2)\ |a_{22}|<1,\ a_{11}<0.$$

Замкнутая система уравнений (3), (4), (5) имеет вид:

$$\dot{x}_1(t,k)=(a_{11}+b_1q_1)x_1(t,k)+(a_{12}+b_1q_2)x_2(t,k),$$
$$x_2(t,k+1)=(a_{21}+b_2q_1)x_1(t,k)+(a_{22}+b_2q_2)x_2(t,k).$$

Для выполнения первого условия теоремы 1 возможны следующие способы выбора регулятора (5):

$$1)\ q_2=-\frac{a_{12}}{b_1}; \qquad 2)\ q_1=-\frac{a_{21}}{b_2}.$$

Тогда в первом случае при условии $\left|a_{22}-\dfrac{b_2a_{12}}{b_1}\right|<1$ коэффициент q_1 можно выбрать следующим образом:

$$\text{при } b_1>0:\quad q_1<-\frac{a_{11}}{b_1},$$

$$\text{при } b_1 < 0: \quad q_1 > -\frac{a_{11}}{b_1}.$$

Во втором случае при условии $a_{11} - \frac{b_1 a_{21}}{b_2} < 0$ коэффициент q_2 будем выбирать так, чтобы $|a_{22} + b_2 q_2| < 1$.

Полученный регулятор обеспечит согласно теореме 1 сильную асимптотическую устойчивость замкнутой системы (3), (4), (5). Таким образом, достаточное условие стабилизируемости можно сформулировать в виде следующей теоремы.

Теорема 2. Для того, чтобы система (3), (4) была стабилизируема (в смысле сильной асимптотической устойчивости) регулятором (5), достаточно, чтобы выполнялось хотя бы одно из условий:

$$1)\ \left|a_{22} - \frac{b_2 a_{12}}{b_1}\right| < 1; \quad 2)\ a_{11} - \frac{b_1 a_{21}}{b_2} < 0.$$

Аналогично проводится построение стабилизирующего регулятора для обеспечения слабой асимптотической устойчивости системы и (α, γ)-устойчивости системы.

УДК 519.626.2

И.Ф. Соловьева, доц., канд. физ.-мат. наук (БГТУ, г. Минск)

К ВОПРОСУ ИССЛЕДОВАНИЯ ЗАДАЧ С ПОГРАНСЛОЕМ

Теория пограничного слоя была открыта еще в 1904 году американским ученым, президентом и почетным членом общества ГАММ Людвигом Прандтлем. Он сформулировал и обосновал большую часть ее развития. Пограничный слой играет весьма существенную роль даже в нашем организме. Он является ответственным за правильное функционирование организма, за кровообращение, движение лимфы, дыхание, а также за отсутствие в организме болезней. В технике экономичность прибора и его работа часто связана с «хорошим» пограничным слоем. Большой круг задач, с которыми сталкиваются инженеры, физики и специалисты по прикладной механике, описываются математическими моделями, в основе которых лежат обыкновенные дифференциальные уравнения с пограничными или внутренними переходными слоями.

Несмотря на то, что уже много лет прошло с основания теории пограничного слоя, данная тема не потеряла своей актуальности и в наши дни. Причина трудностей решения таких задач заключается не