

В. П. Машковский, доцент; Р. В. Азарчик, аспирант

## АНАЛИЗ ТОЧНОСТИ ИМИТАЦИОННОЙ МОДЕЛИ РАЗВИТИЯ ДРЕВОСТОЕВ С РАЗЛИЧНЫМИ НАБОРАМИ ПАРАМЕТРОВ

The results of the accuracy analysis of imitating model of development pure even-age stands, considered as set of separate trees ordered on decrease of their sizes are given. Four variants with different number of the parameters, fixed and estimated on experimental data, of model are analysed. The analysis was carried out on the basis characteristics of 528 sample plots incorporated in pure, or with a small impurity, forest stands. By results of the analysis the variant in which is recommended to use as initial distribution of trees in stand on growth energy is used log-normal with parameters  $m = 1$  and  $s = 1$ , and the mortality probability of the largest tree is established equal to zero, and only stayed four parameters of model –  $N_0$ ,  $Gm$ ,  $\eta$  and  $\tau$  are estimated on experimental data. In such variant the imitating model describes from 77% up to 92% of total variation of basis characteristics of stands.

**Введение.** На современном этапе в лесном хозяйстве используется множество различных математических моделей. Они отличаются друг от друга по сложности и точности. Как правило, более сложные модели имеют меньшую ошибку, а более простые оказываются менее точными. Для практических целей следует выбирать наиболее простой вариант, обеспечивающий достаточную для поставленных целей точность. В данной работе анализируется точность разработанной ранее имитационной модели развития древостоев с учетом начального распределения растений по энергии роста [1, 2, 3]. В последней работе рассматривалось два варианта начального распределения растений по энергии роста: логарифмически нормальное и Вейбулла. В результате сравнения данных вариантов был сделан вывод о предпочтительности использования в качестве начального распределения растений по энергии роста логарифмически нормального распределения. В связи с этим в данной работе будет выполнен анализ точности только этого варианта имитационной модели развития древостоев. Также следует отметить, что в качестве модели связи высоты с возрастом, используемой в рассматриваемом алгоритме, использовались уравнения, полученные для основных типов леса в целом без учета густоты древостоев [4].

**Объекты и методика исследования.** Анализировались четыре варианта.

**Вариант 1.** Это вариант с наименьшим набором оцениваемых параметров. В данном случае трем из шести параметров имитационной модели процесса развития древостоя по диаметрам присваиваются конкретные значения. Параметр модели  $b$  в данном варианте устанавливается равным 2. Такое значение параметра  $b$  соответствует частному случаю системы моделирования развития древостоя, при котором вероятность отпада самого крупного дерева устанавливается равной нулю. Параметру модели  $\tau$  присваивается значение 1. Оно соответствует частному случаю, при котором степень

влияния конкуренции за ресурсы среды с деревьями, имеющими большие размеры, на прирост по высоте и по диаметру одинакова. В качестве начального распределения деревьев в древостое по энергии роста использовалось логарифмически нормальное распределение с фиксированными значениями параметров  $m = 1$  и  $\sigma = 1$ . Остальные параметры модели –  $N_0$ ,  $Gm$  и  $\eta$  – оценивались нелинейным методом наименьших квадратов по данным таксации древостоев на пробных площадях.

**Вариант 2.** Это вариант содержит четыре оцениваемых параметра. В данном случае двум из шести параметров имитационной модели присваиваются конкретные значения. Это параметр модели  $b$ , которому, как и в первом варианте, присваивалось значение, при котором вероятность отпада самого крупного дерева равна нулю, и параметр  $\sigma$ , которому присваивалось значение 1. Остальные параметры модели –  $N_0$ ,  $Gm$ ,  $\eta$  и  $\tau$  – оценивались нелинейным методом наименьших квадратов по экспериментальным данным.

**Вариант 3.** В отличие от предыдущего варианта, в данном случае только параметру  $\sigma$  присваивалось начальное значение 1. Остальные пять параметров модели –  $N_0$ ,  $Gm$ ,  $\eta$ ,  $b$  и  $\tau$  – оценивались нелинейным методом наименьших квадратов по данным таксации древостоев на пробных площадях.

**Вариант 4.** В данном случае все шесть параметров модели –  $N_0$ ,  $Gm$ ,  $\eta$ ,  $b$ ,  $\tau$  и  $\sigma$  – оценивались нелинейным методом наименьших квадратов по экспериментальным данным. В качестве начального распределения деревьев в древостое по энергии роста использовалось логарифмически нормальное распределение с параметром  $m = 1$ .

