

Установа алукашы  
«БЕЛАРУСКІ ДЗІЯРЖАЎНЫ ТЭХНАЛАГІЧНЫ УНІВЕРСІТЭТ»

Кафедра аўтаматызаванай вытворчай праміслаў і электратэхнікі

# ТЭАРЭТЫЧНЫЯ АСНОВЫ ЭЛЕКТРАТЭХНІКІ

Праграма, апрацаваная ўстаноў і кантралёваным падкані  
сам аўтаматэаў апрацаванымі 1-53 III III «Аўтаматэаў апрацаваным  
аўтаматэаў апрацаваным і аўтаматэаў апрацаваным  
аўтаматэаў апрацаваным

**МЕТОД. КАБІНЕТ**  
**З.Ф.**

Мінск 2009

УДК 621.3.01(073 + 076)(075.8)

ББК 31.21я73

Т 96

Разгледжаны і рэкамендаваны да выдання рэдакцыйна-выдавецкай радай універсітэта

Складальнікі:

*У. І. Гароніка, А. І. Аляксандраў*

Рэцэнзент

кандыдат тэхнічных навук, дацэнт кафедры поліграфічнага абсталявання і сістэм апрацоўкі інфармацыі *М. С. Шмакаў*

Па тэматычнаму плану выданняў вучэбна-метадычнай літаратуры універсітэта на 2008 год. Паз. 133.

Для студэнтаў спецыяльнасці 1-53 01 01 «Аўтаматызацыя тэхналагічных працэсаў» завочнай формы навучэння.

## УВОДЗІНЫ

Метадычныя ўказанні ўключаюць праграму курса, метадычныя ўказанні і заданні да кантрольнай работы № 1 па тэорыі электрычных ланцугоў. У пункце 2.1 «Электрычныя ланцугі пастаяннага току» акцэнтуюцца ўвага на паняцці «крыніца току» і разглядаюцца асаблівасці ўліку такіх крыніц пры складанні ўраўненняў раўнавагі.

Таксама даюцца метадычныя рэкамендацыі да пункта 2.2 «Электрычныя ланцугі ва ўсталяваных сінусаідальным і несінусаідальным рэжымах». Найбольшая ўвага нададзена самай складанай для завочнікаў тэме – «Пераходныя працэсы ў лінейных электрычных ланцугах». Тут на тыпавых прыкладах выяўлены асаблівасці разліку пераходных працэсаў у ланцугах першага і другога парадкаў класічным і апэратарным метадамі. У выдаанні таксама ўказаны нумары старонак у дапаможніку [2] з заданнямі да кантрольнай работы № 2.

У канцы прыведзены спіс неабходнай літаратуры, якая дазваляе сумесна з прыведзенымі ўказаннямі студэнтам-завочнікам самастойна выканаць кантрольныя работы.

Метадычныя ўказанні прызначаны для студэнтаў спецыяльнасці 1-53 01 01 «Аўтаматызацыя тэхналагічных працэсаў і вытворчасцей» завочнай формы навучання.

## 1. ПРАГРАМА ДЫСЦЫПЛІНЫ

### Асноўныя паняцці, элементы і законы электрычных ланцугоў

Электрычны ланцуг. Ток, напружанне, магутнасць, энергія.

Пасіўныя элементы ланцуга. Ідэалізаваныя элементы. Схемы замяшчэння рэальных элементаў. Лінейныя і нелінейныя элементы.

Супраціўленне, індуктыўнасць і ёмістасць: дынамічныя ўраўненні, магутнасць, энергія.

Ідэальныя крыніцы напружання і току.

Асноўныя тапалагічныя паняцці ланцуга: вузел, абагульнены вузел, контур, абагульнены контур. Законы Кірхгофа. Абагульнены закон Ома.

Схемы замяшчэння і рэжымы працы рэальных крыніц.

### Метады разліку лінейных электрычных ланцугоў (ЛЭЛ) у статычным рэжыме

Эквівалентныя пераўтварэнні ланцуга. Разлік паслядоўнага, паралельнага і змешанага злучэнняў элементаў.

Разлік злучэнняў «зорка» і «трохвугольнік».

Аналіз маставых ланцугоў.

Разлік складаных ланцугоў:

а) метадам ураўненняў Кірхгофа;

б) метадам контурных токаў.

Сутнасць метаду накладання.

Метад эквівалентнага генератара (напружання і току).

Метад вузлавых напружанняў. Метад двух вузлоў.

Баланс магутнасцей. Патэнцыяльная дыяграма.

### Аналіз ЛЭЛ ва ўсталяваным сінусаідальным рэжыме

Параметры сінусаідальных напружанняў і токаў.

Комплексныя лікі і правілы дзеянняў з імі.

Умовы аднолькавасці частаты  $\omega$  ва ўсіх элементах ланцуга. Спосабы ўвядзення сінусаідальных велічынь: 1) аналітычны; 2) праекцыяй самаварчальнага вектара; 3) комплекснымі лікамі. Вектарная і комплексная формы законаў Кірхгофа.

Комплексныя супраціўленні і праводнасці. Фазавыя зрухі, часовыя і вектарныя дыяграмы для токаў і напружанняў, для супраціўленняў  $R$ , індуктыўнасці  $L$  і ёмістасці  $C$ .

Комплексныя супраціўленні і праводнасці пасіўнага двухполосніка. Найпрасцейшыя схемы замяшчэння двухполосніка. Пераходныя формулы.

Абрунтаванне камплекснага метаду разліку ЛЭЛ. Комплексная, актыўная і рэактыўная магутнасці. Балансы магутнасцей  $P$  і  $Q$ ,  $R$ -,  $L$ - і  $C$ -элементаў.

Аналіз рэальнай ішпулькі індуктыўнасці ў сінусаідальным рэжыме.

Аналіз рэальнага кандэнсатара ў сінусаідальным рэжыме.

Аналіз ланцуга са змяшаным злучэннем элементаў у сінусаідальным рэжыме. Тапаграфічная дыяграма.

### Аналіз ЛЭЛ у перыядычным несінусаідальным рэжыме (ПНР)

Прычыны ўзнікнення несінусаідальных сігналаў. Іх выгляд. Раскладанне ў рад Фур'е. Прывядзенне рада Фур'е да паказальнай формы. Спектры.

Метадыка разліку ланцуга ў ПНР метадам накіладання.

Частотныя характарыстыкі ЛЭЛ. Комплексны каэфіцыент перадачы па напружанню.

Разлік ПНР з дапамогай комплекснага каэфіцыента  $K(j\omega)$ .

Амплітудны спектр меандра. Вывад.

Пабудова графікаў перыядычных несінусаідальных велічынь. Дзеючыя значэнні. Сістэмы электравымяральных прыбораў.

### Рэзанансныя з'явы ў ЛЭЛ

Умова рэзанансу. Рэзананс напружанняў у паслядоўным RLC-контур: рэзанансная частата  $\omega_0$ , характарыстычнае супраціўленне  $\rho$ , добротнасць  $Q$ , частотныя характарыстыкі, паласа прапускання  $\Pi$ , шырыня паласы прапускання  $\Delta\Pi$ , вектарныя дыяграмы.

Паралельны вагальны контур (ПАР-контур). Рэзананс токаў: умова рэзанансу:  $\omega_p$ ,  $Z_{\Sigma}(\omega)$ ,  $R_p$ ,  $Q$ ,  $I_L(\omega)$ ,  $I_C(\omega)$ ,  $U(\omega)$ . Ідэальны ПАР-контур.

Тэхніка-эканамічнае значэнне каэфіцыента магутнасці. Паралельнае падключэнне кампенсавальнага кандэнсатара. Разлік  $S$ .

Умова перадачы ў нагрузку максімальнай актыўнай магутнасці.



## Індуктыўна звязаныя ЛЭЛ

Узаемаіндукцыя. Узаемная індуктыўнасць. Згоднае і сустрэчнае ўключэнне ішпунк. Адна- і рознаіменныя заціскі.

Кэфіцыент сувязі  $K$ .

Разлік ланцугоў з індуктыўнай сувяззю з дапамогай законаў Кірхгофа.

## Трохфазныя электрычныя ланцугі

Элементы трохфазных ланцугоў і іх уласцівасці. Сіметрычны генератар. Лінейнае і фазнае напружанні. Адна- і трохфазная нагрузка, сіметрычная нагрузка.

Злучэнне фаз прымальніка зоркай (Y): а) чатырохправадны ланцуг; б) трохправадны ланцуг. Зрушэнне нейтралі.

Злучэнне фаз прымальніка трохвугольнікам ( $\Delta$ ). Асаблівасці сіметрычнай нагрузкі.

Разлік і вымярэнне магутнасцей трохфазных ланцугоў. Метад двух ватметраў ( доказы ).

## Электрычныя фільтры

Класіфікацыя фільтраў. Тыпы частотных характарыстык.

RC-ФНЧ (фільтр нізкіх частот) першага парадку. Амплітудна-частотная характарыстыка (АЧХ), лагарыфмічная АЧХ (ЛАЧХ). Улік супраціўлення  $R_n$ , фазачастотная характарыстыка (ФЧХ).

RC-ФНЧ другога парадку.  $K(j\omega)$ . АЧХ.

LC-ФНЧ: а) без  $R_n$ ; б) улік страт у ішпункцы.

LC-ФНЧ з нагрузкай: АЧХ, ЛАЧХ. Выгляд АЧХ пры розных  $R_n$ . Шматзвённых LC-ФНЧ. Т- і П-схемы.

RC-ФВЧ (фільтр высокіх частот): а) першы парадок: АЧХ, ЛАЧХ, ФЧХ; б) другі парадок:  $K(j\omega)$  (без вываду) АЧХ.

LC-ФВЧ: а) з нагрузкай АЧХ пры розных  $R_n$ ; б) шматзвённых LC-ФВЧ.

Паласавыя (ПФ) і рэжэктарныя (РФ) LC-фільтры. Г-, Т- і П-падобныя звёны.

RC-ПФ і RC-РФ:  $K(j\omega)$  (з вывадам); АЧХ,  $\omega_{кр}$ . Падвойны Т-падобны РФ, АЧХ (без доказы).

## **Разлік пераходных працэсаў у ЛЭЛ першага парадку**

Камутацыя. Законы камутацыі. Пераменныя станы. Парныя пераменныя. Агульны падыход да састаўлення дыферэнцыяльнага ўраўнення (ДУ). Парадак ДУ.

Агульнае рашэнне ДУ. Свабодная і вымушаная складовыя рашэння. Тыпы вымушаных складовых. Алгарытм разліку пераходных працэсаў у ЛЭЛ першага парадку.

Разлік пераходнага працэсу ў разгалінаваным RC-ланцугу з крыніцай  $E = \text{const}$ . Пастаянная часу  $\tau = RC$ .

Разлік пераходнага працэсу ў разгалінаваным RL-ланцугу з сінусаідальнай крыніцай  $E(t)$ . Пастаянная часу  $\tau$ .

Разлік пераходнага працэсу ў разгалінаваным RL-ланцугу з крыніцай току  $I = \text{const}$ . Пастаянная часу  $\tau$ .

Разлік залежных пачатковых умоў. Агульная метадыка. Прыклад. Асаблівасці камутацыі індуктыўных токаў.

## **Разлік пераходных працэсаў у лінейных электрычных ланцугах другога парадку. Класічны метад**

Агульны выгляд свабоднай складовай у залежнасці ад тыпу каранёў характарыстычнага ўраўнення.

Агульная метадыка разліку пачатковых умоў для ланцугоў другога парадку.

Агульная метадыка разліку пастаянных інтэгравання.

Аператарна-класічны метад разліку пераходных працэсаў.

## **Аператарны метад разліку пераходных працэсаў у лінейных ланцугах**

Сутнасць аператарнага метаду. Пераўтварэнне Лапласа і яго ўласцівасці. Відарысы некаторых функцый.

Аператарная форма законаў Кірхгофа. Аператарныя схемы замінвання элементаў і ўсяго ланцуга.

Спосабы пераходу ад відарысаў да арыгіналаў. Формулы раскладання.

Разлік пераходных працэсаў у некарэктна пастаўленых задачах.

## **Перадача сігналаў праз лінейныя ланцугі**

Адзінкавы ступеньчаты сігнал. Пераходная функцыя (характарыстыка). Адзінкавы імпульсны сігнал ( $\delta$ -функцыя Дзірака). Вагавая (імпульсная) функцыя. Сувязь з пераходнай функцыяй.

Передавальна функцыя ланцуга. Сувязь з пераходнай і вагавай функцыямі.

Патрабаванні да частотных характарыстык чатырохполасніка пры нескажонай перадачы сігналаў.

Інтэгралы згортвання і інтэгралы Дюамеля.

### **Спектральны метад аналізу электрычных ланцугоў**

Комплексная форма рада Фур'е. Прамое і зваротнае пераўтварэння Фур'е.

Спектральны аналіз праходжання пераходных сігналаў праз лінейныя чатырохполаснікі.

Спектральны метад разліку пераходных працэсаў.

### **Электрычныя ланцугі з размеркаванымі параметрамі**

Умовы ўліку размеркаванасці параметраў ланцуга. Тэлеграфныя ўраўненні ліній перадачы.

Усталяваны сінусаідальны рэжым ліній. Хвалевое супраціўленне. Бягучыя хвалі. Кэфіцыент адбіцця. Узгадненне ліній з нагрузкай.

### **Нелінейныя электрычныя і магнітныя ланцугі**

Характарыстыкі, схемы замяшчэння і метады разліку нелінейных электрычных ланцугоў пастаяннага току.

Нелінейны рэзістыўны элемент у ланцугу пераменнага току.

Магнітныя ланцугі з пастаяннай магнітарухальнай сілай (МРС). Асноўныя паняцці. Магнітныя матэрыялы.

Асноўныя законы магнітных ланцугоў: закон поўнага току; законы Кірхгофа і Ома.

Разлік неразгалінаванага магнітнага ланцуга.

Разлік разгалінаванага магнітнага ланцуга з двума вузламі.

Шпуля з магнітааправадам у ланцугу пераменнага току.

### **Трансфарматары**

Прызначэнне і прынцып работы трансфарматара. Схемы замяшчэння.

Прыведзеная схема замяшчэння трансфарматара. Вектарная дыяграма.

Эксперыментальныя даследаванні трансфарматара. Даследаванні халастога ходу і кароткага замыкання  $U_{1к}$ ,  $U_{1к.з}$ ,  $U_{1к.р}$ .



Знешняа характарыстыка і ККД трансфарматара.

Трохфазныя трансфарматыры. Канструкцыя, умовы паралельнага ўключэння. Вызначэнне груп злучэння.

Злучэнне «зігзаг», ужыванне.

Вымяральныя трансфарматыры. Трансфарматыры напружання і току.

Аўтатрансфарматар. Пік-трансфарматар, дыферэнцыруючы трансфарматар. Дыферэнцыруючыя і інтэгруючыя RC-ланцугі.

### Асінхронныя рухавікі (АР)

Канструкцыя АР, тыпы АР, прынцып работы.

Самаварысальнае магнітнае поле (доказ факта вярчэння). Абмотка (фазная) з дзвюх ішпудечных груп. Параметры, якія вызначаюць частату вярчэння поля статара.

Дыяграма магутнасцей АР. ЭРС абмотак статара і ротара. Электрамагнітны момант АР.

Схема замышчэння і механічная характарыстыка АР.

Апаліз механічнай характарыстыкі. Пашпартныя даныя. Тыпы механічных характарыстык механізмаў: крытычныя слізганне  $S_{кр}$  і момант  $M_{кр}$ , кратнасці максімальнага  $\lambda_m$  і пускавога  $\lambda_n$  момантаў.

Спосабы пуску АР з каротказамкнутым ротарам.

Пуск рухавікоў з фазным ротарам. Велічыня пускавога супраціўлення  $R_d$  (вывад).

Імпульснае рэгуляванне супраціўлення ў ланцугу ротара АР.

Частотнае рэгуляванне хуткасці вярчэння АР. Агульны закон М. П. Касценка (вывад). Яго прымяненне да розных тыпаў механізмаў.

Рэалізацыя частотных метадаў кіравання АР: 1) пераўтваральнік частаты (ПЧ) з непасрэднай сувяззю з сеткай; 2) два ПЧ з прамежкавым звязном пастаяннага току.

Рэгуляванне частаты вярчэння змяненнем ліку пар палюсоў.

Рэгуляванне частаты вярчэння змяненнем слізгання. Тырыстарны рэгулятар напружання (ТРН), рэверсіўны ТРН

Замкнутая сістэма ТРН – АР.

Спосабы тармажэння АР. Рабочыя характарыстыкі АР.

Пытанні энергазахавання пры эксплуатацыі АР.

### Сінхронныя машыны

Канструкцыя і тыпы сінхронных машын (тыпы ротараў і сістэм узбуджэння).

Сінхронны генератар. Прынцып работы. Схема замышчэння, вектарная дыяграма.

Прынцып работы і спосабы пуску сінхроннага рухавіка.

Электрамагнітны момант сінхроннага рухавіка. Вуглавая і механічная характарыстыкі.

Рэгуляванне каэфіцыента магутнасці. V-падобныя характарыстыкі. Сінхронны кампенсатар.

Вентыльныя рухавікі. Прынцып работы, схема, характарыстыкі, ужыванне.

### Машыны пастаяннага току (МПТ)

Прынцып работы МПТ.

ЭРС і электрамагнітны момант МПТ. Тыпы ўзбуджэння.

Рэакцыя якара. Іскрэнне ічотак на калектары.

Генератары пастаяннага току (ГПТ) з незалежным узбуджэннем.

Схема, характарыстыка халастога ходу, знешняя характарыстыка.

ГПТ з самаўзбуджэннем. Працэс самаўзбуджэння, умовы. Знешняя характарыстыкі для розных тыпаў узбуджэння.

Тыпы ўзбуджэння і механічныя характарыстыкі рухавікоў пастаяннага току (РПТ).

Спосабы пуску РПТ.

Рэгуляванне частаты вярчэння РПТ.

Тармажэнне РПТ.

Перадаткавая функцыя і пастаянны часу РПТ.

### Мікрамашыны

Аднафазныя АР.

Двухфазны (кандэнсатарны) АР.

Выканаўчыя асінхронныя рухавікі (ВАР). Тыпы кіравання.

Канструкцыя ротараў ВАР. Механічныя і рэгулявальныя характарыстыкі.

Хуткадзейнасць ВАР.

Выканаўчыя РПТ. Канструкцыя лага якара. Характарыстыкі пры якарным кіраванні (механічныя і рэгулявальныя). Вывад.

Сінхронныя мікрарухавікі: 1) з пастаяннымі магнітамі; 2) рэактыўны рухавік; 3) гістэрэзісны рухавік; 4) індуктарны сінхронны рухавік.

Крокавыя рухавікі.

Тахагенератары (асінхронныя і пастаяннага току).

