

УДК 676.22.017

Д.В. Назаренко, преп.-стажёр., маг. физ-мат. наук (БГТУ, г. Минск);
С.М. Босьяков, доц., д-р. физ-мат. наук (БГУ, г. Минск)

КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗРУШЕНИЯ БЕДРЕННОЙ КОСТИ В ОБЛАСТИ ПОСТРЕЗЕКЦИОННОГО ДЕФЕКТА

Существует острая необходимость в улучшении прогноза риска переломов у больных с метастазами в кости. Патологические переломы, образующиеся в результате этих опухолей, часто возникают в бедренной кости. Определить риск перелома крайне сложно даже опытным врачам. Это может привести к тому, что значительному количеству пациентов будет сделана ненужная операция либо другие пациенты могут сломать свои кости вопреки ожиданиям.

В ходе построения трёхмерной твердотельной модели используется 450 снимков компьютерной томографии бедренной кости в пакете Materialise Mimics (Materialise, Leuven, Belgium). Метастатические поражения имитируются искусственным дефектом для каждой пары бедренных костей. Используя отношения между модулем Юнга и плотностью золы для кортикальной и губчатой кости, следующие соотношения (1) – (5) применяются для определения упругих свойств в кости (где a – линейный коэффициент между шкалой Хаунсфилда и эквивалентной плотностью кости; b – расстояние между трёхмерными пикселями) [1]. Коэффициент Пуассона выбран постоянным значением $\nu = 0.3$. Точечный модуль Юнга, основанный на уровне серого КТ, получают калибровочными изображениями, содержащими несколько концентраций гидрофосфата калия $[K_2HPO_4]$, сканируемыми вместе с бедренной костью пациента.

$$\rho_{k_2hpo_4} = 10^{-3}(a \times HU + b) \quad [gm/cm^3] \quad (1)$$

$$\rho_{ash} = 0.877 \times 1.21 \times \rho_{k_2hpo_4} + 0.08 \quad [gm/cm^3] \quad (2)$$

$$E_{cort} = 10200 \times \rho_{ash}^{2.01} [MPa], \quad \rho_{ash} \geq 0.486 \quad [gm/cm^3] \quad (3)$$

$$E_{trab} = 2398 [MPa], \quad 0.3 < \rho_{ash} < 0.486 \quad [gm/cm^3] \quad (4)$$

$$E_{trab} = 33900 \times \rho_{ash}^{2.2} [MPa], \quad \rho_{ash} \leq 0.3 \quad [gm/cm^3] \quad (5)$$

Перелом в области пострезекционного дефекта смоделирован с помощью метода конечных элементов путём приложения увеличенной нагрузки до 750Н с шагом 150Н. Практичным и достаточно точным способом локализации перелома является техника «удаления

элементов». Чтобы исследовать возникновение и путь трещины, для кортикальной и губчатой кости вводятся критические значения деформаций 0,0165 и 0,0387 соответственно [2]. Когда максимальный главный предел прочности на растяжение или сжатие превышает значение текучести, упругие свойства ткани снижаются до 1 МПа. Элементы со значением модуля Юнга равного единице, удаляются из модели, тем самым моделируется путь распространения трещины в области пострезекционного дефекта.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Sternheim A., Yosibash. Z.* Pathological fracture risk assessment in patients with femoral metastases using CT-based finite element methods. A retrospective clinical study // *Bone*. – 2018. – Vol. 110. – P. 215-220.
2. *Marco M., Miguelez M.* Modelling of femur fracture using finite element procedures // Miguel Marco, Eugenio Giner, Ricardo Larraínzar-Garijo, José Ramón Caeiro, María Henar Miguélez // *Engineering Fracture Mechanics*. – 2018. – Vol. 196. – P. 157-167.

УДК 519.2

А. М. Волк, доц., канд. техн. наук (БГТУ, г. Минск)

СВОЙСТВА СТАТИСТИЧЕСКИХ ОЦЕНОК ОБОБЩЕННОГО ГАММА-РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Обобщенное гамма-распределение, рассмотренное в работе Стейси в 1962 году [1] отличается своей универсальностью и широкой областью применения. Данное распределение включает в себя гамма-распределение, его частные случаи, распределения Рэля, Максвелла, Вейбулла, Леви, Хи-квадрат и др. [2].

Это семейство также широко используется в прикладных задачах, связанных с вычислением надежностных характеристик, прогнозированием продолжительности лечения и затратами на медицинское обслуживание, расчетами инженерных рисков и рисков катастроф (землетрясений и наводнений), обработкой изображений и дистанционным зондированием, а также используются в качестве описания дисперсного состава частиц дробления, моделей распределения доходов [2].

Рассмотрим функцию плотности распределение непрерывной неотрицательной случайной величины ξ в виде [3]