Сравнение приведенных выше вариантов выполнялось по данным таксации древостоев на 528 пробных площадях. В табл. 1 приведено распределение данных пробных площадей по породам и сериям типов леса. Пробные площади были заложены в чистых или с небольшой примесью других пород древостоях.

Таблица 1  
**Распределение пробных площадей  
 по типам леса**

Серии типов леса	Главная порода			
	Сосна	Ель	Береза	Ольха черная
Вересковые	45	–	–	–
Мшистые	221	18	–	–
Орляковые	43	–	18	–
Кисличные	–	41	19	–
Черничные	62	17	–	–
Долгомошные	–	17	–	–
Крапивные	–	–	–	27
<i>Итого</i>	371	93	37	27

Группировка по густоте в пределах типа леса выполнялась в соответствии с методикой, описанной ранее [2, 3]. Для числа стволов на гектаре по всем пробным площадям одного типа леса строилась кривая-гид. Для тех типов

леса, которые были представлены небольшим количеством пробных площадей, формировались две группы пробных площадей по густоте, которые отделялись друг от друга кривой-гидом. Для сосняков мшистых было сформировано пять групп по густоте, которые разделялись четырьмя линиями, проведенными вдоль кривой-гида, отстоявшим от нее на величины:  $-0,8\sigma$ ,  $-0,35\sigma$ ,  $0,35\sigma$ , и  $0,8\sigma$ . Пробные площади, заложенные в сосняках черничных, разделялись по густоте на три группы двумя линиями, отстоящими от кривой-гида на величины  $-0,35\sigma$  и  $0,35\sigma$ . Расчеты выполнялись по каждому типу леса и группе густоты в отдельности. Методика обработки материалов таксации древостоев на пробных площадях, а также определение значений параметров анализируемой имитационной модели использовалась такая же, как и в работе [3].

**Результаты и обсуждение.** Оценка параметров и статистик, характеризующих 1, 2, 3 и 4 варианты модели процесса развития древостоя, приведены в табл. 2, 3, 4 и 5 соответственно.

Таблица 2

**Статистические показатели, характеризующие модель  
 связи структуры древостоев с возрастом (вариант 1)**

Порода	Тип леса	Группа густоты	Параметры			F-критерий Фишера	Коэффициент детерминации $R^2$
			$N_0$	$Gm$	$\eta$		
Сосна	ВЕР	0	986	99,919	947,25	215,5 269	0,645 527
		1	1 339	73,184	1367,4	272,2 726	0,687 058
	МШ	0	627	61,133	884,11	580,2 913	0,664 227
		1	608	64,575	1012,7	502,9 263	0,643 697
		2	551	51,978	1054,2	370,4 208	0,613 779
		3	518	53,806	1053,4	291,1 237	0,615 283
	ОР	4	547	62,500	1087,8	247,6 876	0,522 847
		0	740	106,92	1458,3	262,0 873	0,676 477
	ЧЕР	1	1 156	108,11	1677,4	225,8 060	0,679 819
		0	737	56,806	$4,8543 \cdot 10^{-5}$	237,2 628	0,647 191
		1	1 138	54,002	$5,8080 \cdot 10^{-5}$	244,1 656	0,660 766
		2	1 493	61,087	$6,3016 \cdot 10^{-5}$	149,6 936	0,652 651
Ель	МШ	0	12 619	24,233	4117,0	83,75 794	0,665 861
		1	24 792	34,263	3490,9	70,06 656	0,586 638
	КИС	0	1 879	103,25	12,560	224,5 773	0,644 774
		1	2 093	84,724	15,901	254,0 029	0,684 559
	ЧЕР	0	3 421	52,957	1,1726	128,0 177	0,741 181
		1	22 144	24,619	2,3376	117,7 680	0,774 176
	ДМ	0	55 804	11,295	5631,4	181,3 407	0,855 319
		1	50 714	23,366	4180,0	186,3 463	0,849 444

Порода	Тип леса	Группа густоты	Параметры			F-критерий Фишера	Коэффициент детерминации $R^2$
			$N_0$	$Gm$	$\eta$		
Береза	ОР	0	1 866	57,480	1,0 851	100,0 045	0,707 528
		1	2 613	70,306	1,0 787	116,5 604	0,741 223
	КИС	0	1 173	31,937	2 824,7	194,7 704	0,775 629
		1	1 334	69,426	2 625,9	107,2 937	0,721 882
Ольха черная	КР	0	808	62,180	1 756,5	162,0 132	0,652 340
		1	1 150	111,42	1 800,8	134,9 330	0,716 710