Сельсіны. Канструкцыя, прынцып работы, ужыванне. Электрычны вал.

Магнэсіны. Канструкцыя, прынцып работы, ужыванне.

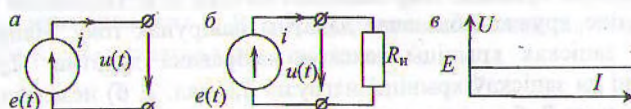
## 2. МЕТАДЫЧНЫЯ ЎКАЗАННІ ПА АСОБНЫХ РАЗДЗЕЛАХ ДЫСЦЫПЛІНЫ

### 2.1. Электрычныя ланцугі пастаяннага току

#### 2.1.1. Ідэальныя крыніцы. Элементы ланцуга.

Законы Кірхгофа. Абагульнены закон Ома

Ідэальная крыніца электрарухаючай сілы (ЭРС) (крыніца напружання, генератар напружання). Схема замяшчэння ідэальнай крыніцы ЭРС складаецца з аднаго элемента і паказана на мал. 1, а.



Мал. 1. Ідэальная крыніца ЭРС

Ідэальнасць гэтай крыніцы заключаецца ў тым, што ўнутранае супраціўленне  $R_i$  крыніцы роўна нулю, і па гэтай прычыне напружанне паміж знешнімі заціскамі крыніцы заўсёды роўна яго ЭРС:

$$u(t) = e(t). \quad (1)$$

Ідэальнасць крыніцы таксама азначае, што напружанне  $u(t)$  не залежыць ад току і з'яўляецца зададзенай функцыяй часу. Гэта і вызначае назву крыніцы: крыніца ЭРС, або крыніца напружання. Стрэлка ў сярэдзіне кружка на мал. 1, а паказвае дадатны накірунак ЭРС, г.зн. накірунак узростаў патэнцыялу. Пры  $e(t) = E = \text{const}$  стрэлка ЭРС накіравана ад заціску «-» да заціску «+». Для знакаменнай  $e(t)$ , напрыклад сінусаідальнай, стрэлка ЭРС паказвае накірунак узростаў патэнцыялу ў моманты часу, калі  $e(t) > 0$ .

Стрэлка напружання  $u(t)$  заўсёды накіравана насустрач ЭРС, г. зн. для крыніцы пастаяннага напружання  $e(t) = E = \text{const}$  яна накіравана ад заціску «+» да заціску «-». Калі да крыніцы падключыць супраціўленне нагрузкі  $R_n$  (мал. 1, б), то незалежна ад велічыні  $R_n$  да нагрузкі будзе прыкладзена напружанне  $u(t) = e(t)$ . Ад велічыні  $R_n$ , паводле закона Ома, залежыць ток  $i(t)$ :

$$i(t) = \frac{u(t)}{R_n} = \frac{e(t)}{R_n}. \quad (2)$$

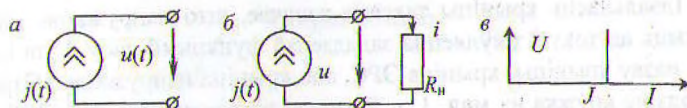


Залежнасць напружання на знешніх зацісках крыніцы ад току называюць яго *знешняй характарыстыкай*. Пры  $e(t) = E = \text{const}$  знешняя характарыстыка крыніцы пастаяннай ЭРС мае выгляд, паказаны на мал. 1, в.

*Ідэальная крыніца току (генератар току)*. Ідэальная крыніца току здольна генераваць ток зададзенай велічыні  $i = j(t)$  (задавальны ток) незалежна ад велічыні супраціўлення нагрузкі  $R_n$ , г. зн. ток  $j(t)$  крыніцы току не залежыць ад напружання на яго зацісках і з'яўляецца зададзенай функцыяй часу. У прыватнасці, гэты ток можа быць пастаянным  $j(t) = J = \text{const}$ . Унутранае супраціўленне  $R_i$  ідэальнай крыніцы току бесканечна вялікае ( $R_i \rightarrow \infty$ ). Умоўны графічны малюнак ідэальнай крыніцы току паказаны на мал. 2, а. Падвоеная стрэлка ў сярэдзіне кружка абазначае дадатны накірунак току. Напружанне  $u(t)$  на зацісках крыніцы таксама накіравана дадатна. Пры падключэнні да заціскаў крыніцы нагрузкі  $R_n$  (мал. 2, б) незалежна ад яе велічыні праз  $R_n$  будзе працякаць задавальны ток крыніцы, г. зн.  $i = j(t)$ , а напружанне  $u(t)$  на нагрузцы і зацісках крыніцы залежыць (па закону Ома) ад  $R_n$ :

$$u = j(t) R_n = i R_n. \quad (3)$$

Знешняя характарыстыка ідэальнай крыніцы пастаяннага току  $J$  паказана на мал. 2, в.



Мал. 2. Ідэальная крыніца току

Унутранае супраціўленне рэальных крыніц напружання і току не прымае крайніх значэнняў (нуль і бесканечнасць), таму яны з'яўляюцца крыніцамі канчатковай магутнасці.

Тапалагічныя паняцці апісваюць геаметрычную структуру ланцуга. Да іх адносяць галіну, вузел, шлях, контур, двухполюснік, чатырохполюснік, паслядоўнае і паралельнае злучэнні, зорку, трохвугольнік. Схема замяшчэння электрычнага ланцуга складаецца з ідэальных элементаў і ідэальных злучальных праваднікоў.

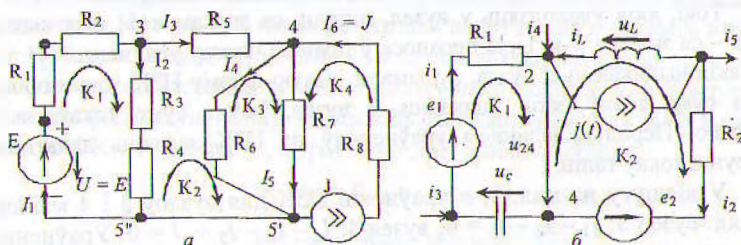
*Ідэальным* называюць праваднік, супраціўленне якога роўна нулю незалежна ад яго даўжыні  $l$  ( $l < \infty$ ). Пры любой канчатковай велічыні току  $I$  праз ідэальны праваднік напружанне на яго зацісках роўна нулю,



г. зн. патэнцыял любога пункта ідэальнага правадніка аднолькавы. Ідэальны праваднік невялікай даўжыні называюць *перамычкай*.

*Вузел* – пункт злучэння трох і больш правадыкоў, яго абазначаюць на схеме кропкай. На мал. 3, а паказаны ланцуг з пастаяннымі крыніцамі Е і J. Вузламі з’яўляюцца пункты 3, 4, 5', 5". Даўжыня перамычкі паміж вузламі 5' і 5" не мае значэння, таму, калі скараціць яе даўжыню да нуля, то 5' і 5" зліюцца ў адзін вузел 5.

*Паслядоўным* называецца такое злучэнне элементаў, пры якім яны ўтвараюць бесперапынны ланцужок без разгалінаванняў. На мал. 3, а паслядоўна ўключаны наступныя элементы: а)  $R_1$  і  $R_2$ ; б) Е і  $R_1$ ; в) Е,  $R_1$ ,  $R_2$ ; г)  $R_3$  і  $R_4$ ; д)  $R_8$  і J. Вызначальная ўласцівасць паслядоўнага падключэння – аднолькавасць току кожнага элемента злучэння. Напрыклад, праз элементы Е,  $R_1$  і  $R_2$  працякае адзін і той жа ток  $I_1$ , праз элементы  $R_3$  і  $R_4$  працякае адзін і той жа ток  $I_2$ .



Мал. 3. Схемы электрычных ланцудоў

*Галіна* – падключаная да пары вузлоў поўная група паслядоўна злучаных элементаў. Самая простая галіна складаецца з аднаго элемента. Прыклады галін на мал. 3, а: 1) Е –  $R_1$  –  $R_2$ ; 2)  $R_3$  –  $R_4$ ; 3)  $R_5$ ; 4)  $R_6$ ; 5)  $R_7$ ; 6)  $R_8$  – J. Кожная галіна характарызуецца ўласным токам. Колькасць розных токаў любога ланцуга роўная колькасці яго галін. Актыўная галіна ўтрымлівае крыніцы, пасіўная – не ўтрымлівае. Ланцуг на мал. 3, а ўтрымлівае шэсць галін, з іх дзве – актыўныя. Галіны, далучаныя да адной і той жа пары вузлоў, утвараюць *паралельнае злучэнне* галін (элементаў). Прыклады паралельных галін на мал. 3, а: да вузлоў 4, 5' падключаны 3 паралельныя галіны: 1)  $R_6$ ; 2)  $R_7$ ; 3)  $R_8$  – J; да вузлоў 3, 5" падключаны 2 паралельныя галіны: 1) Е –  $R_1$  –  $R_2$ ; 2)  $R_3$  –  $R_4$ . Вызначальная ўласцівасць паралельных галін – аднолькавасць напружання на кожнай з іх. Яно роўна рознасці патэнцыялаў пары вузлоў, да якіх прымыкаюць галіны.

*Контур* – бесперапынная замкнёная паслядоўнасць вузлоў і галін без іх паўтору. Калі пачаць рух па контуры з некаторага пачатковага вузла, то пасля абходу ўсіх элементаў контура прыйдзем да зыходнага вузла. Контуры на схемах абазначаюць выгнутай стрэлкай, якая паказвае накірунак абыходу контура. На мал. 3, а паказаны чатыры контуры  $K_1, K_2, K_3, K_4$ , кожны з якіх не ўтрымлівае ў сяродзіне іншых контураў. Такія контуры называюць вокнамі. Больш складаны контур  $E - R_1 - R_2 - R_5 - R_7$  ўтрымлівае ў сяродзіне тры акны.

*Першы закон Кірхгофа* (ПЗК) выпякае з закона захавання зарада і фармуліруецца так: у любы момант часу алгебраічная сума токаў усіх галін, падключаных да вузла, роўна нулю:

$$\sum_{k=1}^m i_k(t) = 0, \quad (4)$$

дзе  $m$  – колькасць галін, падключаных да разглядаемага вузла.

Токі, якія ўваходзяць у вузел, пішуць са знакам «+»; якія выходзяць – са знакам «-». Пры пераносе ў правую частку ўраўнення (4) токаў, якія выпякаюць з вузла, атрымаем іншую форму ПЗК: для любога вузла сума токаў, якія ўцякаюць у вузел, роўна суме токаў, якія выпякаю. Перад складаннем ураўненняў па ПЗК задаюць ладатныя накірункі токаў галін.

У ланцугу на мал. 3, а ураўненні ПЗК для вузлоў 3 і 4 маюць выгляд: вузел 3:  $I_1 - I_2 - I_3 = 0$ ; вузел 4:  $I_3 - I_4 - I_5 + J = 0$ . Ураўненні ПЗК называюцца таксама ўраўненнямі балансу токаў у вузеле. Першы закон Кірхгофа справядлівы і для ланцугоў пераменнага току. Напрыклад, для вузла 2 у ланцугу на мал. 3, б, паводле ПЗК, атрымаем ураўненне  $i_1 + i_4 + i_4 - j(t) = 0$  (на мал. 3, б паказаны толькі фрагмент ланцуга). ПЗК справядлівы не толькі для вузлоў ланцуга, але і для абагульненага вузла (сячэння), пад якім разумеюць адвольны ўчастак ланцуга, абмежаваны замкнутай лініяй.

Напрыклад, калі на мал. 3, б лінію замкнуць так, каб яна перасякала толькі знешнія галіны з токамі  $i_3, i_4, i_5$ , то ўвесь паказаны на малюнку ланцуг стане абагульненым вузлом, для якога токі  $i_3, i_4$  – уцякаючыя, а ток  $i_5$  – выпякаючы. Гэтыя токі, паводле ПЗК, звязаны ўраўненнем  $i_3 + i_4 - i_5 = 0$ .

*Другі закон Кірхгофа* (ДЗК) з'яўляецца вынікам закону захавання энергіі і фармуліруецца наступным чынам: для адвольнага контура ў любы момант часу алгебраічная сума ЭРС усіх крыніц напружання роўна алгебраічнай суме напружанняў усіх астатніх элементаў контура:

$$\sum_{k=1}^l e_k(t) = \sum_{k=1}^l u_k(t), \quad (5)$$

дзе  $s$  – колькасць ЭРС у контуры;  $l$  – колькасць астатніх элементаў контура.

Перад складаннем ураўнення па ДЗК трэба для ўсіх пасіўных элементаў контура вылучыць дадатныя накірункі напружанняў (узгодненыя з накірункам токаў). Затым задаецца накірунак абходу контура. Тады ЭРС  $e_k(t)$  у левай частцы ўраўнення (5) і напружанне  $u_k(t)$  у правай пішучь са знакам «+», калі іх дадатныя накірункі супадаюць з накірункам абходу контура, калі не супадаюць – са знакам «-».

Напрыклад, для контура  $K_1$  на мал. 3, а ураўненне па ДЗК выглядае так:  $E = R_1 I_1 + R_2 I_1 + R_3 I_2 + R_4 I_2$ , а для знешняга контура на мал. 3, б пры абходзе па гадзіпнікавай стрэлцы:  $e_1 - e_2 = R_1 i_1 - u_L + R_2 i_2 + u_C$ . Ураўненні па ДЗК называюць таксама ўраўненнямі балансу напружанняў у контуры. На мал. 3, б паказана стрэлка напружання  $u_{2,4}$  паміж вузламі 2 і 4. Можна лічыць, што вузлы 2 і 4 злучае фіктыўная галіна з бясконца вялікім супраціўленнем, нулявым токам і напружаннем  $u_{2,4}$ . Контур, які ўключае фіктыўную галіну, называюць абагульненым. Для абагульненых контураў  $K_1$  і  $K_2$  на мал. 3, б ураўненні ДЗК маюць выгляд:

$$K_1: e_1 = R_1 i_1 + u_{2,4} + u_C;$$

$$K_2: -e_2 = R_2 i_2 - u_{2,4} - u_L.$$

Законы Кірхгофа з'яўляюцца фундаментальнымі тапалагічнымі законамі тэорыі ланцугоў, таму іх неабходна дасканала ведаць.

Абагульнены закон Ома ўстанаўлівае сувязь току і напружання актыўнай галіны. Для актыўнай галіны на мал. 4, а вылучым абагульнены контур  $K$ , для якога ўраўненне ДЗК мае выгляд:

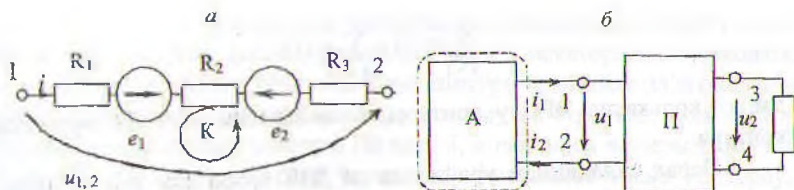
$$e_2 - e_1 = u_{1,2} - i(R_1 + R_2 + R_3).$$

Выразім ток  $i$ , атрымаем абагульнены закон Ома:

$$i = \frac{u_{1,2} + e_1 - e_2}{R_1 + R_2 + R_3}. \quad (6)$$

Ток актыўнай галіны роўны дробу, у лічніку якога ўзгодненае з токам напружанне ўсёй галіны і алгебраічная сума ЭРС (ЭРС, накіраваныя па току, пішучь са «+», супраць току – з «-»), назоўнік роўны суме супраціўленняў галіны.





Мал. 4. Схема для абагульненага закона Ома

Усе разгледжаныя вышэй элементы (як пасіўныя, так і актыўныя) маюць два знешнія заціскі (палюсы). *Двухполоснік/чатырохполоснік* – частак электрычнага ланцуга адвольнай складанасці, які мае адпаведна два/чатыры знешнія заціскі (палюсы), і з дапамогай іх далучаецца да астатняга ланцуга.

На мал. 4, б намаляваны ў выглядзе прамавугольнага актыўнага двухполоснік *A* і пасіўна чатырохполоснік *П*. ПЗК для абагульненага вузла на мал. 4, б (вылучаны пункцірнай лініяй) дае роўнасць токаў  $i_1 = i_2$ .

### 2.1.2. Методы разліку складаных электрычных ланцудоў

*Метад прамога ўжывання законаў Кірхгофа.* Складанымі называюць разгалінаваныя ланцугі з некалькімі крыніцамі. Сутнасць метаду заключаецца ў складанні сістэмы ўраўненняў па ПЗК і ДЗК, рашэнне якой дазваляе вызначыць токі ўсіх галін складанага ланцуга. Няхай  $Y$  – колькасць вузлоў ланцуга,  $B$  – колькасць галін з невядомымі токамі (у  $B$  не ўваходзяць галіны з крыніцамі току  $J$ , бо токі гэтых галін вядомыя і задаюцца крыніцамі току). Па ПЗК складаюць ураўненні для ўсіх вузлоў, акрамя аднаго (звычайна гэта найбольш складаны вузел). Такім чынам, ужыванне ПЗК дазваляе атрымаць  $Y - 1$  ураўненняў. У сувязі з тым, што колькасць невядомых токаў роўна  $B$ , па ДЗК трэба склаці нехапающую да  $B$  колькасць ураўненняў, г. зн.  $B - (Y - 1) = B - Y + 1$  ураўненняў. Кантуры для ўжывання ДЗК трэба выбіраць так, каб яны былі незалежнымі. Незалежнасць можна забяспечыць наступным чынам: першы контур выбіраем адвольна, а кожны наступны павінен уключаць хоць адну новую галіну. Акрамя таго, кантуры для складання ўраўненняў па ДЗК не павінны праходзіць па крыніцах току.

Складзем сістэму ўраўненняў па законах Кірхгофа для ланцуга на мал. 5, а.



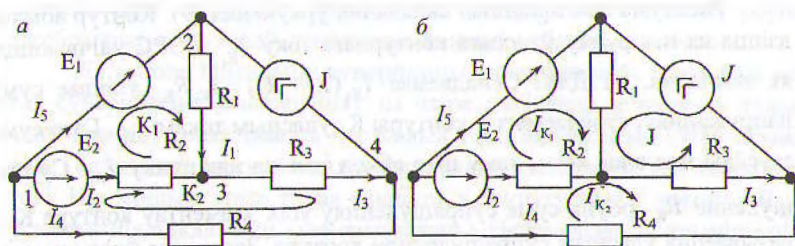
У гэтым ланцугу  $Y = 4$  — колькасць вузлоў;  $B = 5$  — колькасць галін з невядомымі токамі  $I_1, I_2, \dots, I_5$ . Па ДЗК складзем ураўненні для вузлоў 1, 2, 3 адпаведна

$$\text{вузел 1: } -I_2 - I_4 - I_5 = 0;$$

$$\text{вузел 2: } -I_1 + I_5 + J = 0;$$

$$\text{вузел 3: } I_1 + I_2 - I_3 = 0.$$

(7)



Мал. 5

Колькасць ураўненняў па ДЗК роўна  $B - Y + 1 = 5 - 4 + 1 = 2$ . Незалежныя контуры не павінны ўключаць крыніцы току. Для контураў  $K_1, K_2$  ураўненні ДЗК маюць выгляд:

$$K_1: E_1 - E_2 = R_1 I_1 - R_2 I_2;$$

$$K_2: E_2 = R_2 I_2 + R_3 I_3 - R_4 I_4. \quad (8)$$

Ураўненні (7), (8) утвараюць сістэму з 5 ураўненняў з 5 невядомымі, рашэнне якой дасць значэнні токаў усіх галін.

