

УДК 621.929

**П. Е. Вайтехович<sup>1</sup>, Г. М. Хвесько<sup>1</sup>, Д. Н. Боровский<sup>1</sup>, Д. В. Семененко<sup>2</sup>**<sup>1</sup>Белорусский государственный технологический университет<sup>2</sup>Филиал «Научно-технический центр» ОАО «НПО Центр»**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСНОВНЫХ ПАРАМЕТРОВ ЭФФЕКТИВНОГО ПЛАНЕТАРНОГО СМЕСИТЕЛЯ**

Процессы перемешивания различных веществ широко применяют во многих отраслях промышленности, в том числе и в промышленности строительных материалов. В различных технологических процессах требуется создать однородную массу, состоящую из нескольких компонентов. В некоторых случаях необходимо обеспечить максимально полный и равномерный по всему объему контакт реагирующих компонентов. Одним из основных отличительных элементов конструкции планетарного (противоточного) смесителя являются смесительные звезды, которые вращаются вокруг вертикального вала смесителя и относительно своей оси одновременно.

В работе предложена методика расчета важных характеристик планетарного смесителя – эффективности, производительности и мощности, затрачиваемой на перемешивание. Все они зависят от скорости движения рабочего органа с перемешивающими лопастями. Методами классической механики с использованием мгновенного центра скоростей получена формула для расчета скорости в любой точке перемешивающей лопасти. Составлена модель определения мощности для элементарного участка, а затем методом интегрирования получена расчетная зависимость для всей лопасти. Проведены расчеты и дан анализ полученных результатов. Установлено, что скорость лопасти во времени изменяется по синусоидальному закону.

Предлагаемая методика расчета планетарных смесителей может быть использована при определении эффективности, производительности и мощности, затрачиваемой на перемешивание, в широком диапазоне изменения конструктивных и технологических параметров агрегата.

**Ключевые слова:** планетарный смеситель, ротор, лопасть, водило, эффективность, траектория, мощность, угловая скорость.

**P. Ye. Vaytekhovich<sup>1</sup>, G. M. Khves'ko<sup>1</sup>, D. N. Borovskiy<sup>1</sup>, D. V. Semenenko<sup>2</sup>**<sup>1</sup>Belarusian State Technological University<sup>2</sup>Branch "Research and Development Center" OJSC "NPO Center"**DETERMINATION OF BASIC PARAMETERS OF EFFECTIVE PLANETARY MIXER**

The processes of mixing of various substances are widely used in many industries, including in the building materials industry. In various technological processes, it is required to create a homogeneous mass consisting of several components. In some cases it is necessary to ensure that the contact of the reacting components is as complete and uniform throughout the entire volume. One of the main distinguishing elements of the design of a planetary (countercurrent) mixer is mixing stars, which rotate around the vertical shaft of the mixer and about its axis simultaneously.

The paper proposes a method for calculating the important characteristics of the planetary mixer – efficiency, productivity and power required for mixing. All of them depend on the speed of movement of the working body with mixing blades. Using the methods of classical mechanics using the instantaneous center of velocities, a formula is obtained for calculating the velocity at any point of the mixing blade. A model for determining the power for an elementary segment was compiled, and then the calculated dependence for the whole blade was obtained by the integration method. The calculations are carried out and the analysis of the obtained results is given. It is established that the speed of the blade in time varies according to a sinusoidal law.

The proposed method of calculating planetary mixers can be used to determine the efficiency, productivity and power spent on mixing in a wide range of changes in the structural and technological parameters of the unit.