Таблица 3

**Статистические показатели, характеризующие модель связи структуры древостоев с возрастом (вариант 2)**

Порода	Тип леса	Группа густоты	Параметры				F-критерий Фишера	Коэффициент детерминации $R^2$	
			$N_0$	$Gm$	$\eta$	$\tau$			
Сосна	ВЕР	0	25 209	23,123	2 074,1	0,16 549	556,7 947	0,862 841	
		1	31 354	41,438	2 070,6	0,19 758	634,1 379	0,872 391	
	МШ	0	8 998	26,311	1 330,8	0,17 674	914,2 118	0,806 206	
		1	30 601	29,208	1 745,3	0,13 614	1 297,439	0,861 533	
		2	18 131	27,317	1 764,6	0,18 605	1 203,335	0,873 323	
		3	14 590	27,368	1 849,0	0,22 646	778,9 564	0,851 111	
	ОР	4	38 253	34,582	2 327,1	0,24 759	1330,409	0,887 130	
		0	11 905	25,332	2 476,8	0,13 746	424,4 064	0,819 061	
	ЧЕР	1	34 958	25,467	3 754,9	0,16 850	496,3 393	0,861 926	
		0	25 730	30,570	$8,3 767 \cdot 10^{-5}$	0,16 368	639,3 490	0,868 559	
		1	11 505	23,539	$9,0 346 \cdot 10^{-5}$	0,22 371	452,4 281	0,828 335	
		2	47 621	30,9921	$1,2 283 \cdot 10^{-4}$	0,21 481	453,4 124	0,883 994	
	Ель	МШ	0	17 013	16,503	3 899,4	0,21 611	275,0 651	0,897 931
			1	36 236	35,911	3 032,6	0,23 631	380,8 916	0,911 967
КИС		0	5 763	53,825	14,851	0,28 917	302,2 387	0,765 595	
		1	8 322	44,117	20,173	0,29 930	457,7 150	0,839 473	
ЧЕР		0	8 816	20,613	1,6470	0,29 226	245,6 221	0,880 697	
		1	53 067	27,644	2,3229	0,33 463	210,8 911	0,892 081	
ДМ		0	65 535	12,379	5 244,7	0,51 399	209,0 099	0,901 816	
		1	54 613	24,522	3 902,5	0,42 547	297,4 379	0,923 843	

Порода	Тип леса	Группа густоты	Параметры				F-критерий Фишера	Коэффициент детерминации $R^2$
			$N_0$	$Gm$	$\eta$	$\tau$		
Береза	ОР	0	9 328	20,858	1,6 041	0,25 210	137,1 941	0,816 886
		1	8 811	31,994	1,3 245	0,24 806	156,7 432	0,838 149
	КИС	0	16 292	16,857	4 282,5	0,23 771	389,2 821	0,902 604
		1	23 669	21,620	4 523,0	0,17 476	119,4 755	0,795 295
Ольха черная	КР	0	34 370	24,556	2 988,5	0,12 077	341,5 720	0,837 028
		1	43 469	27,904	3 585,7	0,11 877	249,1 818	0,862 423

В типах леса, для которых было сформировано по две группы густоты, пробные площади, у которых число стволов на гектаре находилось под кривой-гидом, составляли группу с номером «0», а те, у которых число стволов на гектаре было выше кривой-гид, – группу с номе-

ром «1». В сосняках мшистых группам присваивались номера от «0» до «4» в порядке увеличения густоты. Для трех групп, сформированных в сосняках черничных, использовались номера от «0» до «2» в порядке увеличения густоты.