Метад законаў Кірхгофа не адносіцца да ліку самых эфектыўных разліковых метадаў. Аднак ён зручны пры тэарэтычным аналізе ланцугоў, пры аналізе пераходных працэсаў і г. д.

**Метад контурных токаў.** Метад заснаваны на ўвядзенні новага паняцця — контурны ток. Прымаецца, што ў кожным незалежным контуры замыкаецца ўласны контурны ток  $I_K$ , аднолькавы ва ўсіх галінах контура.

Разгледзім ланцуг на мал. 5, а. У ім маюцца два незалежныя контуры  $K_1$  і  $K_2$ . Для гэтых контураў уводзім контурныя токі  $I_{K1}, I_{K2}$ , накірунак якіх задаецца адвольна, напрыклад так, як паказана на мал. 5, б. Калі ў ланцугу маецца крыніца току  $J$ , то трэба ўтварыць дадатковы контур, які змяшчае гэтую крыніцу, і прыняць, што контурны ток дадатковага контура роўны  $J$ . Пры наяўнасці некалькіх

крыніц току дадатковыя контуры ўводзяць для кожнай з іх і сочаць за тым, каб праз кожную крыніцу току працякаў толькі яе ўласны контурны ток. Затым для незалежных контураў  $K_1, K_2$  трэба запісаць ураўненні па ДЗК, карыстаючыся толькі контурнымі токамі. Для  $K_1$  з токам  $I_{K_1}$  ураўненне мае выгляд:

$$E_1 - E_2 = I_{K_1}(R_1 + R_2) - I_{K_2}R_2 + JR_1. \quad (9)$$

Растлумачым прынцып складання ўраўнення (9). Контур абыходзіцца па накірунку ўласнага контурнага току  $I_{K_1}$ , і ЭРС улічваюцца, як звычайна, па ДЗК. Складаемае  $I_{K_1}(R_1 + R_2) = I_{K_1}R_{K_1}$  улічвае суму напружанняў, ствараемых у контуры  $K_1$  уласным токам  $I_{K_1}$ . Гэта сума заўсёды мае знак «+», таму што абход ідзе па накірунку  $I_{K_1}$ . Супраціўленне  $R_{K_1}$  роўна суме супраціўленняў усіх элементаў контура  $K_1$  і называецца ўласным супраціўленнем контура. Застаецца ўлічыць напружанні, ствараемыя ў контуры  $K_1$  суседнімі контурнымі токамі. На элеменце  $R_2$  токам  $I_{K_2}$  ствараецца напружанне  $R_2I_{K_2}$ , якое сустрэчна абходу контура і таму мае знак «-». Контурны ток  $J$  таксама ўносіць напружанне  $R_1J$  у  $K_1$ . Яно супадае з накірункам абходу контура  $K_1$ , таму пішацца з «+». Іншых напружанняў, ствараемых контурнымі токамі, у контуры  $K_1$  няма.

Аналагічна запісваюць ураўненне па ДЗК для контура  $K_2$ :

$$E_2 = I_{K_2}(R_2 + R_3 + R_4) - I_{K_1}R_2 + JR_3. \quad (10)$$

Для дадатковага контура ўраўненне не складаюць, бо контурны ток гэтага контура вядомы і роўны  $J$ .

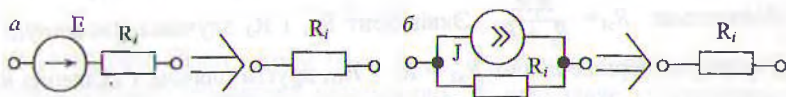
Ураўненні (9), (10) утвараюць сістэму з двума невядомымі токамі  $I_{K_1}, I_{K_2}$ . Знайшоўшы  $I_{K_1}, I_{K_2}$ , вылічым токі галін. Ток кожнай галіны роўны алгебраічнай суме ўсіх контурных токаў, якія праходзяць па гэтай галіне. Праз галіну крыніцы  $E_1$  працякае адзін контурны ток  $I_{K_1}$  па кірунку току  $I_5$ . Значыць,  $I_5 = I_{K_1}$ . Праз  $R_1$  працякаюць контурны ток  $I_{K_1}$  і  $J$ , якія супадаюць з токам  $I_1$ . Значыць,  $I_1 = I_{K_1} + J$ . Ток  $I_2$  фарміруецца супадаючым па напрамку токам  $I_{K_2}$  і сустрэчным токам  $I_{K_1}$ . Таму  $I_2 = I_{K_2} - I_{K_1}$ . Аналагічна знаходзім токі  $I_3$  і  $I_4$ :  $I_3 = I_{K_2} + J$ ;  $I_4 = -I_{K_2}$ .

Параўнаем працаёмкасці металу контурных токаў (2 ураўнення) і металу законаў Кірхгофа (5 ураўненняў) і пераконваемся ў перавазе першага. Метад контурных токаў – адзін з асноўных метадаў ручнога разліку ланцугоў.

*Метад накладання (суперпазіцыі).* Для лінейных ланцугоў з пас-  
таяннымі ў часе супраціўленнямі справядлівы прынцып накладання  
(суперпазіцыі): у лінейных ланцугах усе крыніцы энергіі працуюць не-  
залежна адна ад адной і, ствараемыя імі сумесна токі галін, роўны  
алгебраічнай суме токаў, ствараемых кожнай з крыніц у асобнасці.

На аснове прынцыпу суперпазіцыі распрацаваны разліковы ме-  
тад суперпазіцыі (накладання): па чарзе пакідаюць у ланцугу толькі  
адну крыніцу, разлічваюць частковыя токі, выкліканыя гэтай крыні-  
цай, і затым для кожнай з галін алгебраічна складаюць усе частковыя  
токі. На першым этапе трэба пакінуць у ланцугу толькі крыніцу  $E_1$ , а  
ўсе астатнія адключыць (нейтралізаваць). Нейтралізацыя крыніц азна-  
чае, што замест іх застаюцца ў ланцугу іх унутраныя супраціўленні  $R_i$   
(мал. 6). Пры наяўнасці ў ланцугу ідэальных крыніц іх нейтралізацыя  
ў адпаведнасці з мал. 6 заключаецца ў наступным: ідэальная крыніца  
ЭРС замяняецца перамычкай, а ідэальная крыніца току – разрывам.  
Для атрыманага такім чынам ланцуга знаходзяць усе неабходныя токі  
і напружанні.

На другім этапе ў ланцугу пакідаюць крыніцу  $E_2$ , а астатнія  
крыніцы нейтралізуюць. Гэтыя дзеянні паўтараюць для ўсіх астатніх  
крыніц.



Мал. 6

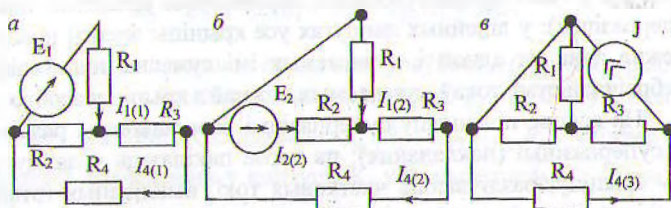
Разгледзім ужыванне металу накладання для ланцуга на мал. 5, а.  
Няхай трэба разлічыць ток  $I_4$ . Прывядзем этапы разліку.

Этап 1. У ланцугу пакідаем крыніцу  $E_1$ , а астатнія нейтралізуем,  
г. зн. крыніца  $E_2$  замяняецца перамычкай, а крыніца  $J$  – разрывам. А-  
трымаем ланцуг, прыведзены на мал. 7, а. У ім элементы  $R_3$  і  $R_4$  злу-  
чаны паслядоўна. Іх эквівалент  $R_{31} = R_3 + R_4$  і элемент  $R_2$  утвараюць  
паралельнае злучэнне:  $R_{32} = \frac{R_{31} R_2}{R_{31} + R_2}$ . Эквівалентнае (адносна крыніцы



$E_1$ ) супраціўленне ўсяго ланцуга роўна  $R_3 = R_1 + R_{32}$ . Ток па законе Ома:  $I_{1(1)} = \frac{E_1}{R_3}$ . Ток  $I_{4(1)}$  прасцей усяго знайсці па «правілу плечаў»:

$$I_{4(1)} = \frac{I_{1(1)} R_2}{R_2 + R_{31}}$$



Мал. 7

**Этап 2.** Пакідаем крыніцу  $E_2$ , а астатнія нейтралізуем. Атрымаем ланцуг, паказаны на мал. 7, б. Элементы  $R_3, R_4$  уключаны паслядоўна, г. зн.  $R_{31} = R_3 + R_4$ . Эквівалент  $R_{31}$  і  $R_1$  падключаны да вузлаў 1 і 3, г. зн. паралельна. Значыць,  $R_{32} = \frac{R_{31} R_1}{R_{31} + R_1}$ . Эквівалентнае (адносна крыніцы  $E_2$ ) супраціўленне ўсяго ланцуга  $R_3 = R_2 + R_{32}$ . Далейшы разлік:  $I_{2(2)} = \frac{E_2}{R_3}$ ;  $I_{4(2)} = \frac{I_{2(2)} R_1}{R_1 + R_{31}}$ .

**Этап 3.** У ланцугу пакідаем крыніцу  $J$ , а астатнія нейтралізуем. Атрымаем ланцуг, як на мал. 7, в. У гэтым ланцугу  $R_1$  і  $R_2$  уключаны паралельна:  $R_{31} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ . Эквівалент  $R_{31}$  і  $R_3$  злучаны паслядоўна і ўтвараюць першае плячо:  $R_{32} = R_3 + R_{31}$ , другім плячом з'яўляецца  $R_4$ . Тады па «правілу плячэў» знаходзім:  $I_{4(3)} = \frac{J R_{32}}{R_4 + R_{32}}$ .

**Этап 4.** На гэтым этапе трэба выканаць алгебраічнае складанне частковых токаў  $I_{4(1)}, I_{4(2)}, I_{4(3)}$ . На зыходнай схеме (мал. 5, а) ток  $I_4$  накіраваны злева направа. Гэтаму накірунку адпавядае ток  $I_{4(3)}$ , а токі  $I_{4(1)}, I_{4(2)}$  накіраваны сустрэчна. Таму канчатковы выгляд для току  $I_4$ :

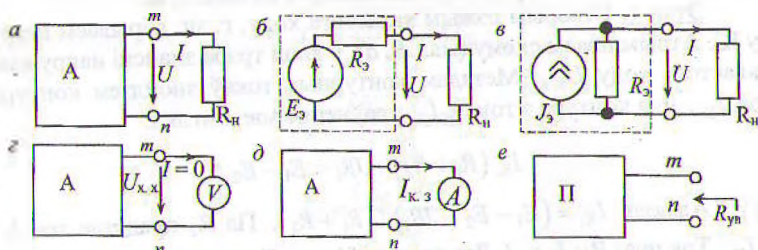
$$I_4 = I_{4(3)} - I_{4(1)} - I_{4(2)}.$$

Працаёмкасць метаду накладання вызначаецца колькасцю крыніц у ланцугу. Калі іх больш за 3, звычайна ўжываюць іншыя метады.



Метод накладання широко використовується при аналізі ланцюгів з перерахованими синусоїдальними джерелами, при розрізку перехідних процесів, при аналізі електронних ланцюгів.

**Метод еквівалентного генератора.** Розглянемо деякий електричний ланцюг, які з'єднані декілька джерел і один активний елемент  $R_n$  (нагрузка), ток якого треба визначити. Вилучимо елемент  $R_n$  у вигляді асиметричної галіви, а решту ланцюгу покажемо у вигляді активного двохполюсника А (мал. 8, а). Його можна уявляти як деякий реальний джерело ЕРС з різними параметрами  $E_3, R_3$  (мал. 8, б) або реальний джерело струму з параметрами  $J_3, R_3$  (мал. 8, в). Ці джерела називаються еквівалентними генераторами напруги і струму.



Мал. 8

ЕРС  $E_3$  еквівалентного генератора напруги можна розв'язати як напругу холостого ходу  $U_{x.x}$  між зажимами  $m, n$  при відсутності навантаження  $R_n$ :

$$E_3 = U_{x.x} \quad (11)$$

або виміряти вольтметром (мал. 8, з). Внутрішнє супротивлення  $R_3$  еквівалентного генератора визначають як вхідне супротивлення  $R_{вв}$  пасивного двохполюсника П (мал. 8, е). Для переходу від активного двохполюсника А до пасивного П необхідно нейтралізувати усе внутрішнє незалежне джерело активності активного двохполюсника.

Для еквівалентного генератора струму (мал. 8, в) задавальний ток  $J_3$  можна знайти перетворенням джерела напруги в джерело струму:

$$J_3 = \frac{E_3}{R_3} = \frac{U_{x.x}}{R_3} \quad (12)$$

Після того як  $J_3 = I_{к.з.}$ , то ток  $J_3$  можна виміряти амперметром (мал. 8, д) як ток короткого замикання.

Після розліку параметра  $E_3 = U_{x. x}$ ,  $R_1 = R_{ув}$  еквівалентного генератора напруження ток навантаження  $R_n$  знаходимо за законом Ома для ланцюга на мал. 8, б):

$$I = \frac{E_3}{(R_3 + R_n)} \quad (13)$$

Для криниці току (мал. 8, в) ток у  $R_n$  знаходимо за «правилом плячэў»:

$$I = \frac{J_3 R_3}{(R_3 + R_n)} \quad (14)$$

У якості прикладу розглянемо розлік току  $I_4$  у навантаженні  $R_4$  метадам еквівалентного генератора для ланцюга на мал. 5, а.

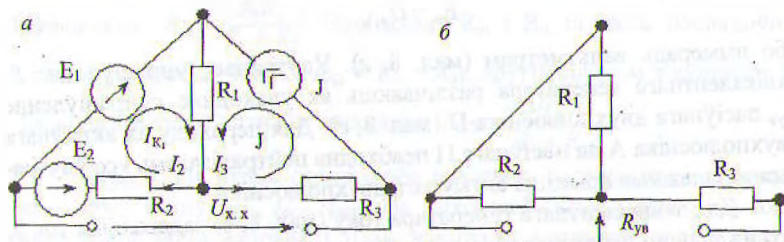
Етап 1. Створимо режим холостого ходу, г. зн. аберемо навантаження  $R_4$ . Атримлюємо схему (мал. 9, а), у якій треба знайти напруження холостого ходу  $U_{x. x}$ . Метадам контурних токів знайдемо контурні токи  $I_K$ . Для контура з током  $I_{K1}$  урівнювання має вигляд:

$$I_{K1} (R_1 + R_2) + J R_1 = E_1 - E_2.$$

Адсюль  $I_{K1} = (E_1 - E_2 - J R_1) / (R_1 + R_2)$ . На  $R_2$  працює ток  $I_2 = -I_{K1}$ . Ток праз  $R_3$ :  $I_3 = J$ . Для розліку  $U_{x. x}$  виберемо абатурну контур  $R_2 - E_2 - U_{x. x} - R_3$  і записуємо для його урівнювання ДЗК:

$$U_{x. x} - R_3 I_3 + R_2 I_2 = -E_2,$$

тады  $U_{x. x} = R_3 J - R_2 I_{K1} - E_2 = E_3$ .



Мал. 9

Етап 2. Для визначення внутрішнього супротивлення  $R$  генератора у схемі на мал. 9, а нейтралізуємо криниці (замыкаємо  $E_1$  і аберемо  $J$ ). Атримлюємо схему на мал. 9, б), для якій

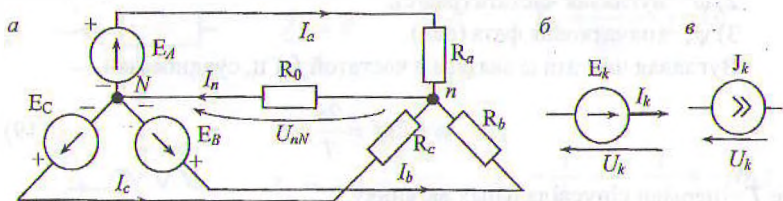
$$R_{yn} = R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \equiv R_3.$$

Етап 3. Ток нагрзкн  $I_4$  рзрлчвем па рзбочай формул (13) метадз:

$$I_4 = \frac{E_3}{R_3 + R_4}.$$

Метад вузлавых напружанняў (метад двух вузлаў). Разгледзлм асобны варыянт метаду, якн называецца метадам двух вузлаў. Разглядаемая схема прадстаўлена на мал. 10 і ўтрымлівае толькн два вузлы. Выведзем формулу мжвузлавога напружання  $U_{nN}$ . Ужываючы абгульнены закон Ома для актывных галн, атрымаем:

$$\begin{aligned} I_A &= \frac{(E_A - U_{nN})}{R_A}; \\ I_B &= \frac{(E_B - U_{nN})}{R_B}; \\ I_C &= \frac{(E_C - U_{nN})}{R_C}. \end{aligned} \quad (15)$$



Мал. 10

Запішам закон Ома:

$$I_n = \frac{U_{nN}}{R_0}, \quad (16)$$

а таксама баланс токаў у вузле n:

$$I_a + I_b + I_c = I_n.$$

Калн ва ўраўненне балансу токаў падставлм значэннн токаў з формул (15), (16), то пасля некаторых пераўтварэнняў атрымаем напружанне  $U_{nN}$ :



$$U_{nN} = \frac{\left( \frac{E_A}{R_a} + \frac{E_B}{R_b} + \frac{E_C}{R_c} \right)}{\left( \frac{1}{R_a} + \frac{1}{R_b} + \frac{1}{R_c} + \frac{1}{R_0} \right)}. \quad (17)$$

У апошній формуле присутнічаюць толькі зададзеныя ЭРС і супраціўленні элементаў. Пасля разліку  $U_{nN}$  токі галін знойдзем па формулах (15), (16).

## 2.2. Электрычныя ланцугі ва ўсталяваных сінусаідальным і весінусаідальным рэжымах

### 2.2.1. Комплексны метад разліку ланцугоў сінусаідальнага току

Сінусаідальная функцыя часу, напрыклад напружанне

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \psi_u), \quad (18)$$

мае тры параметры:

- 1)  $U_m$  – амплітуда;
- 2)  $\omega$  – вуглавая частата (рад/с);
- 3)  $\psi_u$  – пачатковая фаза (рад).

