

И. О. Оробей, доцент; Д. А. Гринюк, доцент; С. Е. Жарский, ст. преподаватель;  
М. А. Анкуда, ассистент; И. Г. Сухорукова, ассистент

### АДАПТИВНЫЙ ФИЛЬТР С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КРИТЕРИЯ СЕРИЙ

Questions of construction of the adaptive filter sliding average which allow to carry out fine tuning under the current trend without essential increase in requirements to computing capacity his realizing are considered. The filter is based on use of known criterion of series of an estimation stationary trends. The algorithm can be used in measuring technics for processing informative signals, in systems of identification of unknown devices and systems of adaptive management by technological processes.

**Введение.** Цифровая фильтрация является важнейшей областью цифровой обработки сигналов. В первую очередь цифровые фильтры отличаются высоким качеством формирования частотной характеристики, стабильностью параметров, простотой изменения параметров амплитудно-частотной характеристики и возможностью адаптации параметров фильтра. Наиболее полно эти преимущества используются в таких областях, как подавление различного рода шумов и помех, распознавание речи и, в особенности, для подавления эха в устройствах передачи данных. Различают два основных типа фильтров. Цифровые фильтры с конечной импульсной характеристикой (КИХ) реализуются путем весового суммирования  $N$  предшествующих отсчетов входного сигнала. Выходной сигнал фильтра  $y(n)$  имеет вид

$$y(n) = \sum_{k=0}^N h_k x(n-k),$$

где  $h_k$  – весовые коэффициенты фильтра;  $x(n-k)$  – отсчеты входного сигнала.

Цифровые фильтры с бесконечной импульсной характеристикой (БИХ) используют входной  $x(n-k)$  и выходной  $y(n-k)$  сигналы. Выходной сигнал такого фильтра описывается уравнением

$$y(n) = \sum_{k=1}^M b_k x(n-k) + \sum_{k=1}^N a_k y(n-k),$$

где  $b_k, a_k$  – весовые коэффициенты фильтра.

Цифровые фильтры БИХ требуют меньших вычислительных затрат по сравнению с КИХ, однако они имеют нелинейную фазовую характеристику и при определенных условиях становятся неустойчивыми.

Фильтры КИХ при симметричном выборе весовых коэффициентов  $h_k$  имеют линейную фазовую характеристику и поэтому находят широкое применение в высококачественной аппаратуре. Если фильтр КИХ используется для децимации (понижения) частоты дискретизации в  $n$  раз, то вычислительные затраты также сокращаются в  $n$  раз.

Количество звеньев фильтра  $N$  возрастает

при снижении пульсаций в полосе пропускания, повышении крутизны ската частотной характеристики и увеличении ослабления сигнала в полосе задержания.

**Основная часть.** Структура КИХ-фильтра удобна для построения алгоритмов адаптивных фильтров. Одним из способов по уменьшению необходимой вычислительной мощности при построении качественных фильтров может явиться своевременное обнаружение стационарных и нестационарных трендов. В качестве такого критерия предложено использовать критерий серий.

В известных способах адаптивной фильтрации для фильтров скользящего среднего с конечной импульсной характеристикой весовые коэффициенты выбирают по вектору ошибки или невязки из перестраиваемой матрицы коэффициентов, которые рассчитывают на основе минимизации ошибок градиентным методом с поисковым определением компонент градиента или вычисляют методом наименьших квадратов [1–8].

Данные способы и основанные на них устройства обладают следующими недостатками. Для реализации алгоритмов оценивания и расчета весовых коэффициентов требуется высокая вычислительная мощность, определяемая размерностью системы уравнений на один шаг при численном интегрировании дифференциальных уравнений для аналоговых фильтров или алгебраических уравнений – для цифровых. Кроме того, фильтр с конечной импульсной характеристикой требует большого объема памяти для хранения усредняемых значений и матрицы весовых коэффициентов. Значительным недостатком известных адаптивных фильтров является ограниченное возрастание точности с течением времени даже при соблюдении в реальном процессе принятой модели шума, а также неустойчивая работа устройств, обусловленная неидентичностью предполагаемых и реальных моделей полезного сигнала и шума. При наличии нескольких локальных экстремумов в функциях ошибок или невязок градиентные методы с поисковым определением компонент градиента могут осуществлять выбор весовых коэффициентов, соответствующих экстремуму, не дающему абсолютно минимального значе-

ния ошибки или невязки. Использование статистических методов определения весовых коэффициентов также не обеспечивает устойчивости работы фильтра в случае нестационарности вероятностных характеристик процесса.