Таблица 4

**Статистические показатели,  
характеризующие модель связи структуры древостоев  
с возрастом (вариант 3)**

Порода	Тип леса	Индекс густоты	Параметры					F-критерий Фишера	Коэффициент детерминации $R^2$
			$N_0$	$Gm$	$\eta$	$\tau$	$b$		
Сосна	ВЕР	0	25 209	23,123	2 074,1	0,16 549	2,0 000	444,1 775	0,862 841
		1	31 354	41,438	2 070,6	0,19 758	2,0 000	505,9 432	0,872 391
	МШ	0	8998	26,311	1 330,8	0,17 674	2,0 000	730,5 374	0,806 206
		1	30 601	29,208	1 745,3	0,13 614	2,0 000	1 036,707	0,861 533
		2	18 131	27,317	1 764,6	0,18 605	2,0 000	961,2 890	0,873 323
		3	14 590	27,368	1 849,0	0,22 646	2,0 000	622,0 217	0,851 111
	ОР	4	38 253	34,582	2 327,1	0,24 759	2,0 000	1 062,755	0,887 130
		0	16 633	25,037	2 386,0	0,13 332	3,7 058	385,2 672	0,837 407
	ЧЕР	1	34 958	25,467	3 754,9	0,16 850	2,0 000	395,8 229	0,861 926
		0	25 730	30,570	$8,3 767 \cdot 10^{-5}$	0,16 368	2,0 000	510,1 575	0,868 559
		1	11 505	23,539	$9,0 346 \cdot 10^{-5}$	0,22 371	2,0 000	360,9 773	0,828 335
		2	47 621	30,9 921	$1,2 283 \cdot 10^{-4}$	0,21 481	2,0 000	361,2 058	0,883 994
Ель	МШ	0	17 862	16,033	3 562,1	0,22 158	4,0 193	247,2 482	0,908 795
		1	36 236	35,911	3 032,6	0,23 631	2,0 000	302,6 406	0,911 967
	КИС	0	5 763	53,825	14,851	0,28 917	2,0 000	241,1 375	0,765 595
		1	8 322	44,117	20,173	0,29 930	2,0 000	365,1 258	0,839 473
	ЧЕР	0	8 816	20,613	1,6 470	0,29 226	2,0 000	195,0 202	0,880 697
		1	53 067	27,644	2,3 229	0,33 463	2,0 000	167,0 588	0,892 081

Порода	Тип леса	Индекс густоты	Параметры					F-критерий Фишера	Коэффициент детерминации $R^2$
			$N_0$	$Gm$	$\eta$	$\tau$	$b$		
	ДМ	0	65 535	12,379	5 244,7	0,51 399	2,0 000	165,3 705	0,901 816
		1	54 613	24,522	3 902,5	0,42 547	2,0 000	235,5 223	0,923 843
Береза	ОР	0	9 328	20,858	1,6 041	0,25 210	2,0 000	108,8 629	0,816 886
		1	8 811	31,994	1,3 245	0,24 806	2,0 000	124,3 582	0,838 149
	КИС	0	16 292	16,857	4 282,5	0,23 771	2,0 000	309,5 721	0,902 604
		1	23 669	21,620	4 523,0	0,17 476	2,0 000	94,80 342	0,795 295
Ольха черная	КР	0	34 370	24,556	2 988,5	0,12 077	2,0 000	272,2 305	0,837 029
		1	43 469	27,904	3 585,7	0,11 877	2,0 000	198,0 917	0,862 423

Полученные в результате выполненных расчетов статистики, характеризующие имитационные модели, говорят о их согласованности с экспериментальными данными для всех четырех вариантов системы моделирования процесса развития древостоя. Наиболее предпочтительным оказался второй вариант модели, предполагающий оценку по материалам экспериментальных данных четырех параметров ( $N_0$ ,  $Gm$ ,  $\eta$  и  $\tau$ ) (табл. 3). Об этом говорят максимальные значения F-статистики Фишера, полученные в данном варианте.

Таким образом, представляется целесообразным использовать второй вариант имитационной модели процесса развития древостоя. Он является частным случаем, в котором в качестве исходного распределения деревьев в древостое по энергии роста используется логарифмически-нормальное распределение с параметрами  $m = 1$  и  $\sigma = 1$ , а вероятность отпада самого крупного дерева устанавливается равной нулю путем присвоения параметру модели  $b$  значения 2.