Вуглавая частата  $\omega$  звязана з частотой  $f$ , Гц, суадносінай

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}, \quad (19)$$

дзе  $T$  – перыяд сінусаідальных ваганняў.

Акрамя амплітуды  $U_m$ , часта выкарыстоўваецца велічыня

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \approx 0,707 U_m, \quad (20)$$

якая называецца дзеючым значэннем сінусаідальнай функцыі.

Функцыі  $u(t)$  у комплексным метадзе ставіцца ў адпаведнасць комплексны лік

$$\dot{U}_m = U_m e^{j\psi_u} = \sqrt{2} U e^{j\psi_u} = \sqrt{2} \dot{U}, \quad (21)$$

дзе  $\dot{U}_m$  – камплексная амплітуда напружання;  $\dot{U} = U e^{j\psi_u}$  – комплекснае напружанне.



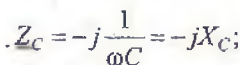
Разгледзім камплексныя супраціўленні пасіўных элементаў  $R, L, C$ .



$$Y_R = \frac{1}{Z_R} = \frac{1}{R} = G;$$



$$\underline{Y}_L = \frac{1}{Z_L} = -j \frac{1}{\omega L} = -jB_L;$$



$$\underline{Y}_C = \frac{1}{\underline{Z}_C} = j\omega C = jB_C,$$

25

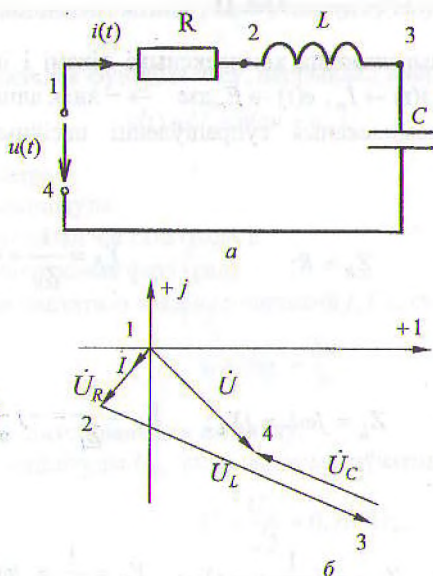
У сінусаідальным рэжыме ток  $I_R$  R-элемента супадае па фазе з напружаннем  $U$ , ток  $I_L$  індуктыўнасці адстае па фазе ад напружання  $\dot{U}$  на  $90^\circ$ , ёмістасны ток  $I_C$  апярэджвае па фазе напружанне  $\dot{U}$  на  $90^\circ$  (мал. 11, б).

У комплексным выглядзе справядлівы законы Кірхгофа:

$$\begin{aligned}\sum I_{mk} &= \sum I_k = 0; \\ \sum \dot{E}_k &= \sum Z_k \dot{I}_k.\end{aligned}\quad (22)$$

У комплексным выглядзе справядлівы ўсе метады разліку ланцугоў, якія былі разгледжаны ў раздзеле «Ланцугі пастаяннага току».

*Прыклад.*



Мал. 12

$$u(t) = \sqrt{2} 220 \sin(\omega t - \frac{\pi}{3}) \text{ В}; \quad f = 50 \text{ Гц}; \quad R = 30 \text{ }\Omega;$$

$$L = 0,19 \text{ Гн}; \quad C = 60 \text{ мкФ}.$$

Разлічыць:  $\dot{I}$ ,  $\dot{U}_R$ ,  $\dot{U}_L$ ,  $\dot{U}_C$  і пабудаваць вектарную дыяграму.



Рашэнне.

$$X_L = \omega L = 2\pi fL = 60 \, \Omega;$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi fC} = 20 \, \Omega;$$

$$\dot{U} = Ue^{j\psi_u} = 220e^{-j60^\circ} \text{ В}; \quad \dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z_{\Sigma}} = 4,4e^{-j113,1^\circ} \text{ А};$$

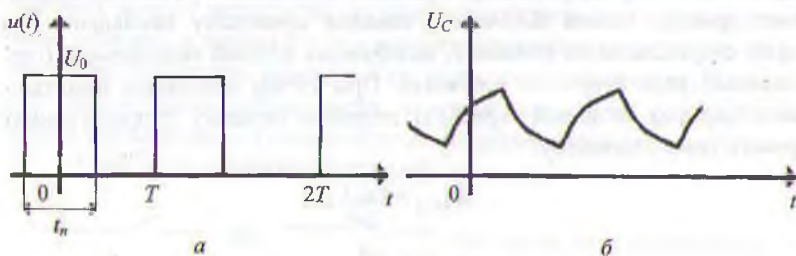
$$\dot{U}_R = R\dot{I} = 132e^{-j113,1^\circ} \text{ В}; \quad \dot{U}_L = jX_L\dot{I} = 264e^{-j23,1^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_C = -jX_C\dot{I} = 88e^{j203,1^\circ} = 88e^{j156,9^\circ} \text{ В}.$$

Вектары напружанняў на дыяграме (мал. 12, б) ўтвараюць ланцужок вектараў, якія маюць такую паслядоўнасць, як і напружанні ў ланцугу. Такую дыяграму называюць *манаграфічнай*.

### 2.2.2. Ланцугі перыядычнага несінусідальнага току

Няхай на ўваходзе ланцуга дзейнічае перыядычная несінусідальная крыніца напружання  $u(t)$  (мал. 13, а).



Мал. 13

Гэты перыядычны сігнал, які называецца меандрам, можна раскласці ў рад Фур'е:

$$u(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} [a_k \cos(k\omega_1 t) + b_k \sin(k\omega_1 t)],$$

$$\text{дзе } a_k = \frac{2}{T} \int_0^T u(t) \cos(k\omega_1 t) dt; \quad k = 0, 1, 2, \dots; \quad b_k = \frac{2}{T} \int_0^T u(t) \sin(k\omega_1 t) dt; \quad (23)$$

$$k = 1, 2, \dots; \quad \omega_1 = \frac{2\pi}{T} - \text{частата першай гармонікі}.$$

Сигнал на мал. 13, а з'являється визначальною функцією, таму всі коефіцієнти  $b_k = 0$ . Коефіцієнт  $a_k$  розлічвається за формулою

$$a_k = \frac{2U_0}{\pi k} \sin \pi k \frac{t_n}{T}.$$

Калі  $T = 4t_n$ , то коефіцієнти  $c_k = \frac{a_k}{U_0}$  приймають наступні значення (табл. 1).

Таблиця 1

| $c_0$ | $c_1$ | $c_2$ | $c_3$ | $c_4$ | $c_5$ | $c_6$  | $c_7$  | $c_8$ | $c_9$ | $c_{10}$ |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|-------|-------|----------|
| 0,5   | 0,45  | 0,318 | 0,15  | 0     | -0,09 | -0,106 | -0,064 | 0     | 0,049 | 0,064    |

З табл. 1 відає, що значення  $a_k$  з ростом  $k$  не обов'язково зменшуються. Перваго розкладання  $U(t)$  у ряд Фур'є з'являється тоє, що складальну раду – синусоїдальну функцію часу. У лінійних ланцюгах устальовується режим, викликану сумою синусоїдальних кривих, можна виличувати, паводля принципу накладання, як суму синусоїдальних режимів, викликаних кожною складальною (гармонікою) радою Фур'є за асоціацією. При цьому необхідно пам'ятати, що перехід до нової гармоніки патрабує переліку супраціулення реактивних елементів:

$$X_{L(k)} = k\omega_1 L,$$

$$X_{C(k)} = \frac{1}{k\omega_1 C}, \quad (24)$$

де  $k$  – номер гармоніки.

Прибори деяких систем, наприклад електромагнітної, реєструють деяке значення переривчастої несинусоїдальної величини, роунає середньоквадратичному значенню  $U$  за період  $T$

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt} = \sqrt{U_{(0)}^2 + U_{(1)}^2 + U_{(2)}^2 + \dots}, \quad (25)$$

де  $U_{(k)}$  – деяке значення  $k$ -тої гармоніки.

Калі сігнал  $u(t)$  уздзеінічае на ўваход RC-ланцуга (прыклад у кнізе [1]), то напружанне, якое ўсталявалася на ёмістасці, мае выгляд, паказаны на мал. 13, б.

## 2.3. Пераходныя працэсы ў лінейных электрычных ланцугах

### 2.3.1. Агульныя звесткі

Пераходныя працэсы ў электрычным ланцугу выклікаюцца якімі-небудзь скачкападобнымі зменамі, напрыклад падключэннем або адключэннем крыніц, супраціўленняў, рэактыўных элементаў. Калі ланцуг утрымлівае L- або C-элементы, то змена энергіі магнітнага і электрычнага палёў гэтых элементаў не можа адбывацца імгненна, што адлюстроўваецца ў двух законах камутацыі:

1) першы закон – індуктыўны ток  $i_L(t)$  не можа змяняцца скачком;

2) другі закон – напружанне ёмістасці  $u_C(t)$  не можа змяняцца скачком.

Звычайна момант камутацыі  $t = 0$ , прычым пад знакам  $t = 0-$  разумеюць момант непасрэдна перад спрацоўваннем ключа (перадпачатковы момант), а знакам  $t = 0+$  – момант непасрэдна пасля спрацоўвання ключа (пачатковы момант). Сам ключ лічаць ідэальным, г. зн. час яго спрацоўвання роўны нулю, у замкнутым стане супраціўленне ключа роўна нулю, а ў разамкнутым – бесканечна вялікае.

Графічныя абазначэнні ключоў:

 або  – кантакты, якія замыкаюцца

 або  – кантакты, якія размыкаюцца

Пры паказаных дапушчэннях законы камутацыі прымаюць матэматычную форму:

1)  $i_L(0+) = i_L(0-)$  – першы закон камутацыі (пачатковае значэнне індуктыўнага току роўна яго перадпачатковаму значэнню).

2)  $u_C(0+) = u_C(0-)$  – другі закон камутацыі (пачатковае значэнні напружання ёмістасці роўна яго перадпачатковаму значэнню).

Падкрэслім, што пры ідэальнасці ключа моманты часу  $t = 0+$  і  $t = 0-$  амаль супадаюць, але варта разумець, што яны адпавядаюць двум

розным ланцугам: пры  $t = 0-$  ключ яшчэ не спрацаваў, а пры  $t = 0+$  ужо спрацаваў.

Спрацоўванне ключа выклікае змену токаў і напружанняў у ланцугах, прычым закон гэтых змен наперад невядомы. Таму пры апісанні пераходных працэсаў для лінейных  $L$ - і  $C$ -элементаў неабходна ўжываць дынамічныя ўраўненні

$$\begin{aligned} u_L &= L \frac{di_L}{dt}; \\ u_C &= C \frac{du_C}{dt}. \end{aligned} \quad (26)$$

Класічны метад разліку пераходных працэсаў заключаецца ў складанні дыферэнцыяльнага ўраўнення (ДУ) ланцуга, вылічэнні неабходных пачатковых умоў і рашэнні ўраўнення метадамі, распрацаванымі ў тэорыі ДУ. Кожны рэактыўны элемент уносіць у апісанне ланцуга вытворную, таму ў агульным выпадку парадак ДУ роўны ліку рэактыўных элементаў. Маюцца выпадкі паніжэння парадку ДУ, якія ў дадзенай кнізе не разглядаюцца.

### 2.3.2. Методыка складання дыферэнцыяльнага ўраўнення ланцуга

Пераменная, для якой трэба скласці ДУ, паказваецца загаловак. Звычайна гэта пераменная стану, г. зн.  $i_L(t)$  або  $u_C(t)$ .

На першым этапе класічная методыка атрымання ДУ для ланцуга пасля камутацыі, г. зн. пры  $t > 0$ , заключаецца ў складанні неабходнай колькасці ўраўненняў па законах Кірхгофа.

Па першаму закону Кірхгофа (ПЗК) колькасць ўраўненняў роўна  $n_1 = Y - 1$ , дзе  $Y$  – лік вузлоў ланцуга. Па другому закону Кірхгофа (ДЗК) колькасць ўраўненняў роўна  $n_2 = B - Y - 1$ , дзе  $B$  – колькасць галін з невядомымі токамі. У лік  $B$  не ўваходзяць галіны крыніц току  $J$ , бо токі  $J$  наперад задаюцца. Лік  $n_2$  лёгка вызначаецца візуальна: калі нейтралізаваць галіны з крыніцамі току, то колькасць вокнаў пакінутага ланцуга дае лік  $n_2$ . Адзначым, што ва ўраўненнях ДЗК напружанні рэактыўных элементаў уваходзяць як пераменныя велічыні  $u_L(t)$  і  $u_C(t)$ . Для гэтых пераменных нельга ўжываць закон Ома, паколькі не існуе паянняў пераходных супраціўленняў  $L$ - і  $C$ -эlemen-



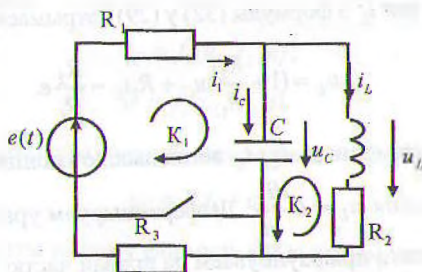
таў. Нагадаем, што рэактыўныя элементы можна ўявіць супраціўлен-  
нямі толькі ў двух усталяваных (не пераходных!) рэжымах:

1) *статычны* рэжым, г. зн. рэжым пастаянных токаў і напружан-  
няў. У ім дапушчальна індуктыўнасць паказаць нулявым супраціўлен-  
нем, г. зн. перамычкай. Ёмістасць дапушчальна паказаць разрывам,  
г. зн. бесканечна вялікім супраціўленнем;

2) *усталяваны сінусаідальны* рэжым. Індуктыўнасць уяўляецца  
комплексным супраціўленнем  $\underline{Z}_L = jx_L = j\omega L$ , а ёмістасць – комплекс-  
ным супраціўленнем

$$\underline{Z}_C = -jx_C = -\frac{j}{\omega C}.$$

Пасля складання сістэмы ўраўненняў па законах Кірхгофа трэба,  
выкарыстоўваючы падстановы, выключыць усе лішнія пераменныя.  
Пры гэтым некаторыя ўраўненні неабходна дыферэнцыраваць з  
выкарыстаннем дынамічных ураўненняў (26). Разгледзім аўтарскую  
методыку атрымання ДУ для ланцуга (мал. 14).



Мал. 14

*Прыклад 1.* Складзі ДУ для пераменнай  $u_C(t)$ .

Пасля камутацыі ланцуг уключае два вузлы ( $Y = 2$ ) і тры галіны  
з невядомымі токамі ( $B = 3$ ).

Значыць па ПЗК складзем  $n_1 = Y - 1 = 1$  ураўненняў, а па ДЗК  
 $n_2 = B - Y - 1 = 3 + 2 - 1 = 2$  ураўненняў. Лік  $n_2 = 2$  вызначаецца візуаль-  
на, як дзве ячэйкі.

Для ДЗК мы бераем контуры  $K_1$  і  $K_2$  у выглядзе акон. Супра-  
ціўленне  $R_3$  зашунціравана ключом і ў пераходным працэсе не ўдзель-  
нічае.

$$\text{ПЭК: } i_1 = i_C + i_L; \quad (27)$$

$$\text{ДЭК для } K_1: e = R_1 i_1 + u_C; \quad (28)$$

$$\text{ДЭК для } K_2: u_C - R_2 i_L - u_L = 0. \quad (29)$$

Далей з сістэмы (27)–(29) трэба атрымаць два ўраўненні:

$$i_L = f_1(u_C, i_C, e); \quad (30)$$

$$u_L = f_2(u_C, i_C, e), \quad (31)$$

дзе аргументамі функцый  $f_1(u_C, i_C, e)$ ,  $f_2(u_C, i_C, e)$  з'яўляюцца напружанне і ток рэактыўнага элемента, які даследуецца (у нашым прыкладзе гэта  $u_C$ ,  $i_C$ ), і параметр крыніцы (ЭРС  $e(t)$ ). У левай частцы ўраўненняў (30) і (31) павінны быць напружанне і ток другога рэактыўнага элемента (у разгледжаным прыкладзе гэта  $u_L(t)$ ,  $i_L(t)$ ). Ураўненне (30) атрымаем, калі ток  $i_1$  з формулы (27) падставім у (28):

$$i_L = \frac{e}{R_1} - \frac{u_C}{R_1} - i_C. \quad (32)$$

Падставім ток  $i_L$  з формулы (32) у (29) і атрымаем ураўненне (31):

$$u_L = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) u_C + R_2 i_C - \frac{R_2}{R_1} e. \quad (33)$$

Лішнія пераменныя  $u_L$ ,  $i_L$  лёгка выключаюцца з дапамогай дынамічнага ўраўнення  $u_L = L \frac{di_L}{dt}$ . Дыферэнцыруем ураўненне (32) і, памножыўшы яго на  $L$ , прыраўноўваем да правай часткі ўраўнення (33):

$$L \left\{ \left( \frac{1}{R_1} \right) \frac{de}{dt} - \left( \frac{1}{R_1} \right) \frac{du_C}{dt} - \frac{di_C}{dt} \right\} = \left[ \frac{R_1 + R_2}{R_1} \right] u_C + R_2 i_C - \frac{R_2}{R_1} e.$$

Вызваляемся ад току  $i_C$  праз падстановы

$$i_C = C \frac{du_C}{dt};$$

$$\frac{di_C}{dt} = \frac{Cd^2 u_C}{dt^2},$$

напярэдне памножыўшы абедзве часткі апошняга ўраўнення на  $R_1$ :

$$L \left\{ \frac{de}{dt} - \frac{du_C}{dt} - R_1 C \frac{d^2 u_C}{dt^2} \right\} = (R_1 + R_2) u_C + R_1 R_2 C \frac{du_C}{dt} - R_2 e.$$

Пасля пераносу складаемых ДУ прымае канчатковы выгляд:

$$R_1 C L u_C'' + (L + R_1 R_2 C) u_C' + (R_1 + R_2) u_C = L e' + R_2 e, \quad (34)$$

дзе  $u_C' = \frac{du_C}{dt}$ ,  $e' = \frac{de}{dt}$ .

Ураўненне (34) з'яўляецца лінейным неаднародным звычайным дыферэнцыяльным ураўненнем другога парадку з пастаяннымі каэфіцыентамі.

Прыведзеная методыка атрымання ДУ простая, яе магчыма прымяніць да любога ланцуга другога парадку незалежна ад тыпу рэактыўных элементаў, г. зн. і для ланцугоў з рэактыўнымі элементамі  $L_1$ ,  $L_2$  або  $C_1$ ,  $C_2$ .

*Прыклад 2.* Для ланцуга на мал. 14 складзі ДУ для пераменнай  $i_L$ .