В качестве простого, но надежного средства предложено использовать критерий серий.

Серией называется последовательность однотипных наблюдений, перед и после которой следуют наблюдения противоположного типа или же вообще нет никаких наблюдений [9]. Для последовательности  $N$  наблюдений случайной величины  $y$  каждое наблюдение значения  $y_i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) можно отнести к одному из двух классов, обозначаемых как (+) и (-). Например, при выполнении условия  $y_i \geq Y_{cp}$ , где  $Y_{cp}$  – среднее значение или медиана всей выбранной последовательности  $y_i$ , наблюдение можно отнести к классу (+), т. е. к классу наблюдений с ошибкой  $e \geq 0$ ; в противном случае наблюдение относят к классу (-), т. е. к классу наблюдений с ошибкой  $e < 0$ . Можно модифицировать классификацию наблюдений, отбрасывая наблюдения с ошибкой  $e = 0$  или относя такие наблюдения к тому классу, к которому относилось предыдущее наблюдение. В результате образуется последовательность наблюдений (рис. 1).

Наблюдения																
+	+	-	+	+	-	+	+	+	-	+	-	-	+	-	-	-
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12					
Серии																

Рис. 1. Критерий серий

В этой последовательности из  $N = 20$  наблюдений имеется  $r = 12$  серий. Число серий, появившихся в последовательности наблюдений, позволяет выяснить, являются ли отдельные результаты статистически независимыми наблюдениями одной и той же случайной величины. Считается, что если последовательность  $N$  наблюдений состоит из независимых исходов одной и той же случайной величины, т. е. если вероятность отдельных исходов ((+) или (-)) не меняется от наблюдения к наблюдению, то выборочное распределение числа серий  $r$  является случайной величиной, распределенной по нормальному закону [9], со средним значением

$$\mu = \frac{2N^+N^-}{N} + 1, \quad (1)$$

где  $N^+$ ,  $N^-$  – число исходов, относящихся к классам (+) и (-) соответственно; и дисперсией

$$\sigma^2 = \frac{2N^+N^-(2N^+N^- - N)}{N^2(N-1)}. \quad (2)$$

При статистической независимости

$$N^+ = N_n^+ = N^- = N_n^- = \frac{N}{2},$$

что позволяет преобразовать среднее значение и дисперсию к виду [9]

$$\mu = \frac{N}{2} + 1, \quad (3)$$

$$\sigma^2 = \frac{N^2 - 2N}{4(N-1)}. \quad (4)$$

Более точный расчет для малых значений  $N$  приводит к следующим выражениям для среднего числа серий:

$$\mu = \frac{2N^+N^-}{N} + 0,5, \quad (5)$$

$$\mu = \frac{N}{2} + 0,5, \quad (6)$$

которые могут быть использованы вместо формул (1) и (3) соответственно.

Стандартный алгоритм критерия серий после определения  $\mu$ ,  $\sigma^2$  и  $r$  требует задания уровня значимости и сравнения экспериментально определенного числа серий  $r$  с границами принятия гипотезы статистической независимости процесса, определяемыми относительно  $\mu$  по уровню значимости. Если  $r$  окажется вне этой области, то гипотезу статистической независимости отвергают с принятым уровнем значимости, иначе процесс считают статистически независимым.