**Key words:** planetary mixer, rotor, blade bone, the carrier, efficiency, trajectory, power, angular velocity.

**Введение.** Процессы перемешивания широко используются в химической технологии. Они предназначены для создания оптимальной поверхности реагирующих веществ, изменения

их физического состояния (растворение, кристаллизация), ускорения химических реакций и тепло-массообменных процессов, получения суспензий, эмульсий, паст [1]. Подобные функ-

ции процессы перемешивания выполняют не только в химической промышленности, но и в других отраслях: фармацевтической, пищевой промышленности, производстве строительных материалов. Разнообразии выполняемых функций, физического состояния перемешиваемых материалов повлекло за собой использование широкой гаммы смесительного оборудования. Несмотря на это, обобщающими параметрами, характеризующими качественные и количественные показатели работы этого оборудования, являются эффективность перемешивания, производительность смесителя и затраты энергии на реализацию этого процесса.

**Основная часть.** Эффективность работы смесителя, в частности лопастного, оценивается критерием  $\lambda$ ,  $\text{с}^{-1}$  [2]:

$$\lambda = \frac{v \cdot S}{V}, \quad (1)$$

где  $v$  – средняя скорость лопасти, м/с;  $S$  – активная площадь лопасти,  $\text{м}^2$ ;  $V$  – объем смесителя,  $\text{м}^3$ .

В формуле (1) прослеживается четкая зависимость эффективности от скорости движения рабочего органа смесителя. Вместе с тем и затраты мощности на перемешивание также зависят от нее. В общем виде мощность [3]

$$N = F \cdot v, \quad (2)$$

где  $F$  – движущая сила, превышающая силу сопротивления смеси, Н.

Поскольку эффективность (1) – величина, обратная времени перемешивания, то скорость напрямую влияет на производительность смесителя. Таким образом, скорость движения рабочего органа является определяющим фактором, от которого зависят все указанные выше параметры.

Однако процесс перемешивания характеризуется еще тем, что чрезмерное увеличение скорости может привести к сепарации отдельных частиц – разделению их по размерам и плотности [2]. Для него важны не только значения максимально допустимой скорости, но в еще большей степени увеличение градиента скорости в соседних точках смесителя. Именно этот фактор становится определяющим на стадии диффузионного перемешивания [1].

Учитывая все отмеченные обстоятельства, мы пришли к выводу, что повысить эффективность можно путем придания лопастям планетарного движения.

Значительное увеличение скорости рабочего органа с планетарным движением указано нами при исследовании планетарных мельниц [4]. А вот увеличение ее градиента и максимальное перекрытие поверхности смесителя

движущимися лопастями (ликвидация застойных зон) будет рассмотрено в данной работе.

При перемещении статических лопастей, закрепленных на роторе, отдельные точки каждой из них движутся по окружности. При планетарном движении траектория характерных точек будет представлять эпициклоиды (внешняя обкатка) или гипоциклоиды (внутренняя обкатка) [5]. Длина каждой из этих линий примерно в 3–4 раза больше окружности.

Первый этап данной работы заключался в определении координат специфических точек лопастей и построении траектории их движения [6]. Причем анализировался рабочий орган с тремя лопастями, вовлеченными в планетарное движение. Анализируемые точки размещались по центру и краям каждой из них. В процессе исследований по аналогии с мельницами [4] изменялся геометрический критерий:

$$k = \frac{r_1}{r_2}, \quad (3)$$

где  $r_1$  – радиус неподвижной поверхности, м;  $r_2$  – радиус обкатываемого по ней приводного колеса, м.

На рис. 1 показаны траектории характерных точек за один оборот водила для геометрического критерия  $k = 3$ .

