

# Что мы знаем о бумаге: фрактальная парадигма

**Бумага — классический упаковочный материал. Но, отдавая дань традиционной упаковке в виде бумажных пакетов и мешков, можно поставить вопрос о перспективности бумаги в условиях конкуренции с полимерными и другими современными упаковочными материалами.**

**Михаил Кулак,**

д-р физ.-мат. наук, проф.,  
зав. кафедрой полиграфии БГТУ

**Ирина Пиотух,**

аспирант БГТУ

**Ольга Боброва,**

инженер БГТУ

**В** первую очередь, очевидно, следует принимать во внимание более высокий потенциал металлов и полимеров. Однако в целом ситуация не столь уж однозначная и ясная. Поэтому возникает необходимость ввести некий рациональный способ оценки потенциала материалов. Рассмотрим ситуацию с точки зрения такого критерия, как наукоемкость.

Казалось бы, бумага (как материал и технология его производства) имеет без малого уже почти двухтысячелетнюю историю развития. Разрешились ли за это время все научные, технические и технологические проблемы? Наше «да» скорее будет продиктовано обыденностью и привычностью бумаги, чем реальным положением дел. Ведь на самом деле очень большой круг проблем связан не только с исследованием, но даже описанием структуры бумаги.

Структура бумаги является связующим звеном между технологией производства бумаги и ее потребительскими свойствами. Особенность первой состоит в том, что при изготовлении бумажного листа изначально создается анизотропия распределения, ориентации и взаимодействия составляющих его волокон. Появляющаяся при этом значительная неоднородность свойств бумаги вынуждает сначала определять средние значения характеристик бумаги, а затем учитывать в полном объеме законы их распределения.

На наш взгляд, уже давно образовался разрыв между существующими методами испытания свойств бумаги и реальными за-

просами технологии ее производства, дальнейшей переработки и использования. Суть проблемы в следующем. Большинство существующих методов измерения свойств бумаги позволяют получить интегральные (средние) характеристики. Но при изготовлении и переработке бумаги эти же свойства проявляются локально, например разрушение, потеря свойств при переработке.

Главная причина такого положения заключается в том, что в большинстве случаев используются косвенные методы измерения. Бумага по своей структуре является стохастическим материалом. Однако для таких материалов даже в продвинутых областях физики до недавнего времени существовали большие проблемы с описанием случайных структур. Поэтому расчет локальных характеристик для неоднородных материалов представляет очень серьезную теоретическую проблему.

Вторая причина кроется в том, что большинство методов измерения изначально создавались для измерения свойств относительно однородных материалов, скажем металлов. И только значительно позднее их стали использовать в бумажной промышленности. Это касается и испытаний физико-механических свойств бумаги. Но, в отличие от металлов, бумага существенно неоднородный материал. Поэтому ее интегральные характеристики только приблизительно отражают реальные свойства.

Парадокс состоит в том, что до середины 1980-х гг. структуру бумаги пытались описывать в рамках Евклидовой геометрии. В конце 80-х годов XX столетия появились работы Я.А.Гравитиса, который для характеристики надмолекулярной структуры (сетки) лигнина применил теорию фракталов. Был создан прецедент использования новейших методов теоретической физики, в частности теории

неоднородных структур для исследования древесины.

Принципиальное отличие теории фракталов от Евклидовой геометрии состоит в следующем: в последней объекты имеют целочисленную топологическую размерность: линия — 1; плоскость — 2; объем — 3. Объекты фрактальной геометрии обладают дробной топологической размерностью. Топологическую размерность фрактальных объектов обычно называют фрактальной и обозначают символом  $D$ . Фрактальные объекты можно разделить на два класса — регулярные фракталы (предфракталы) и стохастические фракталы. Регулярные фракталы (рис. 1 а и б) были первыми объектами в теории фракталов, которые позволили подтвердить принципиальную возможность существования геометрических объектов дробной топологической размерности.

На рис. 1 а приведена триадная кривая Эльзе Кох. Построение кривой Кох начинается с прямолинейного отрезка единичной длины, который является «затравкой» и может быть заменен каким-либо многоугольником, например равносторонним треугольником или квадратом. «Затравка» — это нулевое поколение кривой Кох ( $n = 0$ ). В процессе построения первого поколения кривой ( $n = 1$ ) необходимо разделить отрезок на три части и заменить среднюю часть двумя равновеликими ей. В случае, если в роли «затравки» выступает многоугольник, то аналогичная процедура производится с его сторонами. Длина всей кривой первого поколения составляет величину  $L = 4/3$ . Следующее поколение кривой получается при проведении процедуры деления и замены над каждым элементом кривой первого поколения. Далее процедуру можно повторять при все меньших и меньших масштабах. Фрактальная размерность кривой Кох равна  $D = \ln 4 / \ln 3 \sim 1,26$ .