В предлагаемом способе адаптивной фильтрации, алгоритм которого приведен на рис. 2 и 3, использовано определение уровня значимости, соответствующего принятию гипотезы статистической независимости по заданным значениям  $\mu$ ,  $\sigma^2$  и  $r$ , т. е. уровня значимости, соответствующего границам  $[\mu - r; \mu + r]$ . Через уровень значимости или связанные с ним величины можно определить вероятность статистической независимости данных.

Алгоритм способа, представленный на рис. 2, включает операции аналого-цифрового преобразования (АЦП) (блок 1); наращивания переменной состояния (блок 2); инициализации начальных установок (блок 3); расчета среднего и дисперсии для  $N$  наблюдений при статистической независимости отсчетов (блок 4); вычисления весового коэффициента (блок 5); авторегрессионной фильтрации скользящего среднего (блок 6); определения ошибки и ее знака (блок 7); подсчета числа серий (блок 8); проверки конца наблюдений (блок 9); наращивания переменной наблюдений при сохранении переменной состояния (блок 10); определения вероятности статистической независимости (блок 11); сброса переменной наблюдений с изменением переменной состояния (блок 12).

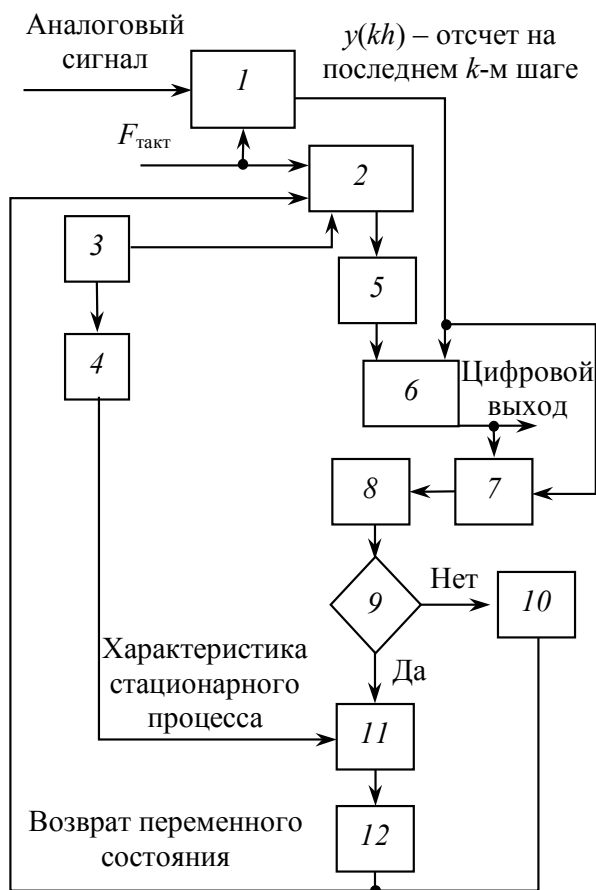


Рис. 2. Структура адаптивного авторегрессионного фильтра скользящего среднего на критерии серий: 1 – АЦП; 2 – наращивание переменной состояния; 3 – инициализация начальных установок; 4 – расчет математического ожидания и дисперсии для  $N$  наблюдений при статистической независимости отсчетов; 5 – вычисление весового коэффициента; 6 – авторегрессионная фильтрация скользящего среднего; 7 – определение ошибки и ее знака; 8 – подсчет числа серий; 9 – проверка конца наблюдений; 10 – наращивание переменной наблюдения при сохранении переменной состояния; 11 – определение вероятности статистической независимости; 12 – сброс переменной наблюдений с изменением переменной состояния

Сокращение памяти, необходимой для хранения отдельных значений усредняемой величины, в предлагаемом способе достигается использованием авторегрессионного фильтра скользящего среднего с ненулевым значением коэффициента только перед последним значением усредняемой величины (блок 6) [8]. Весовые коэффициенты перед остальными отдельными отсчетами равны нулю, что исключает необходимость хранения в памяти всех цифровых отсчетов с выхода АЦП (блок 1), кроме последнего. Пошаговое возрастание точности для последовательности статистически независимых данных, имеющих стационарные вероятностные характеристики, обеспечивается за