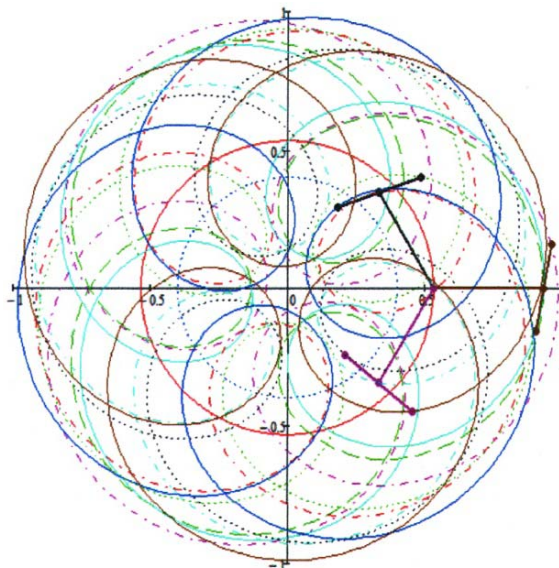


Рис. 1. Траектория движения характерных точек лопасти при  $k = 3$

Видно, что равномерность перекрытия поверхности смесителя довольно высока. Для десяти оборотов она повышается, но не очень значительно. Это объясняется тем, что при геометрическом критерии, выражаемом целым числом ( $k = 3$ ), траектории движения укладываются одна на одну.

Совсем другая картина наблюдается, когда геометрический критерий задается иррациональным числом [5], например, числом  $\pi = 3,141592\dots$ . В этом случае траектория каждого следующего оборота смещается относительно предыдущей (рис. 2). Естественно, что перемешивание в этом случае будет лучшим.

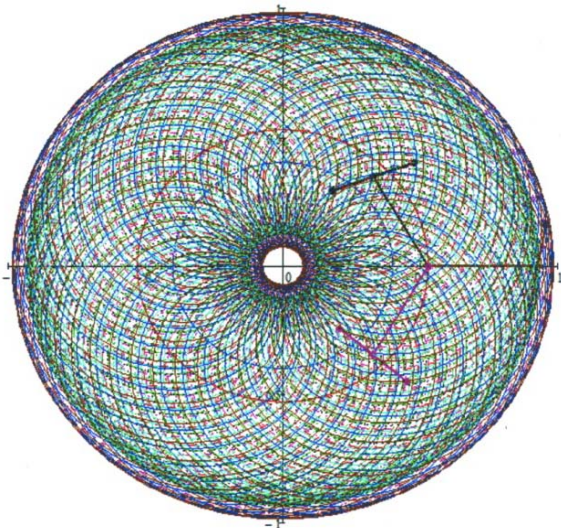


Рис. 2. Траектория движения характерных точек лопасти при  $k = 3,14$

Возвращаясь к формулам (1) и (2), отметим, что важные численные параметры, характеризующие работу смесителя, зависят от скорости движения лопастей. Для ее определения рассмотрим расчетную схему (рис. 3).

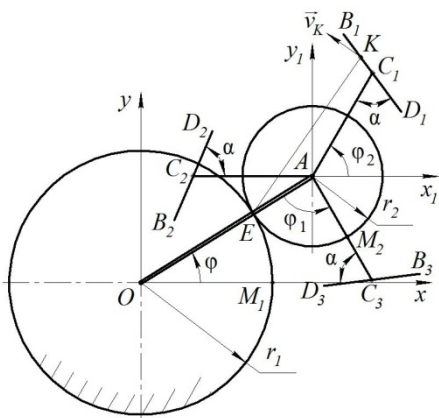


Рис. 3. Расчетная схема

Если предположить, что один перемешивающий орган содержит три лопасти, то каждая из них жестко скреплена с колесом стержнем AC. При этом за один цикл водила OA все лопасти совершают одинаковые движения. В этой связи расчет скорости, а затем и мощности можно выполнять для одной лопасти с последующим увеличением на их количество.

