3. Гантмахер Ф.Р. *Теория матриц.* М.: Наука, 1988.
4. Размыслович Г.П., Филипцов А.В., Ширяев В.М. *Геометрия и алгебра. Практикум.* Мн.: Вышэйшая школа, 2018.

ДИСКРЕТНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ ДЛЯ РЕШЕНИЯ КВАНТОВЫХ УРАВНЕНИЙ ДИНАМИКИ МОЛЕКУЛЫ, ВОЗБУЖДАЕМОЙ ЛАЗЕРНЫМ ИЗЛУЧЕНИЕМ

В.А. Савва, С. Банжак

В настоящей работе представлен новый метод построения аналитического решения систем дифференциальных уравнений, описывающих когерентную динамику многоуровневых квантовых систем, взаимодействующих с лазерным излучением. Уравнения в безразмерных переменных имеют вид

$$-i\frac{da_n(t)}{dt} = f_{n+1}e^{-i\varepsilon_{n+1}t}a_{n+1}(t) + f_n e^{+i\varepsilon_n t}a_{n-1}(t), \quad a_n(t=0) = \delta_{n,0}, \quad n = \overline{0,N}. \tag{1}$$

Искомые величины $a_n(t)$ – амплитуды вероятности обнаружения квантовой системы на уровне n в момент t, коэффициенты $f_1 = 1$, f_n, ε_n, характеризуют свойства исследуемого объекта. Конечная цель задачи – построение дискретной функции распределения $\rho_n(t) = a_n^*(t)a_n(t)$, т.е. населенностей энергетических уровней квантовой системы. Алгоритм решения не требует интегрирования, он использует дискретное преобразование Фурье, т.е. переход от $a_n(t)$ к их Фурье-образам – спектрам $F_n(\omega)$:

$$a_n(t) = e^{is_n t}\sum_{x=0}^{N} F_n(\omega)e^{ir\omega x t}, \quad n,\omega = \overline{0,N}. \tag{2}$$

Константы r и s_n будут определены позже. Ниже мы приводим простейший случай, когда Фурье пространство однородно, т.е. спектры – функции, определенные на равномерной сетке. Это ограничение не является принципиальным. Предположим, что

$$F_n(\omega) = \sigma(\omega)\hat{p}_0\hat{p}_n(\omega), \quad n,\omega = \overline{0,N}, \tag{3}$$

т.е. спектры выражаются через последовательность ортонормированных дискретных полиномов $\{\hat{p}_n(\omega)\}_0^N$, соответствующих квантовой системе. Полиномы определены на равномерной сетке в пространстве Фурье функций $a_n(t)$; $\sigma(\omega)$ – дискретная весовая функция, с которой полиномы ортогональны. Справедливость представления (3) легко доказать, подставив (2), (3) в систему (1). Нужно лишь учесть, что ортогональные полиномы удовлетворяют рекуррентному соотношению, которое можно записать в нетрадиционном виде

$$\bar{f}_{n+1}\hat{p}_{n+1}(x) + \bar{f}_n\hat{p}_{n-1}(x) = [rx + s_n]\hat{p}_n(x), \quad \bar{f}_1 = 1, \quad \bar{f}_0 = 0. \tag{4}$$

Для известных полиномов коэффициенты известны, для новых построенных полиномов их тоже можно вычислить. Подстановка (2), (3) в систему уравнений (1) с учетом соотношения (4) показывает, что система (1) разрешима, если её коэффициенты связаны с коэффициентами из (4) следующим образом:

$$f_n = \bar{f}_n, \quad \varepsilon_n = s_n - s_{n-1}. \tag{5}$$

Эта взаимно-однозначная связь является критерием соответствия последовательности полиномов рассматриваемой квантовой системе. Амплитуды вероятности вычисляем по обратному преобразованию Фурье (2) путем суммирования и находим дискретную функцию распределения квантовой системы по уровням энергии в любой момент времени, пока действует излучение

$$D(n,t) = \rho_n(t) = a_n^*(t)a_n(t).$$

В докладе будут представлены примеры аналитических решений с использованием как известных полиномов (Кравчука, Чебышева), так и специально построенных по задаваемой весовой функции, содержащей параметры. Наличие параметров приводит к решениям для семейств квантовых систем.

ПРИМЕНЕНИЕ НМ-СЕТЕЙ С РАЗЛИЧНЫМИ ОСОБЕННОСТЯМИ ПРИ ПРОГНОЗИРОВАНИИ ДОХОДОВ СТРАХОВОЙ КОМПАНИИ С РАЗНОТИПНЫМИ ИСКАМИ

С.Э. Статкевич

Сети массового обслуживания (МО) часто используются в качестве моделей для процессов обработки заявок клиентов в страховой компании (СК) [1]. Потоки исков и премий, поступающих в СК в случайные моменты времени, случайные длительности интервалов времени, необходимых для их обработки, наличие в штатном расписании страховщиков, кассиров и других сотрудников, возникновение очередей на этапах страхового обслуживания, предопределяют необходимость использования методов теории сетей МО для разработки математических моделей функционирования СК.

Доход СК связан с получением премий от клиентов, а расход обусловлен выплатой по искам и затратам на обслуживание клиентов. Поэтому при прогнозировании ожидаемых доходов СК можно использовать НМ-сети с разнотипными заявками (иски, премии и др.). СМО сети являются страховщики, кассиры.

Для нахождения ожидаемого дохода СМО S_i, $i=\overline{1,n}$, такой сети, в которой обслуживаются разнотипные заявки, получены дифференциальные уравнения первого порядка

$$v_i(t) = v_{i0} + \sum_{c=1}^{r} v_{ic}(t), \quad i=\overline{1,n},$$

где $v_{ic}(t)$ – доход системы S_i в момент времени t, связанный с перемещением заявок типа c между СМО сети, $v_i(0)=v_{i0}$,

$$\frac{v_{ic}(t)}{dt} = \alpha_{ic} + \lambda_0^{(c)+}\alpha_{0i}^{(c)}p_{0i}^{(c)} - \mu_{ic}\overline{d}_{ic}(t)b_{i0}^{(c)}p_{i0}^{(c)} + \sum_{\substack{j=0\\ j\neq i}}^{n}\sum_{\substack{s=1\\ s\neq c}}^{r}\mu_{js}\overline{d}_{js}(t)\overline{b}_{ji}^{(c)}p_{ji}^{(sc)} -$$

$$-\mu_{ic}\overline{d}_{ic}(t)\sum_{j=0\$j\neq i)}^{n}\sum_{\substack{s=1\\ s\neq c}}^{r}b_{ij}^{(c)}p_{ij}^{(cs)} + \sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n}\mu_{jc}\overline{d}_{jc}(t)\overline{h}_{ji}^{(c)}p_{ji}^{(c)} - \mu_{ic}\overline{d}_{ic}(t)\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n}h_{ij}^{(c)}p_{ij}^{(c)} -$$

$$-\varepsilon_i\gamma_i(m_i-\overline{d}_i(t)), \quad i=\overline{0,n}, \quad c=\overline{1,r},$$