счет наращивания постоянной состояния фильтра, осуществляемого блоком 2. При этом снижается весовой коэффициент перед последним цифровым отсчетом и растет вклад в последующую величину среднего значения предыдущего среднего (средних) (блок 5). Увеличение переменной состояния производится в цикле для каждого значения цифрового отсчета, причем в пределах одной последовательности  $N$  наблюдений цифровые отсчеты с АЦП принимаются статистически независимыми. Для каждого наблюдения анализируется знак ошибки (блок 7) и подсчитывается текущее число серий знаков ошибок (блок 8). В качестве текущего среднего значения или медианы последовательности наблюдений при расчете ошибки используется выходной сигнал авторегрессионного фильтра. В каждом цикле алгоритма проверяется условие достижения  $N$  наблюдений по значению переменной наблюдений (блок 9). Если набор последовательности из  $N$  наблюдений не закончен, то производится наращивание переменной наблюдений (блок 10)

с последующим переходом к наращиванию переменной состояния, т. е. к блоку 2. По достижению  $N$  при проверке конца наблюдений переходят к определению вероятности статистической независимости в законченной последовательности (блок 11), которая производится сопоставлением экспериментального числа серий  $r$ , определенного в блоке 8, с расчетными характеристиками для последовательности  $N$  наблюдений при их статистической независимости, получаемыми в блоке 4 после инициализации начальных установок (блок 3). Вероятность статистической независимости умножают на переменную состояния фильтра, округляют полученную величину до ближайшего большего целого значения, которое присваивают переменной состояния фильтра, и сбрасывают переменную наблюдений (блок 12), после чего переходят к новому набору последовательности  $N$  наблюдений.

Авторегрессионные фильтры скользящего среднего имеют бесконечную импульсную характеристику. В предлагаемом алгоритме ограниченное время переходного процесса фильтра, реализующего операцию в блоке 6, обеспечивается за счет снижения весового коэффициента перед предыдущим значением (значениями) среднего при увеличении коэффициента перед последним цифровым отсчетом АЦП, что происходит при изменении переменной состояния по вероятности статистической независимости. В случае получения вероятности, близкой к нулю, коэффициент перед предыдущим значением среднего также приближается к нулю, а коэффициент перед последним цифровым отсчетом АЦП – к единице, что означает использо-

вание в качестве среднего значения фильтра последнего цифрового отсчета.