Триадная кривая Кох показывает возможность существования линии с размерностью больше единицы. Можно построить плоский объект с размерностью меньше двух. На рис. 1 б приведен пример такого объекта — ковер Серпинского. В качестве «затравки» использован квадрат. Для получения первого поколения фигуры квадрат делится на девять частей и центральная из них удаляется. Далее над каждой оставшейся частью процедура повторяется. Фрактальная размерность ковра Серпинского  $D = \ln 8 / \ln 3 \sim 1,89$ .

Объемным аналогом ковра Серпинского является губка Серпинского, которая представляет собой пример пористого тела — объемного фрактала.

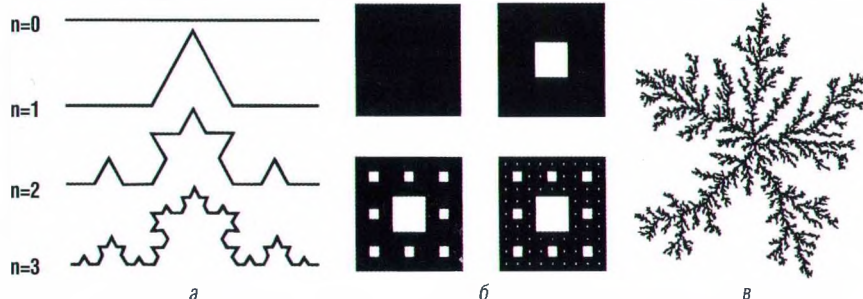


Рис. 1. Примеры фрактальных объектов: а — кривая Кох; б — ковер Серпинского; в — кластер, возникающий в результате ограниченной диффузией агрегации

Несмотря на кажущуюся простоту, регулярные фракталы находят применение в некоторых областях науки. Однако для механики неоднородных материалов наибольший интерес представляют стохастические фракталы. Объектом такого рода является приведенный на рис. 1 в фрактальный кластер. Он выглядит как типичная дендритная структура, чрезвычайно распространенная среди неоднородных материалов. Вместе с тем примечательная особенность данного кластера состоит в том, что он построен в результате моделирования на ЭВМ с использованием методов теории фракталов. Важнейшей отличительной особенностью фракталов является самоподобие. В несколько упрощенном виде его можно трактовать как подобие любой части фрактала целому.

Многие материалы имеют неупорядоченную структуру. Необходимо отметить, что определение фрактальной размерности структур, особенно в реальных материалах, представляет собой самостоятельную и довольно непростую задачу. Между тем ее решение позволяет подобрать ключ к применению методов теории фракталов в конкретной научной области. Теория фракталов дает возможность с единых позиций решить задачу описания всей иерархии структурных уровней в сложных материалах. Так, в работах М.И.Кулака в начале 1990-х гг. по данным о рассеянии гамма-излучения древесиной был прослежен фрактальный характер организации ее компонентов на пяти структурных уровнях. Эти работы послужили базой для применения методов теории фракталов к описанию структур бумаги.

№ п/п	Вид бумаги	Плотность бумаги, г/м <sup>2</sup>	Значение фрактальной размерности
1	Lumi Silk	150	2.55
2	Union Art	150	2.48
3	Union Silk	150	2.38
4	Картон MALMERO	150	2.36
5	Lumi Art	150	2.15

Фрактальная размерность структуры бумаги — это новый параметр, ранее для бумаг он не определялся. Приведенные в таблице результаты показывают, что такой структурный параметр сам по себе является достаточно информативным, он чувствителен ко многим параметрам и режимам технологии изготовления бумаги и их проявлениям через ее структуру.

Однако основная ценность структурного параметра состоит в том, что он имеет богатое физическое содержание. В результате удается построить физическую теорию для расчета многих локальных свойств бумаги. Ниже на рисунках 2 а, б, в и г приведены результаты расчета распределения упругопрочностных характеристик и пористости по толщине бумажного листа. Необходимо подчеркнуть, что все расчеты базируются только на одном-единственном структурном параметре и для их проведения используются методы механики материалов.