У адпаведнасці з выкладзенай методыкай з ураўненняў (27)–(29) атрымаем ураўненні

$$u_C = f_1(u_L, i_L, e);$$

$$i_C = f_2(u_L, i_L, e).$$

Першае з гэтых ураўненняў атрымоўваем з формулы (29):

$$u_C = R_2 i_L + u_L. \quad (34')$$

Падставім гэты выраз у формулу (28) і атрымаем

$$i_1 = \frac{e}{R_1} - i_L \frac{R_2}{R_1} - \frac{u_L}{R_1}.$$

З улікам знойдзенага значэння з формулы (27) знойдзем

$$i_C = \frac{e}{R_1} - i_L \left( \frac{R_2}{R_1} + 1 \right) - \frac{u_L}{R_1}. \quad (35)$$

Паколькі  $i_C = C i_C'$ , то памнажаем выраз (34') на  $C$ , дыферэнцыруем атрыманас ўраўненне і прыраўноўваем да выразу (35). Атрымаем

$$CR_2 i_L' + C u_L' = \frac{e}{R_1} - i_L \left( \frac{R_1 + R_2}{R_1} \right) - \frac{u_L}{R_1}.$$

Памнажаем абедзве часткі ўраўнення на  $R_1$  і ўводзім замены  $u_L = L i_L'$ ,  $u_L' = L i_L''$ . Канчатковае ДУ прымае выгляд:

$$R_1 C L i_L'' + (L + R_1 R_2 C) i_L' + (R_1 + R_2) i_L = e. \quad (36)$$

Звяртаем ўвагу на тое, што каэфіцыенты левых частак ураўненняў (34), (36) супадаюць. Гэты факт не выпадковы, і яго прычына будзе высветлена пазней.

#### 2.4. Агульная метадыка разліку класічным метадам пераходных працэсаў у лінейных ланцугах другога парадку

*Першы этап* класічнай метадыкі заключаецца ў складанні ДУ. Ён разгледжаны ў раздзеле «Метадыка складання дыферэнцыяльнага ўраўнення ланцуга».

На *другім этапе* трэба вызначыць неабходныя пачатковыя ўмовы для ДУ. З курсу дыферэнцыяльных ураўненняў вядома, што для задачы з пачатковымі ўмовамі (задача Кашы) неабходны лік пачатковых умоў роўны парадку ДУ, г. зн. 2 для ланцугу другога парадку. Для ўраўнення (34) трэба ведаць  $u_C(0+)$  і  $u_C'(0+)$ , а для ўраўнення (36) –  $i_L(0+)$  і  $i_L'(0+)$ .

Пачатковыя значэнні  $u_C(0+)$  і  $i_L(0+)$  ўтвараюць групу незалежных пачатковых умоў (НПУ), усе астатнія пачатковыя значэнні, у тым ліку і значэнні  $i_L'(0+)$ ,  $u_C'(0+)$ , адносяць да групы залежных пачатковых умоў (ЗПУ). Гэта абумоўлена тым, што НПУ і ЗПУ знаходзяць па-рознаму.

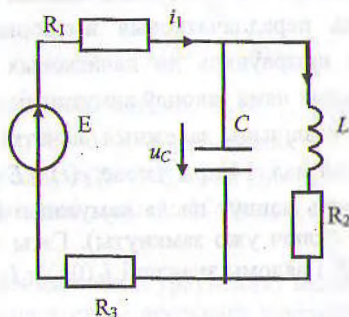
Попшук НПУ вядзецца з выкарыстаннем законаў камутацыі. Для гэтага разглядаем ланцуг да камутацыі (пры  $t < 0$ ). Абмяжуемся разглядаць ланцугі, у якіх да камутацыі назіраецца ўсталяваны рэжым. Разгледзім два тыпы ўсталяванага рэжыму да камутацыі:

- а) калі ў ланцугу да камутацыі дзейнічалі крыніцы пастаяннага напружання або току, то рэжым, які ўсталяваўся да камутацыі, статычны;
- б) калі крыніца ў ланцугу да камутацыі сіносаідаальная, то рэжым да камутацыі сіносаідаальны.

У абодвух выпадках у ланцугу да камутацыі трэба разлічыць толькі індуктыўныя токі і ёмістасныя напружанні.



Прыклад 3. Разгледзім разлік НПУ  $u_C(0+)$  і  $i_L(0+)$  для ланцуга на мал. 15 (гэта мал. 14 пры  $t < 0$ ). Няхай  $e(t) = E = \text{const}$ , г. зн. у ланцугу да камутацыі прысутнічае статычны рэжым.



Мал. 15

Паколькі ў статыцы індуктыўнасць можна замяніць перамычкай, а ёмістасць – разрывам, то пастаянны ток замыкаецца па знешняму контуру і яго велічыня роўна

$$i_L(t) = I_{L,y} = \frac{E}{R_1 + R_2 + R_3} = \text{const}.$$

Напружанне на індуктыўнасці:

$$u_L = L i_L' = L I_{L,y}' = 0.$$

Напружанне на ёмістасці:

$$u_C(t) = R_2 i_L + u_L = U_{C,y} = R_2 I_{L,y} = \frac{E R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \text{const}.$$

Паколькі  $i_L(t)$  і  $u_C(t)$  не змяняюцца, то яны захоўваюць свае значэнні  $I_{L,y}$  і  $U_{C,y}$  да моманту камутацыі.

Такім чынам,

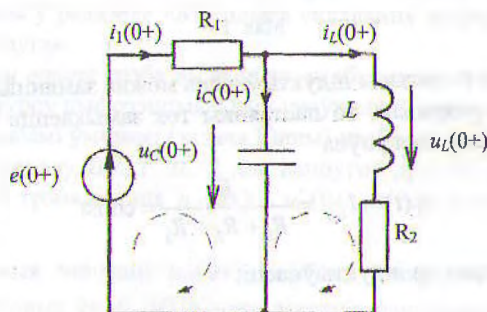
$$i_L(0-) = I_{L,y} = \frac{E}{R_1 + R_2 + R_3} = i_L(0+); \quad (37)$$

$$u_C(0-) = U_{C,y} = \frac{E R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = u_C(0+). \quad (38)$$

Апошнія (правыя) ураўненні (37), (38) запісаны на аснове першага для (37) і другога для (38) законаў камутацыі (гл. раздзел «Метады складання дыферэнцыяльнага ўраўнення ланцуга»).

Адзначым, што ніякай дадатковай інфармацыі, акрамя НПУ  $i_L(0+)$ ,  $u_C(0+)$ , з ланцуга да камутацыі выняць нельга. Напрыклад, няма сэнсу шукаць перадапчатковыя вытворныя  $i'_L(0-)$ ,  $u'_C(0-)$ , паколькі іх нельга прыраўняць да пачатковых вытворных  $i'_L(0+)$ ,  $u'_C(0+)$ . Для вытворных няма законаў камутацыі.

*Прыклад 4.* Разлічыць залежныя пачатковыя ўмовы  $i'_L(0+)$ ,  $u'_C(0+)$  для ланцуга на мал. 14 пры ўмове  $e(t) = E = \text{const}$ . Для разліку ЗПУ трэба разгледзець ланцуг пасля камутацыі ( $t > 0$ ) у пачатковы момант часу  $t = 0+$  (ключ ужо замкнуты). Гэты ланцуг паказаны на мал. 16, дзе  $e(0+) = E$  і вядомы значэнні  $i_L(0+) = I_{L,y}$ ,  $u_C(0+) = U_{C,y}$ .



Мал. 16

З дынамічных ураўненняў для індуктывасці і ёмістасці атрымаем адносіны адпаведна:

$$\begin{aligned} i'_L(0+) &= \frac{u_L(0+)}{L}; \\ u'_C(0+) &= \frac{i_C(0+)}{C}. \end{aligned} \quad (39)$$

Таму ставім задачу: для ланцуга на мал. 16 знайсці  $u_L(0+)$ ,  $i_C(0+)$ . Гэту задачу заўсёды можна вырашыць з дапамогай законаў Кірхгофа:

$$u_L(0+) + R_2 i_L(0+) - u_C(0+) = 0;$$

$$u_L(0+) = u_C(0+) - R_2 i_L(0+);$$

$$i_1(0+) = \frac{E - u_C(0+)}{R_1};$$

$$i_C(0+) = i_1(0+) - i_L(0+).$$

Падставім знойдзеныя значэнні  $u_L(0+)$ ,  $i_C(0+)$  у формулы (39) і вылічым ЗПУ  $i'_L(0+)$ ,  $U'_C(0+)$ . У прыкладах 3 і 4 знойдзены пачатковыя ўмовы для абодвух ДУ (34), (36). Для ДУ (34) спатрэбіцца, як ужо паказвалася, значэнні  $u_C(0+)$ ,  $U'_C(0+)$ , а для ДУ (34) – значэнні  $i_L(0+)$ ,  $i'_L(0+)$ .

З курса дыферэнцыяльных ураўненняў вядома, што агульнае рашэнне ДУ складаецца з сумы агульнага рашэння аднароднага ўраўнення (свабодная складовая) і частковага рашэння неаднароднага ўраўнення (устаяляваная складовая). Напрыклад, для ДУ (34):

$$u_C(t) = u_{C, \text{св}}(t) + u_{C, y}(t). \quad (40)$$

Выгляд свабоднай складовай залежыць ад колькасці і тыпу каранёў характарыстычнага ўраўнення. Характарыстычнае ўраўненне атрымоўваюць з аднароднага ДУ (правая частка ДУ прымаецца роўнай нулю), замяняючы  $\frac{d}{dt}$  аператарам  $p$ , а  $\frac{d^2}{dt^2}$  – аператарам  $p^2$ . Формальна дапускаючы, што  $p$  і  $p^2$  – множнікі, выносім пераменную за дужкі і ў дужках атрымоўваем характарыстычны паліном.

Для ДУ (34) гэтыя аперацыі даюць

$$R_1 L C p^2 u_C + (L + R_1 R_2 C) p u_C + (R_1 + R_2) u_C = 0;$$

$$[R_1 L C p^2 + (L + R_1 R_2 C) p + R_1 + R_2] u_C = 0.$$

Паколькі  $u_C \neq 0$ , то роўны нулю другі множнік, г. зн.

$$R_1 L C p^2 + (L + R_1 R_2 C) p + R_1 + R_2 = 0. \quad (41)$$

Выраз (41) з'яўляецца характарыстычным ураўненнем, у якім  $p$  – невядомая алгебраічная велічыня. Рашым квадратнае ўраўненне (41) і атрымаем два карані  $p_1$  і  $p_2$ . Тут магчымы тры выпадкі.

1) карані сапраўдныя і розныя. Тады свабодная складовая  $u_{C, \text{св}}(t)$  мае выгляд:

$$u_{C, \text{св}}(t) = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}, \quad (42)$$

дзе  $A_1, A_2$  – невядомыя пастаянныя інтэгравання.

2) карані комплексныя, дакладней камплексна-спалучаныя:

$$p_{1,2} = -\alpha \pm j\omega_{\text{св}}.$$

У гэтым выпадку свабодная складовая мае выгляд

$$u_{C, \text{св}}(t) = e^{-\alpha t} (A \cos \omega_{\text{св}} t + B \sin \omega_{\text{св}} t), \quad (43)$$

якому можна надаць іншую форму:

$$u_{C, \text{св}}(t) = D e^{-\alpha t} \sin(\omega_{\text{св}} t + \psi). \quad (44)$$

Ва ўраўненні (43) пастаянныя інтэгравання  $A$  і  $B$ , а ў (44) –  $D$  і  $\psi$ . Абедзве формы эквівалентныя, і пераход ад (43) да (44) выконваецца па формулах:

$$D = \sqrt{A^2 + B^2};$$

$$\psi = \arctg \frac{A}{B};$$

3) карані сапраўдныя і роўныя (кратныя):

$$p_1 = p_2 = \pm \alpha;$$

$$u_{C, \text{св}}(t) = A_1 e^{-\alpha t} + A_2 t e^{-\alpha t}. \quad (45)$$

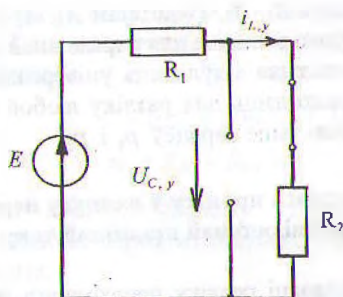
Ва ўсіх выпадках для лінейных устойлівых ланцугоў са стратамі карані размяшчаюцца ў левай комплекснай паўплоскасці.

Пераходны працэс ахоплівае ўвесь электрычны ланцуг, таму характарыстычнае ўраўненне для ланцуга без асаблівасцей інварыянтна да выгляду пераменнай ДУ. Па гэтай прычыне каэфіцыенты левай часткі ДУ (34) і (36) супадаюць (або могуць адрознівацца агульным множнікам).

Калі камутацыя не змяняе тып крыніцы, то тып рэжыму, які ўсталяваўся пасля камутацыі, такі ж, як і да камутацыі. Аднак камутацыя змяняе схему і рэжым, які ўсталяваўся пасля камутацыі, трэба разлічыць зноў.

*Прыклад 5.* Разлічыць значэнні  $i_{L, \gamma}(t)$ ,  $u_{C, \gamma}(t)$ , якія ўсталяваліся пасля камутацыі ў ланцугу (мал. 17) пры  $e(t) = \text{const}$ .





Мал. 17

У ланцугу пасля камутацыі (мал. 17) пастаянны ток, які ўсталяваўся, замыкаецца па знешнім контуры:

$$i_{L,y+}(t) = I_{L,y+} = \frac{E}{R_1 + R_2}; \quad (46)$$

$$u_{C,y+}(t) = U_{C,y+} = \frac{ER_2}{R_1 + R_2}. \quad (47)$$

У ланцугу другога парадку маюцца дзве пастаянныя інтэгравання, і для іх разліку трэба скласці сістэму двух ураўненняў. Для гэтага да ўраўнення (40) трэба дадаць ураўненне, атрыманае дыферэнцыраваннем (40), г. зн.

$$\begin{cases} u_C(t) = u_{C,cb}(t) + u_{C,y}(t), \\ u'_C(t) = u'_{C,cb}(t) + u'_{C,y}(t). \end{cases} \quad (48)$$

Для выпадку простых каранёў атрымаем:

$$\begin{cases} u_C(t) = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t} + U_{C,y+}, \\ u'_C(t) = p_1 A_1 e^{p_1 t} + p_2 A_2 e^{p_2 t}. \end{cases} \quad (49)$$

Для моманту  $t = 0+$  ураўненні (49) прымаюць выгляд:

$$\begin{cases} u_C(0+) = A_1 + A_2 + U_{C,y+}, \\ u'_C(0+) = p_1 A_1 + p_2 A_2. \end{cases} \quad (50)$$

Левыя часткі  $u_C(0+)$ ,  $u'_C(0+)$  – пачатковыя ўмовы, знойдзеныя раней. Такім чынам, сістэму (50) можна рашыць і яе рашэнне дае

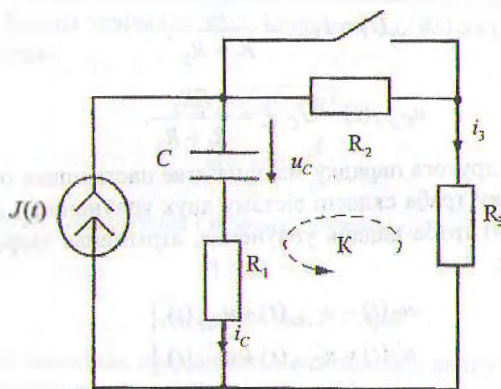
пастаянныя інтэграцыі  $A_1, A_2$ . Падставім  $A_1, A_2$  у першае ўраўненне (49) і атрымаем поўнае рашэнне для пераменнай  $u_C(t)$ .

Выкладзеная метадыка з'яўляецца універсальнай для ланцугоў другога парадку і падыходзіць для разліку любой пераменнай стану ( $i_L(t), u_C(t)$ ) пры любым тыпе каранёў  $p_1$  і  $p_2$ .

## 2.5. Разлік пераходнага працэсу ў ланцугу першага парадку з сінусаідальнай крыніцай току

Разгледзім асаблівасці разліку пераходнага працэсу класічным метадам пры наяўнасці ў ланцугу сінусаідальнай крыніцы току. Агульная метадыка разліку, выкладзеная раней, захоўваецца. Няхай ланцуг мае выгляд, паказаны на мал. 18.

Прыклад 6.



Мал. 18

$$J(t) = 10 \sin(1000t - 4,76^\circ) \text{ A};$$

$$R_1 = R_3 = 10 \Omega, R_2 = 100 \Omega;$$

$$C = 100 \text{ мкФ}.$$

Разлічыць  $u_C(t)$ .

1. Дыферэнцыяльнае ўраўненне для ланцуга пры  $t > 0$ . Для пошуку ДУ запішам сістэму ўраўненняў ланцуга па законах Кірхгофа. Паколькі колькасць вузлоў  $Y = 2$ , то па ПЗК складаецца адно ўраўненне. Далей

улічваем, што колькасць галін з невядомымі токамі  $i_C$ ,  $i_3$  роўна  $B = 2$  (ток  $J(t)$  вядомы). Таму складзем (па ДЗК)  $B - Y + 1 = 2 - 2 + 1 = 1$  ураўненне для контура К:

$$\begin{aligned} J(t) &= i_C + i_3; \\ u_C + R_1 i_C - R_3 i_3 &= 0. \end{aligned} \quad (51)$$

Для ланцуга першага парадку спачатку трэба атрымаць ураўненне, якое змяшчае сярод невядомых толькі напружанне і ток рэактыўнага элемента.

Для разглядаемага ланцуга гэтымі невядомымі з'яўляюцца  $u_C(t)$  і  $i_C(t)$ . З першага ўраўнення (51) выразім ток  $i_3$  і падставім яго ў другое ўраўненне:

$$u_C + R_1 i_C - R_3 (J(t) - i_C) = 0.$$

Згрупавем складовыя элементы з токамі  $i_C$ , увядзём падстаноўку  $i_C = C u_C'$  і атрымаем:

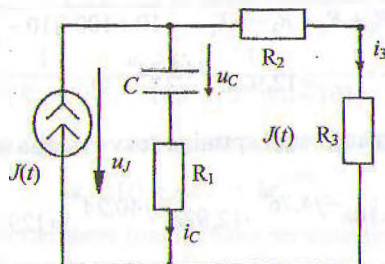
$$(R_1 + R_3) C u_C' + u_C = R_3 J(t). \quad (52)$$

Ураўненне (52) з'яўляецца шукаемым ДУ: яно мае першы парадак, паколькі ланцуг утрымлівае адзін рэактыўны элемент.