При известной угловой скорости водила  $\omega$  в зафиксированном положении механизма  $\varphi = \omega \cdot t$  определим скорость в произвольной точке K лопасти. Примем, что в начальный момент движения  $\varphi = 0$ , стержень AC совпадал с осью Ox. После поворота водила на угол  $\varphi$  стержень AC повернется по отношению к водилу на угол  $\varphi_1$ . Тогда:

$$\cup EM_1 = \cup EM_2; \varphi \cdot r_1 = \varphi_1 \cdot r_2; \quad (4)$$

$$\varphi_1 = \varphi \cdot \frac{r_1}{r_2} = \varphi \cdot k.$$

Угол поворота колеса вместе с лопастями в абсолютном движении равен углу поворота вокруг мгновенного центра скоростей E. При этом:

$$\varphi \cdot OA = \varphi_2 \cdot EA; \varphi \cdot (r_1 + r_2) = \varphi_2 \cdot r_2;$$

$$\varphi_2 = \varphi \cdot \frac{r_1 + r_2}{r_2} = \varphi \cdot (k + 1). \quad (5)$$

Аналогичная связь будет между угловыми скоростями водила и колеса:

$$\omega_2 = \omega \cdot (k + 1). \quad (6)$$

С учетом этого скорость в точке K

$$v_K = \omega_2 \cdot l_{EK}, \quad (7)$$

где  $l_{EK}$  – длина линии EK.

Здесь и далее от обозначения отрезков (EK) перейдем к их длине ( $l_{EK}$ ). Причем, поскольку рассматривается одна лопасть, то в буквенных обозначениях не будут использоваться цифровые индексы номеров лопастей.

С учетом этого по теореме косинусов для  $\Delta AKC$  (рис. 4) находим длину  $l_{AK}$ :

$$l_{AK} = \sqrt{l_{AC}^2 + l_{CK}^2 - 2 \cdot l_{AC} \cdot l_{CK} \cdot \cos(\pi - \alpha)}, \quad (8)$$

или

$$l_{AK} = \sqrt{l_{AC}^2 + l_{CK}^2 - 2 \cdot l_{AC} \cdot l_{CK} \cdot \cos \alpha}. \quad (9)$$

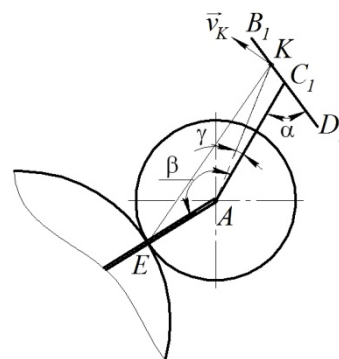


Рис. 4. Расчетная схема для нахождения  $l_{AK}$

При неизменных  $l_{AC}$  и угле  $\alpha$  длина  $l_{AK}$  зависит только от длины отрезка  $l_{CK}$ :  $l_{AK} = f(l_{CK})$ .

По теореме синусов для того же  $\Delta AKC$  найдем угол  $\gamma$ :

$$\frac{l_{CK}}{\sin \gamma} = \frac{l_{AK}}{\sin(\pi - \alpha)}; \sin \gamma = \frac{l_{CK} \cdot \sin \alpha}{l_{AK}}; \quad (10)$$

$$\gamma = \arcsin \gamma.$$

Далее с другого треугольника  $\Delta EAK$  находим искомую для формулы (7) величину

$$l_{EK} = \sqrt{l_{EA}^2 + l_{AK}^2 - 2 \cdot l_{EA} \cdot l_{AK} \cdot \cos(\beta - \gamma)}. \quad (11)$$

Угол  $\beta$  равен

$$\beta = \pi - (\varphi_2 - \varphi) = \pi - [\varphi \cdot (k + 1) - \varphi] = \pi - k \cdot \varphi. \quad (12)$$

В результате получаем

$$l_{EK} = \sqrt{l_{EA}^2 + l_{AK}^2 - 2 \cdot l_{EA} \cdot l_{AK} \cdot \cos(k \cdot \varphi)}. \quad (13)$$

Из формулы (13) видно, что  $l_{EK}$  является функцией двух переменных  $l_{EK} = f(l_{AK}, \varphi)$ . В свою очередь согласно (9)  $l_{AK} = f(l_{CK})$ . Получаем  $l_{EK} = f(l_{CK}, \varphi)$ .