Учитывая специфику кафедры полиграфии, на которой работают авторы статьи, хочется отметить исследования по построению на новой структурной основе теории взаимодействия бумаги и краски в процессе печатания. В настоящее время удалось получить интересные результаты в такой области, которая раньше считалась недоступной для ис-

следования не только теоретическими, но и экспериментальными методами. По сути дела, удалось прояснить очень тонкие особенности взаимодействия печатной краски и бумаги именно в той области, где стохастичность и неоднородность структуры бумаги играют решающую роль. Таким образом, можно утверждать, что данный подход представляется эффективным и для описания печатных свойств бумаги.

По нашему мнению, применение теоретической базы и моделей возможно в приборах для измерения свойств бумаги и материалов на ее основе, причем такой подход позволяет создать новое поколение испытательной аппаратуры, не изменяя существующие приборы конструктивно. Подобные приборы могут представлять интерес как для бумажной промышленности с целью использования в технологических системах контроля и управления, так и для отраслевой науки в качестве нового инструмента с широкими возможностями.

Вряд ли сегодня можно требовать от теории фракталов какой-либо отдачи и конкретной выгоды при производстве упаковки. Но то, что ожидания могут оправдаться, показывает опыт полиграфии, где освоение теории фракталов уже прошло несколько логически взаимосвязанных этапов. На первом этапе использовались формальные свойства фракталов, их начали применять в качестве объектов необычной геометрической формы в дизайнерских целях. В результате появилось несколько программных пакетов для генерации фрактальных картинок.

Далее — этап постижения не только формы, но и содержания фракталов. Был разработан метод фрактального сжатия информации, который используется при обработке изобразительной информации для сжатия и архивации массивов больших изображений.

Сейчас настала очередь третьего этапа. При участии авторов данной статьи на кафедре полиграфии БГУ на основе теории фракталов ведутся исследования новых разновидностей стохастических растров.

Фракталы и фрактальные материалы, к числу которых относится и бумага, имеют не только необычную форму, но и интересные свойства, некоторые из них могут оказаться в перспективе полезными и при производстве упаковки. Залогом этого выступает приносящая фракталам красота и гармония.

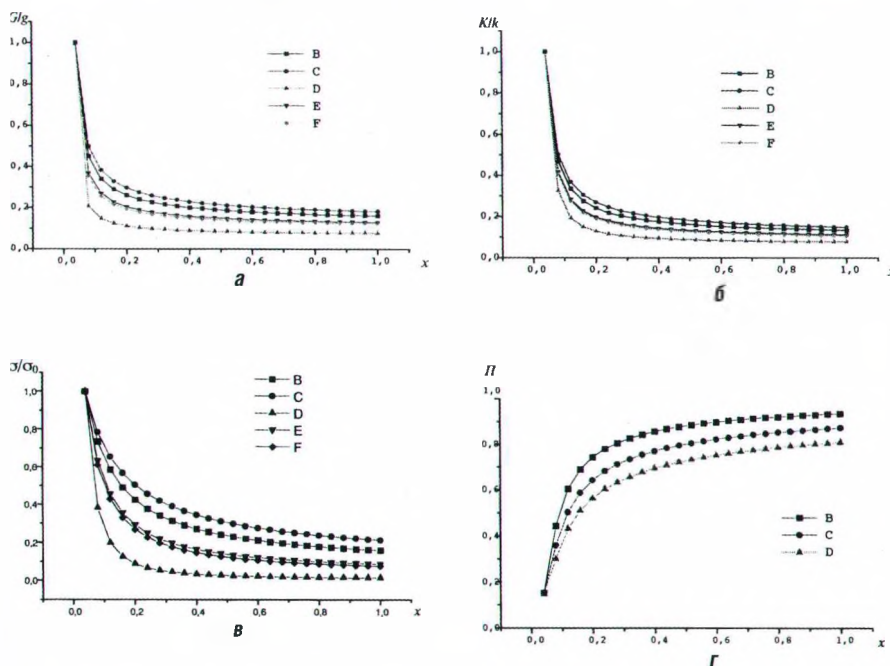


Рис. 2. Распределение упруго-прочностных характеристик и пористости по толщине бумажного листа: а — сдвиговые модули упругости; б — объемные модули упругости; в — распределение прочности; г — распределение пористости; виды бумаги: В — Union Art; С — Lumi Silk; D — Union Silk; F — MALMERO