2. Разлік пачатковых умоў. Для ДУ першага парадку з ісраменнай  $u_C(t)$  патрабуецца адна пачатковая ўмова:  $u_C(0+)$ . Яна з'яўляецца незалежнай пачатковай умовай (НПУ). Яе, як паказвалася вышэй, знаходзяць з дапамогай законаў камутацыі, у нашым выпадку – другога закону камутацыі:

$$u_C(0+) = u_C(0-).$$

Для пошуку  $u_C(0-)$  неабходна разгледзець электрычны рэжым у ланцугу да камутацыі (мал. 19).



Мал. 19

Паколькі крыніца  $J(t)$  сінусаідаальная, то ў ланцугу да камутацыі назіраецца сінусаідальны ўсталяваны рэжым. Такія рэжымы неабходна разлічваць комплексным метадам, прычым метадагодна для напружанняў і токаў выкарыстаць амплітуды  $U_m, I_m$ .

Комплексная амплітуда крыніцы току:

$$\dot{J}_m = J_m e^{j\psi} = 10e^{-j4,75^\circ}.$$

Знаходзім ёмістас супраціўленне  $X_C$  на частаце  $\omega = 1000$  рад/с крыніцы:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{1000 \cdot 100 \cdot 10^{-6}} = 10 \, \Omega.$$

Парадак дзеянняў наступны:

- 1) спачатку трэба разлічыць комплексную амплітуду  $\dot{U}_{cm}$  напружання на ёмістасці;
- 2) запісаць сінусаідаальную функцыю  $u_C(t)$ , якая адпавядае комплекснай амплітудзе  $\dot{U}_{cm}$ .
- 3) падставіць  $t = 0$  у  $U_C(t)$  і вызначыць  $u_C(0-)$ .

Разлік  $\dot{U}_{cm}$  можна выканаць рознымі спосабамі. Напрыклад, можна спачатку па «правілу плячэй» знайсці ток  $\dot{I}_{cm}$ , затым, памножыўшы яго на  $Z_C = -jX_C$ , атрымаем  $\dot{U}_{cm}$ . Для чытача, незнаёмага з «правілам плячэй», прыводзім стандартнае рашэнне.

Знаходзім уваходнае супраціўленне ланцуга адносна заціскаў крыніцы току:

$$\begin{aligned} Z_{yb} &= \frac{(R_1 - jX_C)(R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3 - jX_C} = \frac{(10 - j10)(100 + 10)}{10 + 100 + 10 - j10} = \\ &= 12,92e^{-j40,24^\circ} \, \Omega. \end{aligned}$$

На гэтым супраціўленні крыніца току стварае напружанне

$$\dot{U}_{Jm} = J_m Z_{yb} = 10e^{-j4,76^\circ} \cdot 12,92e^{-j40,24^\circ} = 129,2e^{-j45^\circ} \, \text{В}.$$

Па закону Ома шукаем ток:



$$I_{cm} = \frac{\dot{U}_{jm}}{(R_1 - jX_C)} = \frac{129,2e^{-45^\circ}}{(10 - j10)} = 9,136e^{j0^\circ} = 9,136 \text{ А.}$$

Тады

$$\dot{U}_{cm} = -jX_C I_{cm} = -10 \cdot 9,136j = 91,36e^{-j90^\circ} \text{ В.}$$

Выкарыстоўваючы знойдзенае значэнне  $\dot{U}_{cm}$ , запішам адпаведную сінусаідальную функцыю:

$$u_c(t_-) = 91,36 \sin(1000t_- - 90^\circ) \text{ В.}$$

Тут абазначэнне  $t_-$  падкрэслівае, што гэты выраз справядлівы толькі пры  $t < 0$ , г. зн. у ланцугу да камутацыі.

Падстаўляем  $t = 0$  і знаходзім перадпачатковае значэнне  $u_c$ :

$$u_c(0_-) = 91,36 \sin(-90^\circ) = -91,36 \text{ В.}$$

Паводле другога закону камутацыі знаходзім пачатковае значэнне  $u_c$ :

$$u_c(0+) = u_c(0_-) = -91,36 \text{ В.}$$

З ураўнення (52) атрымліваем аднароднае ДУ (правую частку прыраўноўваем да нуля):

$$(R_1 + R_3)Cu'_c + u_c = 0.$$

Характарыстычнае ўраўненне мае выгляд:

$$(R_1 + R_3)Cp + 1 = 0,$$

а яго карань

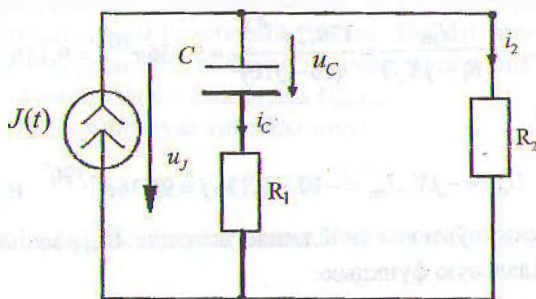
$$p_1 = -\frac{1}{C(R_1 + R_3)} = -\frac{1}{100 \cdot 10^{-6}(10 + 10)} = -500 \frac{1}{c}.$$

Тады агульная форма свабоднай складовай (раздзел 2.4)

$$u_{c, \text{св}}(t) = Ae^{p_1 t} = Ae^{-500t},$$

дзе  $A$  – невядомая канстанта (пастаянная інтэгравання).

У ланцугу пасля камутацыі (мал. 20) пераходны працэс завяршаецца ўсталяваннем новага сінусаідальнага рэжыму.



Мал. 20

У інженернай практыцы час пераходнага працэсу  $t_{п.п}$  вылічаюць па формуле

$$t_{п.п} = (3-4)\tau,$$

дзе  $\tau = \frac{1}{|p_1|}$  — пастаянная часу ланцуга. За час  $3\tau$  свабодная складовая падае да значэння 5% ад пачатковага значэння, а за час  $4\tau$  — да 2% ад пачатковага значэння.

Сінусаідальны рэжым у ланцугу пасля камутацыі разлічым так жа, як і сінусаідальны рэжым да камутацыі, улічваючы, што ланцуг на мал. 20 адрозніваецца ад ланцуга на мал. 19 тым, што  $R_2$  зашунціравана замкнутым ключом. Гэта дазваляе выкарыстаць папярэднія разліковыя формулы і ў іх фармальна падставіць  $R_2 = 0$ . Перапішам гэтыя формулы без тлумачэнняў:

$$Z_{yb} = \frac{(R_1 - jX_C)R_3}{R_1 + R_3 - jX_C} = \frac{(10 - j10)10}{20 - jX_C} = 6,32e^{-j18,43^\circ} \Omega;$$

$$\dot{U}_{jm} = \dot{J}_m Z_{yb} = 10e^{-j4,76^\circ} \cdot 6,32e^{-j18,43^\circ} = 63,2e^{-j23,19^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{I}_{cm} = \frac{\dot{U}_{jm}}{(R_1 - jX_C)} = \frac{63,2e^{-j23,19^\circ}}{(10 - j10)} = 4,47e^{j21,8^\circ} \text{ А};$$

$$\dot{U}_{cm} = -jX_C \dot{I}_{cm} = -j10 \cdot 4,47e^{j21,8^\circ} = 44,7e^{-j68,2^\circ} \text{ В}.$$

Гэтай камплекснай амплітудзе адпавядае сінусаідальнае ўсталяванае напружанне

$$u_{c,y}(t) = 44,7 \sin(1000t - 68,2^\circ) \text{ В.}$$

Запісваем поўнае рашэнне як суму ўсталяванай  $u_{c,y}(t)$  і свабоднай  $u_{c,св}(t)$  складовых:

$$u_c(t) = u_{c,y}(t) + u_{c,св}(t) = 44,7 \sin(1000t - 68,2^\circ) + Ae^{-500t}. \quad (53)$$

Гэты выраз справядлівы для ланцуга пасля камутацыі, г. зн. для  $t > 0$ , у тым ліку і для  $t = 0+$ . Падставім у абедзве часткі (53)  $t = 0+$ :

$$u_c(0+) = 44,7 \sin(-68,2^\circ) + A.$$

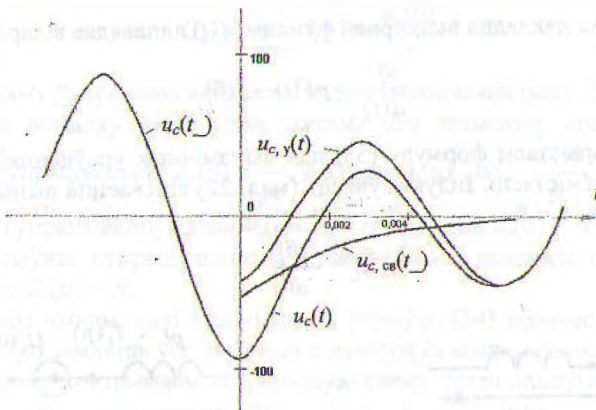
Паколькі НПУ  $U_c(0+)$  вышэй разлічана ( $u_c(0+) = -91,36 \text{ В}$ ), то для  $A$  атрымаем

$$A = -91,36 - 44,7 \sin(-68,2^\circ) = -49,86.$$

Падстаўляем  $A$  у (53) і атрымліваем поўнае рашэнне:

$$u_c(t) = 44,7 \sin(1000t - 68,2^\circ) - 49,86e^{-500t}.$$

На мал. 21 паказаны графікі пераходнага напружання  $u_c(t)$  і яго складовых  $u_{c,y}(t)$ ,  $u_{c,св}(t)$ . У вобласці  $t < 0$  прыведзены графік сінусаідальнага напружання  $u_c(t)$  у ланцугу да камутацыі.



Мал. 21

## 2.6. Аператарны метад разліку пераходных працэсаў у электрычных ланцугах. Пабудова аператарнай схемы замяшчэння ланцуга

Аператарны метад заснаваны на пераходзе ад функцый часу  $f(t)$  з данамогай прамога пераўтварэння Лапласа

$$F(p) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-pt} dt \quad (54)$$

да новай функцыі  $F(p)$  новай комплекснай зменнай  $p$ . Функцыю часу  $f(t)$  называюць *арыгіналам*, а функцыю  $F(p)$  – *відарысам*.

Адпаведнасць гэтых функцый паказваюць знакам « $\leftrightarrow$ », г. зн. пішуць

$$F(p) \leftrightarrow f(t).$$

Асноўная вартасць аператарнага метаду ў тым, што аперацыям дыферэнцыравання і інтэгравання функцый часу адпавядаюць аперацыі множання і дзялення на пераменную  $p$  функцый  $F(p)$ .

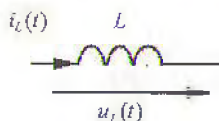
У выніку інтэгра-дыферэнцыяльныя ўраўненні пераменнай  $t$ , якія апісваюць пераходныя працэсы ў ланцугу, пераўтвараюцца ў алгебраічныя ўраўненні для пераменнай  $p$ . Такім чынам, пошук пераходнай функцыі  $f(t)$  у выглядзе відарыса  $F(p)$  істотна спрашчаецца. Пасля вылічэння  $F(p)$  застаецца задача пераходу ад відарыса  $F(p)$  да арыгінала  $f(t)$ .

Больш дакладна вытворнай функцыі  $f(t)$  адпавядае відарыс:

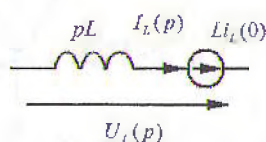
$$\frac{df}{dt} \leftrightarrow pF(p) - f(0). \quad (55)$$

Выкарыстаем формулу (55) для дынамічных ураўненняў індуктыўнасці і ёмістасці. Індуктыўнасць (мал. 22) апісваецца дынамічным ураўненнем

$$u_L = L \frac{di_L}{dt}.$$



Мал. 22



Мал. 23



Пераўтвараючы абедзве часткі гэтага ўраўнення па Лапласу з улікам (55), атрымаем:

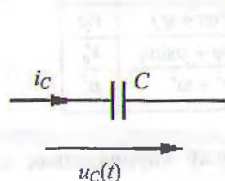
$$U_L(p) = L\{pI_L(p) - i_L(0)\} = pLI_L(p) - Li_L(0). \quad (56)$$

Ураўненню (56) адпавядае апэратарная схема замяшчэння індуктыўнасці на мал. 23. Дадзеная схема ўтрымлівае апэратарнае індуктыўнае супраціўленне  $Z_L(p) = pL$  і паслядоўна ўключаную крыніцу ЭРС  $Li_L(0)$ .

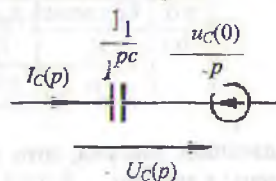
ЭДС гэтай дадатковай крыніцы накіраваная па току  $i_L$ . Калі  $i_L(0) = 0$ , то дадатковая ЭРС адсутнічае.

Для ёмістасці (мал. 24) справядлівае дынамічнае ураўненне  $i_c = \frac{Cdu_c}{dt}$ , якое ў апэратарнай форме мае выгляд

$$I_c(p) = C\{pU_c(p) - u_c(0)\} = pCU_c(p) - Cu_c(0).$$



Мал. 24



Мал. 25

Вырашым гэтае ўраўненне адносна  $U_c(p)$ :

$$U_c(p) = \frac{1}{pc} I_c(p) - \frac{u_c(0)}{p}. \quad (57)$$

Гэтаму ўраўненню адпавядае схема замяшчэння (мал. 25), якая ў агульным выпадку ўтрымлівае таксама два элементы: апэратарнае ёмістае супраціўленне  $Z_c(p) = \frac{1}{pc}$  і дадатковую ЭРС  $\frac{u_c(0)}{p}$ . ЭРС накіравана супраць напружання  $u_c(t)$  і адсутнічае, калі  $u_c(0) = 0$ .

Актыўнас супраціўлення  $R$  у апэратарным выглядзе не змяняецца, г. зн.  $Z_r(p) = R$ .

Такім чынам, калі вылічыць па формуле (54) відарыс крыніцы  $E(p)$  або  $J(p)$  замяніць усе пасіўныя элементы іх апэратарнымі схемамі замяшчэння, то атрымаем апэратарную схему ўсяго ланцуга. Для атрымання відарысаў  $Li_L(0)$ ,  $\frac{u_c(0)}{p}$  дадатковых крыніц трэба папярэдне

виплiчыць НПУ  $i_L(0)$ ,  $u_c(0)$ , выкарыстоўваючы законы камутацыі. Пасля гэтага аператарная схема замяшчэння ўтрымлівае вядомыя відарысы ўсіх крыніц, як асноўных, так і дадатковых, а таксама вядомыя аператарныя супраціўленні  $R$ ,  $Z_L(p)$ ,  $Z_C(p)$  усіх пасіўных элементаў. Гэта азначае, што для разліку відарысаў токаў і напружанняў аператарнага ланцуга можна выкарыстоўваць усе метады разліку, разгляджаныя ў раздзеле «Статычны ражым ЛЭЦ». Да іх адносяць метады контурных токаў, метады вузлавых напружанняў, метады эквівалентных пераўтварэнняў, метады эквівалентнага генератара і інш.

Прывядзём прыклады відарысаў  $V(p)$  некаторых найбольш часта сустракаемых функцый крыніц  $v(t)$ , дзе пад  $v(t)$  будзем разумець як ЭРС  $e(t)$ , так і задавальны ток крыніцы току  $J(t)$  (табл. 2).

Табліца 2

|        |                      |                     |                                                             |                   |
|--------|----------------------|---------------------|-------------------------------------------------------------|-------------------|
| $v(t)$ | $V_0 = \text{const}$ | $V_0 e^{-at}$       | $V_m \sin(\omega t + \psi)$                                 | $V_0 t$           |
| $V(p)$ | $\frac{V_0}{p}$      | $\frac{V_0}{p + a}$ | $V_m \frac{\omega \cos \psi + p \sin \psi}{p^2 + \omega^2}$ | $\frac{V_0}{p^2}$ |

Адзначым таксама, што для відарысаў справядлівая лінейная ўласцівасць: з адносін

$$f_1(t) \div F_1(p); f_2(t) \div F_2(p)$$

вынікае адносіна

$$a_1 f_1(t) + a_2 f_2(t) \div a_1 F_1(p) + a_2 F_2(p),$$

дзе  $a_1, a_2 = \text{const}$ .

Лінейная ўласцівасць дазваляе разбіваць складаныя функцыялы на суму больш простых функцый і шукаць відарысы асобных складовых. Гэтая ж уласцівасць ўжываецца для разбіўкі складаных функцый-відарысаў на суму больш простых складовых.

**Прыклад 7.** Знайдзем відарыс  $U_c(p)$  пераходнага напружання  $u_c(t)$  у ланцугу на мал. 26.

Няхай  $E_0 = 120 \text{ В} = \text{const}$ ;

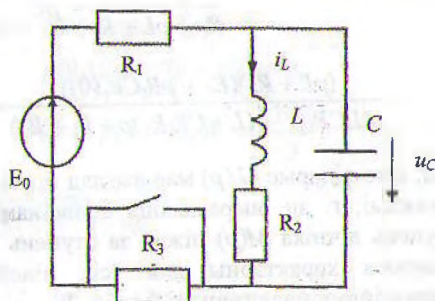
$R_1 = R_2 = R_3 = 100 \text{ }\Omega$ ;  $L = 2 \text{ Гн}$ ;

$C = 1200 \text{ мкФ} = 12 \cdot 10^{-4} \text{ Ф}$ .

Знайдзем незалежныя пачатковыя ўмовы  $i_L(0)$ ,  $u_c(0)$  і параметры дадатковых крыніц. З дакамутацыйнага ланцуга атрымліваем

$$i_{L(0-)} = \frac{E}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{120}{100 + 100 + 100} = 0,4 \text{ A} = i_{L(0+)} = i_L(0);$$

$$u_{C(0-)} = R_2 i_{L(0-)} = 100 \cdot 0,4 = 40 \text{ В} = u_{C(0+)} = u_C(0).$$



Мал. 26

Параметры додаткових кривих:

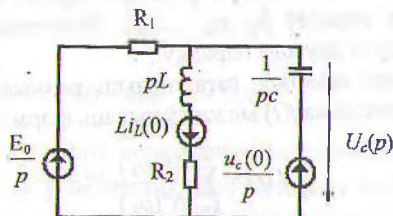
$$L i_L(0) = 2 \cdot 0,4 = 0,8;$$

$$\frac{u_C(0)}{p} = \frac{40}{p}.$$

Відарис функції кривих  $e(t) = E_0 = 120 \text{ В}$  має вигляд

$$E(p) = \frac{E_0}{p} = \frac{120}{p}.$$

Аператарная схема замяшчэння ланцуга паказана на мал. 27.