Для упрощения дальнейших преобразований переменную  $l_{CK}$  обозначим через  $a_K$ :  $l_{CK} = a_K$ . По расчетной схеме (рис. 4) видно, что  $l_{EA} = r_2$ . Неизменную длину стержня  $l_{AC}$  обозначим  $l_{AC} = l$ .

После введения новых обозначений и преобразования формулы (13) для  $l_{EK}$ , а также с учетом формулы (6), уравнение (7) для расчета скорости лопасти в произвольной точке примет вид:

$$v_k = \omega(k + 1) \sqrt{r_2^2 + l^2 + a_K^2 + 2l \cdot a_K \cdot \cos \alpha + (2r_2 \sqrt{l^2 + a_K^2 + 2l \cdot a_K \cdot \cos \alpha}) \times \cos(k\varphi + \alpha)}. \quad (14)$$

Движущая сила, входящая в формулу (2) мощности, затрачиваемой на перемешивание, должна быть больше силы сопротивления перемешиваемой среды:  $F \geq R$ . В свою очередь сила сопротивления

$$R = \mu \cdot S, \quad (15)$$

где  $S$  – активная площадь,  $m^2$ ;  $\mu$  – коэффициент сопротивления среды, который зависит от физических свойств перемешиваемой среды и эквивалентен удельному давлению, оказываемому лопастью на смесь, Па.

Для экспериментального участка лопасти вблизи точки  $K$  шириной  $da_K$  мощность определяется по формуле

$$dN = v_k \cdot \mu \cdot h \cdot da_K, \quad (16)$$

где  $h$  – высота лопасти, м.

Мощность, затрачиваемая на перемещение одной лопастью

$$N = \mu \cdot h \int_{-a}^a v_k \cdot da_K, \quad (17)$$

где  $a$  – половина ширины лопасти, м.

Полная мощность смесителя –  $N_\Sigma = N \cdot z$ , где  $z$  – общее количество лопастей.

При фиксированных значениях угловой скорости водила  $\omega = 1$  рад/с и геометрическом критерии  $k = 3$  по формуле (14) произведем расчет и анализ изменения скорости по ширине лопасти за один полный оборот водила ( $\varphi = 360^\circ$ ).

Результаты расчета представлены в виде трехмерной графической зависимости (рис. 5).

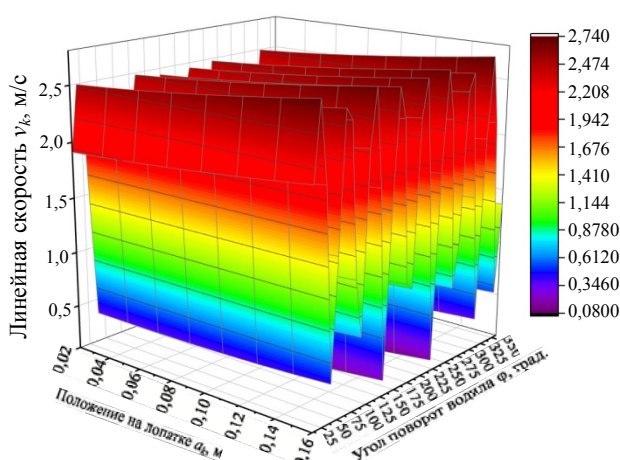


Рис. 5. Изменение скорости по ширине лопасти за один полный оборот водила

Из графика видно, что скорость  $v_k$  равномерно повышается с увеличением ширины лопасти ( $a_K$ ). А вот в процессе вращения (угол  $\varphi$ ) изменение скорости носит синусоидальный характер. Причем, экстремальные значения на соседних пиках графика разные. Максимальные значения скорости достигают  $v_k = 2,74$  м/с. По такому же закону будет изменяться мощность для каждого элементарного участка (16).