Таблица 5

**Статистические показатели,  
характеризующие модель связи структуры древостоев с возрастом (вариант 4)**

Порода	Тип леса	Индекс густоты	Параметры						F-критерий Фишера	Коэффициент детерминации $R^2$
			$N_0$	$Gm$	$\eta$	$\tau$	$b$	$\sigma$		
Сосна	ВЕР	0	25 248	23,189	2 146,2	0,16 264	2,0 559	0,97 743	370,2 585	0,863 211
		1	33 039	38,396	1 948,0	0,19 528	2,1 262	1,0 481	435,7 648	0,876 313
	МШ	0	8 998	26,311	1 330,8	0,17 674	2,0 000	1,0 000	607,4 538	0,806 043
		1	30 601	29,208	1 745,3	0,13 614	2,0 000	1,0 000	862,6 076	0,861 494
		2	18 066	27,888	1 837,3	0,18 608	2,0 239	0,97 358	798,4 176	0,873 114
		3	14 574	27,410	1 855,5	0,22 627	2,0 000	0,99 549	515,9 364	0,850 752
	ОР	4	38 253	34,582	2 327,1	0,24 759	2,0 000	1,0 000	880,5 277	0,886 699
		0	16 633	25,037	2 386,0	0,13 332	3,7 058	1,0 000	319,7 067	0,837 198
	1	34 958	25,467	3 754,9	0,16 850	2,0 000	1,0 000	328,1 964	0,861 703	
		ЧЕР	0	25 730	30,570	$8,3 767 \cdot 10^{-5}$	0,16 368	2,0 000	1,0 000	422,9 096
	1		11 382	24,435	$9,7 670 \cdot 10^{-5}$	0,22 153	2,0 000	0,95 133	299,8 799	0,828 273
	2	49 538	30,381	$1,1 932 \cdot 10^{-4}$	0,21 636	2,0 000	1,0 230	302,1 828	0,884 825	
Ель	МШ	0	17 660	20,665	4 291,3	0,22 266	4,9 150	0,80 762	240,8 520	0,921 523
		1	36 236	35,911	3 032,6	0,23 631	2,0 000	1,0 000	250,1 930	0,911 877
	КИС	0	5 763	53,825	14,851	0,28 917	2,0 000	1,0 000	200,4 034	0,765 595
		1	8 343	44,049	20,683	0,30 054	2,0 000	0,99 068	302,4 699	0,839 058

Порода	Тип леса	Индекс густоты	Параметры						F-критерий Фишера	Коэффициент детерминации $R^2$
			$N_0$	$Gm$	$\eta$	$\tau$	$b$	$\sigma$		
	ЧЕР	0	8 784	20,847	1,6 766	0,29 186	2,0 000	0,98 647	161,5 251	0,880 853
		1	65 452	24,661	2,0 897	0,33 990	2,0 000	1,0 936	144,2 154	0,896 360
	ДМ	0	65 535	12,379	5 244,7	0,51 399	2,0 000	1,0 000	136,2 775	0,901 816
		1	54 613	24,522	3 902,5	0,42 547	2,0 000	1,0 000	193,8 700	0,923 707
Береза	ОР	0	9 328	20,858	1,6 041	0,25 210	2,0 000	1,0 000	89,59 273	0,816 247
		1	8 811	31,994	1,3 245	0,24 806	2,0 000	1,0 000	101,8 205	0,836 888
	КИС	0	15 264	17,533	4 750,3	0,21 677	2,5 405	0,90 153	273,3 849	0,908 089
		1	23 669	21,620	4 523,0	0,17 476	2,0 000	1,0 000	77,42 108	0,793 336
Ольха черная	КР	0	34 370	24,556	2 988,5	0,12 077	2,0 000	1,0 000	225,1 365	0,836 504
		1	43 469	27,904	3 585,7	0,11 877	2,0 000	1,0 000	162,6 939	0,861 448

**Заключение.** В результате проведенного анализа точности разных вариантов имитационной модели развития древостоев можно порекомендовать в качестве исходного распределения деревьев в древостое по энергии роста использовать логарифмически нормальное с параметрами  $m = 1$  и  $\sigma = 1$ , а вероятность отпада самого крупного дерева устанавливать равной нулю, путем присвоения параметру модели  $b$  значения 2, а оценивать по экспериментальным данным только четыре параметра модели –  $N_0$ ,  $Gm$ ,  $\eta$  и  $\tau$ . В таком варианте имитационная модель описывает от 77% до 92% всей вариации основных таксационных показателей древостоя.

#### Литература

1. Машковский, В. П. Дифференциация деревьев в чистых древостоях по размерам в процессе роста / В. П. Машковский // Труды

БГТУ. Сер. I, Лесн. хоз-во. – 2004. – Вып. XII. – С. 40–48.

2. Машковский, В. П. Имитационная модель динамики распределения деревьев по диаметрам в чистых одновозрастных древостоях / В. П. Машковский, Р. В. Азарчик // Труды БГТУ. Сер. I, Лесн. хоз-во. – 2006. – Вып. XIV. – С. 52–55.

3. Машковский, В. П. Имитационное моделирование развития древостоя с учетом начального распределения растений по энергии роста / В. П. Машковский, Р. В. Азарчик // Труды БГТУ. Сер. I, Лесн. хоз-во. – 2007. – Вып. XV. – С. 65–69.

4. Машковский, В. П. Динамика верхних высот в древостоях разной густоты / В. П. Машковский, И. В. Толкач // Труды БГТУ. Сер. I, Лесн. хоз-во. – 2006. – Вып. XIV. – С. 56–59.