Мал. 27

Напружанне  $U_c(p)$  знойдзем па формуле двух вузлоў:

$$U_c(p) = \frac{\left( \frac{E_0}{pR_1} - \frac{Li_L(0)}{pL + R_2} + \frac{u_c(0)pC}{p} \right)}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{pL + R_2} + pC} =$$

$$= \frac{(pL + R_2)(E_0 + pR_1Cu_c(0))}{p(LCR_1p^2 + (L + CR_1R_2)p + R_1 + R_2)} = \frac{M(p)}{N(p)}.$$

Бачым, што відарыс  $U_c(p)$  мае выгляд правільнай дробна-рацыянальнай функцыі, г. зн. выражаецца адносінамі двух мнагачленаў, прычым ступень лічніка  $M(p)$  ніжэй за ступень назоўніка  $N(p)$ . Такі выгляд відарыса характэрны для ўсіх лінейных стацыянарных ланцугоў з крыніцамі, пададзенымі ў табл. 2.

Падставім ў  $u_c(p)$  лічбавыя значэнні і знойдзем

$$U_c(p) = \frac{240 \left( 0,02p^2 + \frac{4p}{3} + 25 \right)}{p(0,12p^2 + 7p + 100)}. \quad (58)$$

## 2.7. Пераход ад відарысаў да арыгіналаў. Формула раскладання

Пяхай знойдзены відарыс  $F(p) = M(p) / N(p)$ , які мае выгляд правільнага рацыянальнага дробу, прычым мнагачлены  $M(p)$  і  $N(p)$  не маюць агульных каранёў. Ураўненне

$$N(p) = 0 \quad (59)$$

з'яўляецца палпыраным характарыстычным ураўненнем. Яго карані  $p_1, p_2, \dots, p_n$  называюць палюсамі функцыі  $F(p)$ . Поняткі арыгінала залежыць ад тыпу каранёў  $p_1, p_2, \dots, p_n$ . Разгледзім магчымыя тыпы каранёў для ланцуга другога парадку.

1. Усе карані простыя, гэта значыць розныя. У гэтым выпадку для вылічэння арыгінала  $f(t)$  можна ўжываць формулу раскладання:

$$f(t) = \sum_{k=1}^n \frac{M(p_k)}{N'(p_k)} e^{p_k t}, \quad (60)$$

дзе  $p_k, k = 1, 2, \dots, n$  – карані ўраўнення (59);



$$N'(p_k) = \left. \frac{dN(p)}{dp} \right|_{p=p_k}$$

Викарыстаем формулу (60) для вылічэння арыгінала  $u_c(t)$  па відарысу (58).

Знаходзім карані ўраўнення  $N(p) = 0$ :

$$p(0,12p^2 + 7p + 100) = 0;$$

$$p_1 = 0, p_2 = -25, p_3 = -\frac{100}{3}.$$

Знаходзім вытворную  $\frac{dN(p)}{dp}$ :

$$\frac{dN(p)}{dp} = 0,12 \cdot 3p^2 + 7 \cdot 2p + 100 = 0,36p^2 + 14p + 100.$$

Ужываем формулу (60):

$$\begin{aligned} u_c(t) &= \frac{M(p_1)}{N'(p_1)} e^{p_1 t} + \frac{M(p_2)}{N'(p_2)} e^{p_2 t} + \frac{M(p_3)}{N'(p_3)} e^{p_3 t} = \\ &= \frac{240 \cdot 25}{100} e^0 + \frac{240 \cdot \left( 0,02 \cdot (-25)^2 - 25 \cdot \frac{4}{3} + 25 \right) e^{-25t}}{0,36 \cdot (-25)^2 - 14 \cdot 25 + 100} + \\ &+ \frac{240 \cdot \left( 0,02 \cdot \left( -\frac{100}{3} \right)^2 - \frac{100 \cdot 4}{3 \cdot 3} + 25 \right) e^{-\frac{100t}{3}}}{0,36 \cdot \left( -\frac{100}{3} \right)^2 - 100 \cdot \frac{14}{3} + 100} = \\ &= 60 - 40e^{-25t} + 20e^{-\frac{100t}{3}}. \end{aligned}$$

Гэты выраз з'яўляецца пераходным напружаннем  $u_c(t)$ . Звернем увагу, што наяўнасць у назойніку  $N(p)$  нулявога кораня  $p_1 = 0$  сведчыць аб тым, што арыгінал утрымлівае пастаянную складовую (у разгледжаным прыкладзе гэта складовая  $U = 60$  В). Формула раскладання

(60) використаємо і в цьому випадку, коли  $N(p)$  має пару комплексних сполучених коренів  $p_{1,2} = -\delta \pm j\omega_{\text{сп}}$ . Складові суми в (60), аджаветні гэтым караням, будучь таксама комплекснымі сполученымі, і калі ўяўны часткі іх узаемна скараціць, застаецца падвоеная сапраўдная частка:

$$2\text{Re} \frac{M(p_1)e^{p_1 t}}{N'(p_1)}, \quad (61)$$

дзе сімвал  $\text{Re}$  – «сапраўдная частка», якая азначае аперацыю пакідання толькі сапраўднай часткі комплекснага выразу ў круглых дужках.

Прыклад 8. Няхай відарыс некаторага току  $I(p)$  мас выгляд

$$I(p) = -\frac{p+12}{p(p^2+2p+5)} = \frac{M(p)}{N(p)}.$$

Знайсі арыгінал  $i(t)$ .

$$1. N(p) = 0; p(p^2+2p+5) = 0; p_1 = 0; p_{2,3} = -1 \pm j2.$$

$$2. N'(p) = 3p^2 + 4p + 5.$$

Паколькі другі і трэці карані комплексныя сполучаныя, то для по-  
луку аджаветнага гэтым караням арыгінала выкарыстаем формулу (61):

$$\begin{aligned} i(t) &= \frac{M(0)}{N'(0)} + 2\text{Re} \frac{M(p_2)e^{p_2 t}}{N'(p_2)} = \\ &= \frac{12}{5} + 2\text{Re} \left[ \frac{(-1+j2+12)e^{(-1+j2)t}}{3(-1+j2)^2 + 4(-1+j2) + 5} \right] = \\ &= 2,4 + 2\text{Re} \left[ \frac{(11+j2)e^{-t}e^{j2t}}{(-8-j4)} \right]. \end{aligned}$$

Сапраўдныя множнікі « $e^{-t}$ » у лічніку і « $-4$ » у назоўніку можна  
вынесці за знак  $\text{Re}$ :

$$\begin{aligned} i(t) &= 2,4 - 0,5e^{-t} \text{Re} \left( \frac{11+2j}{2+j} e^{j2t} \right) = 2,4 - 0,5e^{-t} \text{Re} \left( 5e^{-j16,26^\circ} e^{j2t} \right) = \\ &= 2,4 - 2,5e^{-t} \text{Re} \left( e^{j(2t-16,26^\circ)} \right) = \\ &= 2,4 - 2,5e^{-t} \text{Re} (\cos(2t-16,26^\circ) + j\sin(2t-16,26^\circ)) = \end{aligned}$$

$$= 2,4 - 2,5e^{-t} \cos(2t - 16,26^\circ) = 2,4 - 2,5e^{-t} \sin(2t + 73,74^\circ).$$

У гэтым выразе для  $e^{ja}$  выкарыстана формула Эйлера:

$$e^{ja} = \cos a + j \sin a.$$

Тады

$$\operatorname{Re}(e^{ja}) = \operatorname{Re}(\cos a + j \sin a) = \cos a.$$

2. Ва ўраўненні  $N(p) = 0$  маецца пара кратных (роўных) каранёў.

Для гэтага выпадку ўжывасца іншая формула раскладання, якая мае досыць складаную структуру. Таму больш разумна дробна-рацыянальны відарыс раскласці на суму простых дробаў і для дробу з кратным корнем ужыць:

$$\frac{A_0}{(p - p_1)^2} = A_0 t e^{p_1 t}. \quad (62)$$

Прыклад 9. Знайсці арыгінал для

$$U(p) = \frac{2p + 5}{p(p + 2)^2}.$$

Карані назоўніка:  $p_1 = 0$ ;  $p_2 = -2$ ;  $p_3 = -2$ .

Маецца пара кратных каранёў, таму формулу (60) выкарыстаць нельга.

Раскладзём дробную рацыянальную функцыю на суму простых дробаў:

$$\frac{2p + 5}{p(p + 2)^2} = \frac{A_1}{p} + \frac{A_2}{(p + 2)^2} + \frac{A_3}{p + 2}.$$

Кэфіцыенты  $A_1, A_2, A_3$  можна разлічыць стандартным метадам неакрэсленых кэфіцыентаў. Атрымаем  $A_1 = 1,25$ ,  $A_2 = -0,5$ ,  $A_3 = -1,25$ . Арыгіналам першага складаемага  $A_1 / p$  у раскладзе з'яўляецца канстанта  $A_1$ , для другога складаемага выкарыстоўваем адносіну (62), а для трэцяга складаемага  $A_3 / (p + 2)$  арыгіналам з'яўляецца экспанента (табл. 2).

Такім чынам,

$$u(t) = 1,25 - 0,5te^{-2t} - 1,25e^{-2t}.$$

## 2.8. Ужыванне аператарнага метаду пры наяўнасці ў ланцугу сінусаідальнай крыніцы

Сінусаідальная крыніца  $v(t) = V_m \sin(\omega t + \psi)$  мае відарыс

$$V(p) = V_m \frac{p \sin \psi + \omega \cos \psi}{p^2 + \omega^2}.$$

Двухчлен  $p^2 + \omega^2$  пападае ў пазоўнік відарысу любога току  $I(p)$  або напружання  $U(p)$  ланцугу і стварае пару комплексных спалучаных палосоў  $p_1 = j\omega$ ;  $p_2 = -j\omega$ . Улік гэтых палосоў значна павялічвае аб'ём вылічэнняў. Лепей ў такой задачы сінусаідальную складовую рашэння знайсці асобна комплексным метадам, а апсратарны метады ужыць толькі для разліку свабоднай складовай. Пры гэтым неабходна ўлічыць, што пачатковыя ўмовы  $i_L(0)$ ,  $u_C(0)$ , якія уваходзяць ў параметры дадатковых крыніц, патрэбна змяніць свабоднымі пачатковымі ўмовамі

$$i_{L,cb}(0+) = i_L(0+) - i_{L,y}(0+);$$

$$u_{C,cb}(0+) = u_C(0+) - u_{C,y}(0+).$$

**Прыклад 10.** Разлічыць апсратарным метадам напружанне  $u_C(t)$  для задачы, якая была разгледжана ў прыкладзе 6 (мал. 18).

1. Разлічым НПУ  $u_C(0+) = u_C(0-) = -91,36$  В (гл. прыклад 6).

2. Комплексным метадам знойдзем сінусаідальнае напружанне  $u_{C,y}(t)$ , якое ўсталявалася пасля камутацыі

$$u_{C,y}(t) = 44,7 \sin(1000t - 68,2^\circ) \text{ В}$$

(гл. прыклад 6).

3. Пералічым  $u_{C,cb}(0+)$  у  $u_{C,cb}(0+)$ :

$$u_{C,cb}(0+) = u_C(0+) - u_{C,y}(0+) = -91,36 - 44,7 \sin(-68,2^\circ) = -49,86.$$

4. Складзём свабодную апсратарную схему замяшчэння ланцуга (мал. 28), у якой усе рэальныя крыніцы трэба нейтралізаваць (ЭРС закараліць, а крыніцы току разамкнуць).

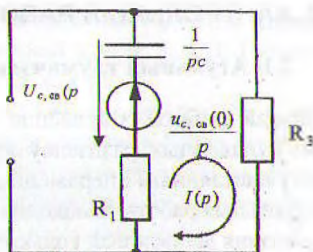
Над уздзеяннем дадатковай крыніцы ЭРС у ланцугу з'яўляецца ток

$$I(p) = \frac{\frac{u_{C,cb}(0)}{pC}}{\frac{1}{pC} + R_1 + R_3} = u_{C,cb}(0) \frac{C}{pC(R_1 + R_3) + 1}.$$

Па ДЗК

$$U_{C,cb}(p) - R_1 I(p) - R_3 I(p) = 0,$$





Мал. 28

або

$$U_{c,cb}(p) = u_{c,cb}(0) \frac{C(R_1 + R_3)}{pC(R_1 + R_3) + 1} = \frac{u_{c,cb}(0)}{p + \frac{1}{C(R_1 + R_3)}} = \frac{-49,86}{p + 500}$$

З табл. 2 знаходзім, што гэтаму відарысу адпавядае экспанента

$$u_{c,cb}(t) = -49,86e^{-500t},$$

якая супадае з рашэннем ў прыкладзе 6.

Такім чынам, поўнае рашэнне мае выгляд

$$u_c(t) = u_{c,y}(t) + u_{c,cb}(t) = 44,7\sin(1000t - 68,2^\circ) - 49,86e^{-500t}.$$

### 3. КАНТРОЛЬНЫЯ РАБОТЫ

#### 3.1. Агульныя тлумачэнні

Мэтай кантрольнай работы з'яўляецца канчатковая праверка засваення студэнтамі адпаведных раздзелаў курса і метадаў разліку электрычных ланцугоў пастаяннага і пераменнага току.

Выконваць кантрольныя работы неабходна пасля вывучэння тэарэтычнага матэрыялу, рашэння дастатковай колькасці тыповых задач.

Пры афармленні кожнай задачы патрабуецца прыводзіць тэкст задачы, табліцу з зыходнымі данымі з указаннем нумара варыянта, а таксама табліцу з адкарэктаванымі данымі і схему электрычнага ланцуга з прынятымі дзеючымі ДАСГамі літарнымі абазначэннямі і графічнымі адлюстраваннямі элементаў ланцуга. Усе адлюстраванні, схемы, графікі павінны быць выкананы акуратна з дапамогай чарчэжных прылад у маштабе  $1 : 10 \pm 1$  або  $5 : 10 \pm 1$  адзінак вымярэння фізічнай велічыні, дзе  $\pm 1$  – цэлы лік. На восьях каардынат неабходна напісаць адкідзецы на іх велічыні і адзінкі іх вымярэння. Маштаб электрычных велічынь на вектарных дыяграмах выразіць у  $m_l = A / \text{ММ}$ ,  $m_v = B / \text{ММ}$ . Разлік кожнай велічыні, лаводле ДАСГА, патрэбна афармляць у тры абавязковыя этапы.

На першым этапе пішацца разліковая формула ў знакавым (літарным) выглядзе, затым у яе падстаўляюцца лікавыя даныя (гэта другі этап) і на трэцім этапе пішацца лікавы адказ. На ім дапускаецца дадаткова прыводзіць прамежкавыя вылічэнні.

На тытульным лісце работы павінны быць: назва універсітэта, факультэт і кафедра, нумар групы, курс, прозвішча, імя і шыфр студэнта, прозвішча і імя выкладчыка.

У канцы работы неабходна прывесці спіс выкарыстанай літаратуры і дату заканчэння работы.

Калі кантрольная работа не залічана, то ўсе папраўкі павінны быць выкананы альбо ў гэтай жа рабоце, альбо, калі праца аформленая зноў, яна павінна быць прадстаўленая выкладчыку разам з першаацэнкавым варыянтам.

#### 3.2. Вызначэнне нумара варыянта і параметраў ланцуга

Вызначэнне даных да задач 1–3 выконваецца ў два этапы. На першым вызначаецца зыходны нумар варыянта  $N_n$  дзвюма апошнімі лічбамі шыфру студэнта. Калі дзве апошнія лічбы шыфру ўтвораць лік 50 і больш, то для вызначэння  $N_n$  трэба адняць ад іх 50.  $N_n$  задае

лік 50 і больш, то для вызначэння  $N_n$  трэба адняць ад іх 50.  $N_n^*$  задае нумар радка даных у кожнай з табл. 3, 4, 5. Гэтыя зыходныя даныя не канчатковыя і падлягаюць карэкцыі.

Для вызначэння варыянта карэкцыі  $N_k$  у табл. 6 трэба складзі тры апошнія лічбы шыфру студэнта. Гэтая сума і ўтвораць нумар  $N_k$ . Ведаючы  $N_k$  з табл. 6 знаходзім значэнні каэфіцыентаў  $K_1, K_2, K_3$ . У кожнай з задач гэтыя каэфіцыенты выкарыстоўваюцца для карэкцыі знойдзенага раней радка зыходных даных:

– у задачы 1 значэнні ЭРС (калонкі 18 і 19 табл. 3) памнажаюцца адпаведна на  $K_1$  і  $K_2$ ; значэнні супраціўленняў  $R_1, R_2, R_3$  (калонкі 10, 11, 12 табл. 3) памнажаюцца на  $K_1$ ;  $R_4, R_5, R_6$  – на  $K_2$ ;  $R_7, R_8$  – на  $K_3$ ;

– у задачы 2 значэнне напружання  $U_m$  (калонка 2 табл. 4) памнажаецца на  $K_1$ ; пачатковая фаза  $\Psi_u$  (калонка 3) – на  $K_2$ ;  $R_1, R_2, R_3, R_4$  (калонкі 8, 11, 14, 17) на  $K_1$ ;  $L_1, L_2, L_3, L_4$  (калонкі 9, 12, 15, 18) – на  $K_2$ ;  $C_1, C_2, C_3, C_4$  (калонкі 10, 13, 16, 19) – на  $K_3$ ;

– у задачы 3 значэнне напружання  $U_n$  (калонка 3 табл. 5) памнажаецца на  $K_1$ ;  $Z_{ab}$  (калонкі 5, 6) на  $K_1$ ;  $Z_{bc}$  (калонкі 7, 8) – на  $K_2$ ;  $Z_{ca}$  (калонкі 9, 10) – на  $K_3$ .

*Прыклад 11.* Няхай шыфр студэнта роўны 65327. Тады  $N_n = 27$ .

$$N_k = 3 + 2 + 7 = 12.$$

Для задачы 1 у табл. 3 знаходзім радок з нумарам  $N_n = 27$ . Гэты радок дае зыходныя даныя.

| Параметр                | $R_1$ | $R_2$ | $R_3$ | $R_4$ | $R_5$ | $R_6$ | $R_7$ | $R_8$ | $E_3$ | $E_5$ |
|-------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Зыходныя даныя          | 130   | 350   | 560   | 640   | 420   | 240   | 460   | 650   | 500   | 600   |
| Памножыць на каэфіцыент | $K_1$ | $K_1$ | $K_1$ | $K_2$ | $K_2$ | $K_2$ | $K_3$ | $K_3$ | $K_1$ | $K_2$ |
| Канчатковыя даныя       | 65    | 175   | 280   | 1024  | 672   | 384   | 782   | 1105  | 250   | 960   |

Па нумары  $N_k = 12$  у табл. 6 знаходзім каэфіцыенты:  $K_1 = 0,5$ ;  $K_2 = 1,6$ ;  $K_3 = 1,7$ . Памножым зыходныя даныя на адпаведны каэфіцыент ( $K_1, K_2$  або  $K_3$ ) і атрымаем канчатковыя даныя да задачы 1.