Общая мощность для лопасти зависит, прежде всего, от угловой скорости рабочего органа. На рис. 6 представлена такая зависимость при коэффициенте сопротивления среды  $\mu = 75$  кПа для целого значения геометрического критерия  $k = 3$ . Для сравнения здесь же показано изменение мощности лопасти при его иррациональной величине  $k = 3,14$ .

Расчет показал, что несмотря на пульсации скорости, мощность линейно повышается с увеличением угловой скорости рабочего органа. Переход к иррациональному геометрическому критерию сопровождается усложнением траектории движения рабочего органа (рис. 2), и, соответственно, повышением эффективности перемешива-



ния. Но одновременно увеличивается мощность, затрачиваемая на проведение этого процесса.

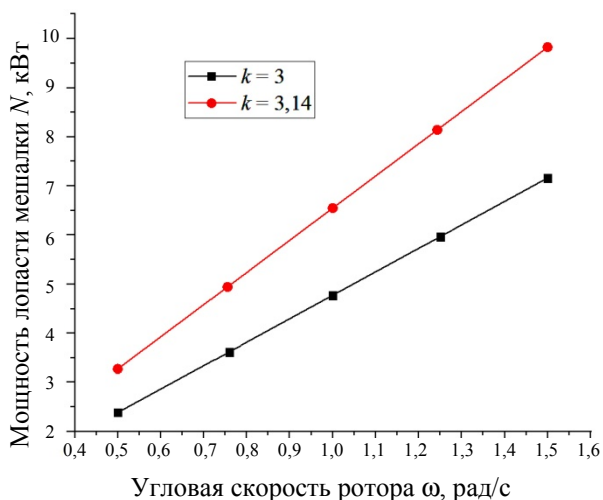


Рис. 6. Общая мощность для лопасти мешалки

**Заключение.** В работе предложена методика расчета таких важных характеристик планетарного смесителя, как эффективность, производительность и мощность, затрачиваемая на перемешивание. Все они зависят от скорости движения рабочего органа с перемешивающими лопастями. Методами классической механики с использованием мгновенного центра скоростей получена формула для расчета скорости в любой точке перемешивающей лопасти. Составлена модель определения мощности для элементарного участка, а затем методом интегрирования получена расчетная зависимость для всей лопасти. Проведены расчеты и дан анализ полученных результатов. Установлено, что скорость лопасти во времени изменяется по синусоидальному закону. Общая мощность с увеличением угловой скорости плавно возрастает.

### Литература

1. Стренк Ф. Перемешивание и аппараты с мешалками. Л.: Химия, 1975. 384 с.
2. Бауман В. А., Клушанцев Б. В., Мартынов В. Д. Механическое оборудование предприятий строительных материалов, изделий и конструкций. М.: Машиностроение, 1981. 324 с.
3. Вайцяховіч П. Я., Францкевіч В. С., Грэбянчук П. С. Машыны і абсталяванне прадпрыемстваў будаўнічых матэрыялаў: вучэб. дапам. Мінск: БДТУ, 2018. 297 с.
4. Вайтехович П. Е. Интенсификация и моделирование процессов диспергирования в поле инерционных сил. Минск: БГТУ, 2008. 220 с.
5. Гусак А. А., Гусак Г. М., Бричикова Е. А. Справочник по высшей математике. Минск: ТетраСистемс, 1999. 638 с.
6. Вайтехович П. Е., Боровский Д. Н., Гапанюк Д. В. Кинематика рабочего органа планетарного смесителя // Химическая технология и техника: тезисы 83-й научно-технической конференции профессорско-преподавательского состава, научных сотрудников и аспирантов (с международным участием), Минск, 4–15 февраля 2019 г. Минск: БГТУ, 2019. С. 41.