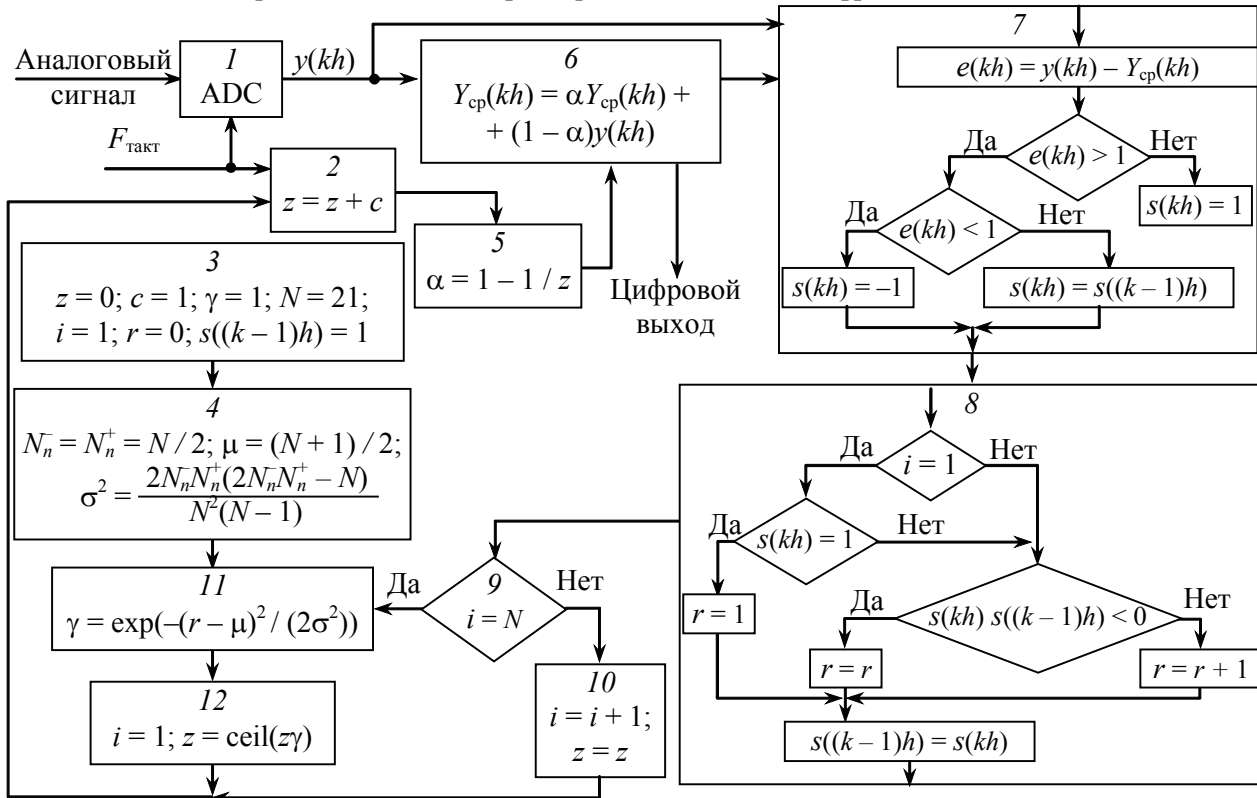


Рис. 3. Один из вариантов алгоритма работы фильтра на основании структуры, приведенной на рис. 2

Статистическая независимость последовательности данных нарушается при появлении нестационарности случайного процесса, т. е. при непостоянстве вероятностных характеристик (например, среднего значения, медианы последовательности и т. д.) случайного процесса, поэтому предлагаемый алгоритм адаптируется к случайным нестационарным процессам в случае, когда спектральные составляющие дрейфа вероятностных характеристик имеют период, превышающий период  $N$  наблюдений.

Операцию авторегрессионной фильтрации скользящего среднего выполняет экспоненциальный фильтр, являющийся фильтром первого порядка [10], работа которого определяется уравнением

$$Y_{cp}(kh) = \alpha Y_{cp}((k-1)h) + (1-\alpha)y(kh). \quad (7)$$

Модификация уравнения (7) к виду, приведенному в блоке 6 на рис. 3, связана с экономией памяти за счет среднего значения на предыдущем шаге. Возможность такой модификации обусловлена тем, что  $Y_{cp}(kh)$  фактически становится  $Y_{cp}((k-1)h)$  с приходом на блок 6 нового цифрового отсчета с АЦП  $y(kh)$ . Изменение переменной состояния в блоке 12 производится при помощи оператора округления до ближайшего большего целого –  $\text{ceil}$ . Действие оператора состоит в добавлении единицы к целой части числа в случае, когда дробная часть не равна нулю. Например,  $\text{ceil}(25,1) = 26$ ;  $\text{ceil}(30,6) = 31$ ;

$\text{ceil}(0,1) = 1$ . Вероятность статистической независимости процесса в блоке 11 определяется как отношение плотности вероятности, соответствующей экспериментальному  $r$ , к плотности вероятности, соответствующей среднему числу серий  $\mu$ , рассчитываемому по формуле (6), при вычисленной по формуле (4) дисперсии  $\sigma^2$  (т. е. в предположении статистической независимости). Такой критерий вероятности статистической независимости более удобен, так как требует меньше вычислительных средств, чем критерии с непосредственным определением уровня значимости.

Предложенный алгоритм автоподстройки цифровых фильтров может быть использован в измерительной технике для обработки информативных сигналов, в системах идентификации неизвестных устройств и системах адаптивного управления технологическими процессами, в шумоподавителях, эквалайзерах и подавителях сигнала эх  $\rho$  в детектор  $\mathbf{x}$  модулированных сигналов для систем телеметрии и т. д. Применение адаптивных фильтров выходит далеко за рамки задач передачи данных. Это может быть и обработка видеоизображений, и радиолокационные задачи, и различного рода телекоммуникационные приложения, объединенные общей задачей динамической фильтрации сигнала от вносимых в него шума и искажений.

В рамках данной статьи были показаны лишь основные подходы к проблеме реализа-

ции адаптивных фильтров с использованием критерия серий. Однако даже эти относительно несложные примеры достаточно успешно решают поставленные задачи.

**Заключение.** Критерий серий позволяет осуществлять эффективную адаптацию параметров цифровых фильтров.

Применение критерия серий не увеличивает существенные требования к вычислительной мощности микропроцессорных устройств его реализующих.

Использование алгоритма не требует наличия существенной априорной информации о стохастических свойствах фильтруемого сигнала. Наличие нормального распределения не является обязательным условием.

### Литература

1. Adaptive filter, step size control method thereof, and record medium therefor: United States pat. № 6223194 CIC6 H03H 21/00; G06F 017/10 / Shin'ichi Koike, Assignee NEC Corporation (Tokyo, JP); appl. № 09/095,103; fil. 10.06.1998; pub. 24.04.2001.

2. Method for adaptive filter adjustment in a QAM/CAP system: United States pat. № 6381623; CIC6 H04L 25/49; H04L 25/03; G06F 017/10 / Heinrich Schenk; Assignee Siemens Aktiengesellschaft (Munich, DE); appl. № 09/326,365; fil. 04.06.1999; pub. 30.04.2002.

3. Adaptive digital filter: United States pat. № 5987485; CIC5 H03H 21/00; G06F 017/10 / Spreadbury; David John; Assignee Ionica International Limited (Cambridge, GB); appl. № 08/809,132; fil. 28.04.1997; pub. 16.11.1999.

4. Method for optimizing an adaptive filter update coefficient: United States pat. № 5276707 /

CIC5 H 03H 21/00; H 03H 007/30 / Kevin L. Baum; assignee Motorola, Inc. (Schaumburg, IL); appl. № 08/040,064; fil. 30.03.1993; pub. 04.01.1994.

5. Digital adaptive filter for a high throughput digital adaptive processor Laurence: United States pat. № 4726036; CIC5 H03H 21/00; H04B 003/14 / D. Sawyer, Patrick J. Smith; assignee Unisys Corporation (Blue Bell, PA); appl. № 07/030,302; fil. 26.03.1987; pub. 16.03.1988.

6. Способ адаптивной фильтрации и устройство для его осуществления: пат. 9322 Респ. Беларусь, МПК7 G01F17/10, H04B1/10 / И. О. Оробей, С. Е. Жарский, Д. А. Гринюк, И. Ф. Кузьмицкий, Д. А. Медяк, В. В. Сарока, М. Ф. Лукашевич; заявитель БГТУ № а 0002317; заявл. 11.12.2003; опубл. 30.06.2005 // Афіцыйны бюл. / Дзярж. Пат. Ведамства Респ. Беларусь. – 2006. – № 1. – С. 16.

7. Справочник по теории автоматического управления / под ред. А. А. Красовского. – М.: Наука, 1987. – 712 с.

8. Method and apparatus for adaptive filter tap selection according to a class: United States pat. № 6192161, CIC6 H04N 7/64; G06T 5/20 / Tetsujiro Kondo, Yasuhiro Fujimori, Sugata Hosaka, James J. Carrig; Assignee Sony Corporation (Tokyo, JP); appl. № 09/249,491; fil. 12.02.1999; pub. 20.02.2001.

9. Бендат, Дж. Прикладной анализ случайных данных / Дж. Бендат, А. Пирсол. – М.: Мир, 1989. – 540 с.

10. Олссон, Г. Цифровые системы автоматизации и управления / Г. Олссон, Д. Пиани. – СПб.: Невский Диалект, 2001. – 557 с.