### References

1. Strenk F. *Peremeshivaniye i apparaty s meshalkami* [Mixing and agitating machines]. Leningrad, Khimiya Publ., 1975. 384 p.
2. Bauman V. A., Klushantsev B. V., Martynov V. D. *Mekhanicheskoye oborudovaniye predpriyatiy stroitel'nykh materialov, izdeliy i konstruksiy* [Mechanical equipment of enterprises of building materials, products and structures]. Moscow, Mashinostroyeniye Publ., 1981. 324 p.
3. Vaytekovich P. Ye., Franzkevich V. S., Grebyanchuk P. S. *Mashyny i abstalyavanne pradпрыemstvau будаўнічых матэрыялаў* [Machinery and equipment, building materials companies]. Minsk, BGTU Publ., 2018. 297 p.
4. Vaytekovich P. Ye. *Intensifikatsiya i modelirovaniye protsessov dispergirovaniya v pole inertsiyonnykh sil* [Intensification and modeling of dispersion processes in the field of inertial forces]. Minsk, BGTU Publ., 2008. 220 p.
5. Gusak A. A., Gusak G. M., Brichikova E. A. *Spravochnik po vysshey matematike* [Handbook of higher mathematics]. Minsk, TetraSistems Publ., 1999. 638 p.
6. Vaytekovich P. Ye., Borovskiy D. N., Gapanyuk D. V. [Kinematics of the working body of the planetary mixer]. *Tezisy 83-y nauchno-tekhnicheskoy konferentsii professorsko-prepodavatel'skogo sostava, nauchnykh sotrudnikov i aspirantov (s mezhdunarodnym uchastiyem) (Khimicheskaya tekhnologiya i tekhnika)* [Theses of the 83nd scientific and technical conference of the teaching staff, researchers and graduate students (with international participation) (Chemical technology and technology)]. Minsk, 2019, p. 41 (In Russian).

### Информация об авторах

**Вайтехович Петр Евгеньевич** – доктор технических наук, доцент, доцент кафедры машин и аппаратов химических и силикатных производств. Белорусский государственный технологический университет (220006, г. Минск, ул. Свердлова, 13а, Республика Беларусь). E-mail: vpe51@mail.ru

**Хвесько Геннадий Михайлович** – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры теоретической механики. Белорусский государственный технологический университет (220006, г. Минск, ул. Свердлова, 13а, Республика Беларусь). E-mail: tm@belstu.by

**Боровский Денис Николаевич** – кандидат технических наук, старший преподаватель кафедры машин и аппаратов химических и силикатных производств. Белорусский государственный технологический университет (220006, г. Минск, ул. Свердлова, 13а, Республика Беларусь). E-mail: dzianis23@rambler.ru

**Семененко Дмитрий Владимирович** – кандидат технических наук, начальник отдела конструкторско-технологической подготовки проектов. Филиал «Научно-технический центр» ОАО «НПО Центр» (220018, г. Минск, ул. Шаранговича, 19, Республика Беларусь). E-mail: mticdbt@mail.ru

### Information about the authors

**Vaytekhovich Petr Evgen'yevich** – DSc (Engineering), Associate Professor, Assistant Professor, the Department of Machines and Apparatus for Chemical and Silicate Productions. Belarusian State Technological University (13a, Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: vpe51@mail.ru

**Khves'ko Gennadiy Mikhaylovich** – PhD (Engineering), Associate Professor, Assistant Professor, the Department of Theoretical Mechanics. Belarusian State Technological University (13a, Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: tm@belstu.by

**Borovski Denis Nikolaevich** – PhD (Engineering), Senior Lecturer, the Department of Machines and Apparatus for Chemical and Silicate Productions. Belarusian State Technological University (13a, Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: dzianis23@rambler.ru

**Semenenko Dmitriy Vladimirovich** – PhD (Engineering), Head of the Department for Design and Technological Preparation of Projects. Branch “Research and Development Center” OJSC “NPO Center” (19, Sharangovich str., 220018, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: mticdbt@mail.ru

*Поступила 11.04.2019*