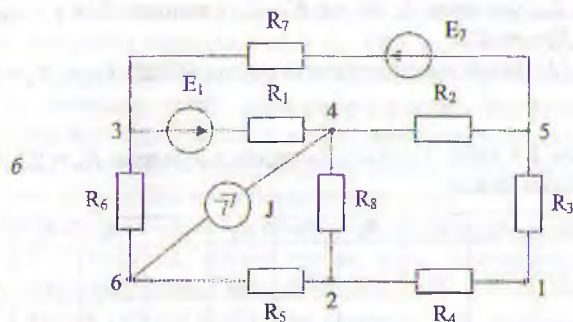
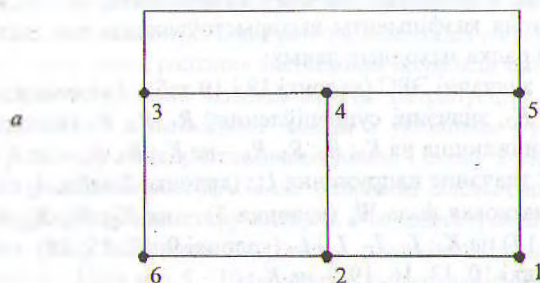
### Кантрольная работа № 1

#### Задача 1. Разлік ланцуга настаяннага току

А. Пабудаваль с хему. У табл. 3 у адпаведнасці з нумарам варыянта знаходзім адпаведны радок. У ім у калонках 2–9 паказаны нумары галін, а таксама пачатковы і канчатковы вузлы кожнай галіны.

Перамяшчамся ад першай да восьмай галіны, размяшчам у форме прамавугольніка вузлы кожнай з галін. Атрымаем граф схемы. Напрыклад, для варыянта 5 паказана паслядоўнасць вузлоў: 34, 45, 51, 12, 26, 63, 53, 42.

Граф мае выгляд як мал. 29, а.



Мал. 29

Дабаўляем ў кожную з галін графа адпаведнае супраціўленне з калонак 10–17. Дзве ЭРС, якія паказаны ў калонках 18, 19, уключаем у адпаведныя іх нумарам галіны. Да вузлоў, што паказаны ў калонцы 20, падключаецца крыніца току  $J = 3$  А. ЭРС і  $J$  накіроўваем ад пачатковага да канчатковага вузла галіны. Поўная схема для варыянта 5 паказана на мал. 29, б.

Б. У адпаведнасці з прыкладам 11 выканаць карэкцыю зыходных даных і прывесці канчатковыя даныя ў выглядзе табліцы. Велічыня  $J = 3$  А для ўсіх варыянтаў аднолькавая.

Выканаць наступнае:



а) скласці ў агульным выглядзе (у знаках) неабходную сістэму ўраўненняў для разліку токаў у ланцугу метадам законаў Кірхгофа;

б) разлічыць токі галін метадам контурных токаў (паказаць напрамак асноўных і дадатковага контураў);

в) ведаючы токі галін, разлічыць напружанне  $U_1$  крыніцы току ( $U_1$  накіраваць супраць  $J$ );

г) скласці ўраўненне балансу магутнасцей і праверыць паяўнасць балансу ў ліках;

д) метадам эквівалентнага генератара знайсці ток, які паказаны ў калонцы 21;

### **Задача 2. Разлік ланцуга з перыядычнай ЭРС**

А. Па даных табл. 4 начарціць схему электрычнага ланцуга. Вузлы 1 і 3 з'яўляюцца ўваходнымі, да іх трэба падключыць крыніцу  $u(t)$ . Галіны з аднолькавай парай вузлаў уключыць паралельна. У кожную з галін уключыць паслядоўна адпаведныя элементы, што паказаны ў калонках 8–19.

Б. Выканаць карэццыю зыходных даных з табл. 4 (у адпаведнасці з патрабаваннямі на с. 57) і прывесці канчатковыя даныя ў выглядзе табліцы.

В. Перыядычнае ўваходнае напружанне несінусаідальнае і мае выгляд

$$u(t) = U_{(0)} + U_{m(1)} \sin(\omega t + \psi_{(1)}) + U_{m(3)} \sin(3\omega t + \psi_{(3)}).$$

Параметры  $U_{m(1)}$ ,  $\psi_{(1)}$  першай гармонікі ( $\omega = 2\pi \cdot 50 = 314$  рад/с) узяць з калонак 2, 3 табл. 4 (пасля карэццыі). Для пастаяннай складовай  $U_{(0)}$  прыняць

$$U_{(0)} = 0,5U_{m(1)}.$$

Параметры трэцяй гармонікі:  $U_{m(3)} = 0,8U_{m(1)}$ ,  $\psi_{(3)} = \psi_{(1)}$ .

Параметры ўсіх гармонік акругліць да найбліжэйшага цэлага ліку.

У адпаведнасці з метадам накладання разлічыць ланцуг для кожнай складовай  $u(t)$  па асобнасці:

а)  $u(t) = U_{(0)} = \text{const}$ . Ланцуг у статычным рэжыме:

– разлічыць токі ўсіх галін;

– калі ўваходны ток адсутнічае, знайсці размеркаванне ўваходнага напружання па элементах ланцуга;

б)  $u(t) = U_{m(1)} \sin(\omega t + \psi_{(1)})$ . Ланцуг ва ўсталяваным сінусаідальным рэжыме, які ўсталяваўся на частаце  $\omega$  асноўнай (першай) гармонікі:

- разлічыць супраціўленні рэактыўных элементаў  $L$  і  $C$  і акругліць да цэлых значэнняў;

- разлічыць комплексныя супраціўленні галін і ўваходнае комплекснае супраціўленне ланцуга;

- вызначыць комплексныя токі і напружанні ўсіх галін;

- разлічыць актыўную, рэактыўную і поўную магутнасці ланцуга. Выканаць праверку балансу актыўных і рэактыўных магутнасцей.

- знайсці каэфіцыент магутнасці ланцуга;

- пабудаваць у маштабе тапаграфічную дыяграму напружанняў з указаннем усіх вузлоў ланцуга, сумешчаную з дыяграмай токаў (вытрымаць колеравае адрозненне вектараў напружанняў і токаў);

в)  $u(t) = U_{m(3)} \sin(3\omega t + \psi_{(3)})$ . Ланцуг у сінусаідальным рэжыме, які ўсталяваўся, на частаце  $3\omega$  трэцяй гармонікі:

- разлічыць супраціўленні рэактыўных элементаў на частаце  $3\omega$ ;

- комплексным метадам вызначыць уваходны ток ланцуга;

г) ланцуг у перыядычным рэжыме, які ўсталяваўся, (актываваны ўсе гармонікі крыніцы напружання):

- запісаць імгненнае значэнне ўваходнага току  $i(t) = I_{(0)} + i_{(1)}(t) + i_{(3)}(t)$ ;

- пабудаваць у маштабе часовую дыяграму ўваходнага току з указаннем усіх яго складовых;

- уключыць у ланцуг амперметр і вальтметр (электрамагнітнай сістэмы) для вымярэння ўваходных току і напружання, а таксама ватметр для вымярэння актыўнай магутнасці ўсяго ланцуга. Намалюваць схему з уключанымі прыборамі і разлічыць паказанні прыбораў.

### **Задача 3. Разлік трохфазнага ланцуга сінусаідальнага току**

А. Выканаць карэктыво (гл. с. 57) зыходных даных у табл. 5. Канчатковыя даныя акругліць да цэлых лікаў і прывесці ў выглядзе табліцы.

Б. Начарпіць схему трохфазнага ланцуга.

Спосаб злучэння фаз прыёмніка (зорка (Y) або трохвугольнік (Δ)) паказаны ў калонцы 2 табл. 5.

Выканаць наступнае:

а) для варыянтаў, якія змяшчаюць уключэнне Y, разлічыць комплексныя напружанні фаз прыёмніка пры наяўнасці нейтральнага проваду;

б) для гэтых жа варыянтаў разлічыць комплексныя напружанні і токі фаз прыёмніка пры адсутнасці (абрыве) нейтральнага проваду (трохправадны ланцуг);

в) для прыёмнікаў, уключаных па схеме  $\Delta$ , разлічыць комплексныя фазныя і лінейныя токі;

г) вызначыць актыўную, рэактыўную, поўную магутнасці ланцуга, а таксама каэфіцыент магутнасці ланцуга (трохправадны ланцуг);

д) пабудаваць на комплекснай плоскасці ў маштабе сумешчаную тапаграфічную дыяграму напружанняў і токаў.

#### **Задача 4. Разлік пераходных працэсаў у лінейных электрычных ланцугах**

А. Ланцуг другога парадку.

Варыянт у табл. 7 вызначаецца двума апошнімі лічбамі шыфру студэнта.

Для пабудовы ланцуга другога парадку выкарыстоўваюцца даныя слупкоў 3–9.

Тлумачэнні да табл. 7:

– элементы слупкоў 3–9 згрупаваны па гарызанталі ў здвоеныя радкі. Элементы кожнага здвоенага радка адносяцца адначасова да цотнага і на адзінку большага няцотнага варыянтаў;

– у клетцы здвоенага радка зверху паказана пара вузлоў (праз працяжнік) кожнай галіны, а ніжэй, у гарызантальным радку, запісаны значэнні паслядоўна ўключаных  $R$ -,  $L$ -,  $C$ -элементаў гэтай галіны;

– значэнні ўсіх  $R$  паказапы ў омах,  $L$  – у мілігенрах,  $C$  – у мікрафарадах;

– напрыклад, запіс у клетцы 50 – РК (варыянты 0, 1) азначае, што паслядоўна з  $R = 50 \Omega$  ўключаны размыкальны ключ (РК), а запіс 20 // ЗК (варыянты 76, 77) сведчыць, што замыкальны ключ (ЗК) ўключаны паралельна элементу  $R = 20 \Omega$ ;

– у клетках трэцяга слупка спачатку паказаны праз працяжнік вузлы галіны крыніцы, затым тыя крыніцы  $e(t)$  або  $J(t)$  і, калі ён ёсць, паслядоўна ўключаны пасіўны элемент;

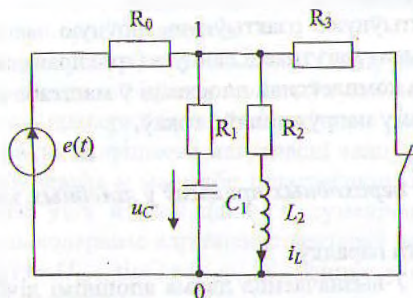
– парадак пераліку вузлоў актыўнай галіны (слупок 3) паказвае дадатны накірунак ЭРС  $e(t)$  або задавальнага току  $J(t)$ , а для пасіўных галін – дадатны накірунак токаў і напружанняў;

– элементы дзесятага слупка ў задачы А не выкарыстоўваюцца, яны будуць актываваны ў задачы Б.



Прыклад 11. Пяршы здвоены радок табл. 7 адносіцца да варыянтаў 0 і 1.

Схема, якая адпавядае гэтаму радку, мае наступны выгляд (мал. 30).



$$\begin{aligned} R_0 &= 10 \, \Omega \\ R_1 &= 8 \, \Omega, C_1 = 100 \, \mu\text{Ф} \\ R_2 &= 6 \, \Omega, L_2 = 10 \, \text{мГн} \\ R_3 &= 50 \, \Omega \end{aligned}$$

Мал. 30

Для задачы А выканаць наступнае.

а) па даных табл. 7 класіфі і намаляваць схему ланцуга другога парадку. Паказаць значэнні элементаў;

б) для пераменнай стану, паказанай у слупку 2, класічным метадам класіфі дыферэнцыяльнае ўраўненне другога парадку, лічачы, што крыніцы пераменныя. Ураўненне запісаць у знакавым (літарным) выглядзе і ў лікавым;

в) для ўсіх варыянтаў прыняць

$$e(t) = E = 60 \, \text{В} = \text{const};$$

$$J(t) = J = 12 \, \text{А} = \text{const}$$

і класічным метадам разлічыць пераменны ток  $i_L(t)$  або пераходнае напружанне  $u_C(t)$  (згодна варыянту);

г) пабудаваць графік пераходнага працэсу з указаннем усталяванай і свабоднай складовай.

Б. Ланцуг першага парадку.

У ланцугу другога парадку, выкарыстоўваючы даныя слупка 10, адзін рэактыўны элемент замясціць або перамычкай П, або разрывам Р, ці ўказаным супраціўленнем  $R_i$ . Атрымасм ланцуг першага парадку. Для гэтага ланцуга выканаць наступнае:



а) класічным метадам разлічыць, згодна варыянту, пераходныя  $i_L(t)$  або  $u_C(t)$ , улічваючы, што для ўсіх варыянтаў:

$$e(t) = 60 \sin 500t \text{ В};$$

$$J(t) = 12 \sin 500t \text{ А};$$

б) па формулах  $\tau = L / R_{\text{экв}}$ ;  $\tau = CR_{\text{экв}}$  разлічыць пастаянную часу ланцуга;

в) з пункта а) гэтай задачы ўзяць усталяваную складовую і апэратарным метадам знайсці свабодную складовую  $i_{L, \text{св}}(t)$  або  $u_{C, \text{св}}(t)$ ;

г) запісаць поўнае рашэнне як суму ўсталяванай і свабоднай складовых. Параўнаць з класічным рашэннем.

## Кантрольная работа № 2

Работа ўключае 4 заданні. Яны прыведзены ў дапаможніку [2].

**Заданне № 1** (с. 14) – разлік трохфазнага трансфарматара.

**Заданне № 2** (с. 25) – разлік асінхроннага рухавіка.

**Заданне № 3** (с. 38) – разлік рухавіка пастаяннага току.

**Заданне № 4** (с. 54) – выбар рухавіка.

Варыянт задання вызначаецца лікам, утвораным дзвюма апошнімі лічбамі шыфру студэнта.

Калі ён большы або роўны 50, то ад ліку адыхаецца 50.



| $N_n$ | Нумар ґаліны, яе<br>«пачатак» і «канец» |    |    |    |    |    |    |    | Супраціўленне, Ом |       |       |       |       |       |       |       | Крывіцы ЭРС, В |             | Знайсці |        |
|-------|-----------------------------------------|----|----|----|----|----|----|----|-------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------------|-------------|---------|--------|
|       | 1                                       | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | $R_1$             | $R_2$ | $R_3$ | $R_4$ | $R_5$ | $R_6$ | $R_7$ | $R_8$ |                |             | $U, В$  | $I, А$ |
| 1     | 2                                       | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10                | 11    | 12    | 13    | 14    | 15    | 16    | 17    | 18             | 19          | 20      | 21     |
| 0     | 23                                      | 35 | 56 | 64 | 41 | 12 | 52 | 34 | 140               | 460   | 650   | 530   | 320   | 230   | 350   | 560   | $E_2 = 500$    | $E_8 = 600$ | 13      | $I_1$  |
| 1     | 34                                      | 46 | 62 | 21 | 15 | 53 | 63 | 41 | 510               | 120   | 260   | 640   | 430   | 340   | 460   | 620   | $E_3 = 200$    | $E_5 = 600$ | 54      | $I_2$  |
| 2     | 34                                      | 45 | 52 | 21 | 16 | 63 | 53 | 41 | 610               | 120   | 230   | 540   | 430   | 340   | 450   | 520   | $E_4 = 200$    | $E_6 = 500$ | 64      | $I_5$  |
| 3     | 34                                      | 45 | 52 | 21 | 16 | 63 | 53 | 41 | 610               | 120   | 250   | 540   | 430   | 340   | 450   | 520   | $E_5 = 200$    | $E_7 = 500$ | 64      | $I_8$  |
| 4     | 35                                      | 56 | 61 | 12 | 24 | 43 | 63 | 52 | 420               | 210   | 160   | 650   | 530   | 350   | 560   | 610   | $E_6 = 100$    | $E_8 = 600$ | 45      | $I_3$  |
| 5     | 34                                      | 45 | 51 | 12 | 26 | 63 | 53 | 42 | 620               | 210   | 150   | 540   | 430   | 340   | 450   | 510   | $E_1 = 500$    | $E_7 = 100$ | 64      | $I_6$  |
| 6     | 34                                      | 45 | 51 | 12 | 26 | 63 | 53 | 42 | 620               | 210   | 150   | 540   | 430   | 340   | 450   | 510   | $E_2 = 500$    | $E_8 = 100$ | 64      | $I_1$  |
| 7     | 35                                      | 56 | 61 | 14 | 42 | 23 | 63 | 54 | 240               | 410   | 160   | 650   | 530   | 350   | 560   | 610   | $E_1 = 100$    | $E_2 = 600$ | 25      | $I_4$  |
| 8     | 24                                      | 46 | 61 | 13 | 35 | 52 | 62 | 43 | 530               | 310   | 160   | 640   | 420   | 460   | 240   | 610   | $E_1 = 100$    | $E_4 = 600$ | 54      | $I_7$  |
| 9     | 24                                      | 45 | 51 | 13 | 36 | 62 | 52 | 43 | 630               | 310   | 150   | 540   | 420   | 240   | 450   | 510   | $E_3 = 100$    | $E_5 = 500$ | 64      | $I_2$  |
| 10    | 34                                      | 46 | 62 | 25 | 51 | 13 | 63 | 45 | 150               | 520   | 260   | 640   | 430   | 340   | 460   | 620   | $E_4 = 200$    | $E_6 = 600$ | 14      | $I_5$  |
| 11    | 24                                      | 46 | 63 | 31 | 15 | 52 | 62 | 41 | 510               | 130   | 360   | 640   | 420   | 240   | 460   | 620   | $E_4 = 300$    | $E_6 = 600$ | 54      | $I_7$  |
| 12    | 24                                      | 45 | 53 | 31 | 16 | 62 | 52 | 41 | 610               | 130   | 350   | 540   | 420   | 240   | 450   | 530   | $E_5 = 300$    | $E_7 = 500$ | 64      | $I_2$  |
| 13    | 24                                      | 45 | 53 | 31 | 16 | 62 | 52 | 41 | 610               | 130   | 350   | 540   | 420   | 240   | 450   | 530   | $E_6 = 300$    | $E_8 = 500$ | 64      | $I_5$  |
| 14    | 25                                      | 56 | 63 | 31 | 14 | 42 | 62 | 51 | 410               | 130   | 360   | 650   | 520   | 250   | 560   | 630   | $E_1 = 600$    | $E_7 = 300$ | 45      | $I_8$  |
| 15    | 24                                      | 45 | 53 | 31 | 16 | 62 | 52 | 41 | 610               | 130   | 350   | 540   | 420   | 240   | 450   | 530   | $E_2 = 500$    | $E_8 = 300$ | 64      | $I_3$  |
| 16    | 24                                      | 45 | 53 | 31 | 16 | 62 | 52 | 41 | 610               | 130   | 350   | 540   | 420   | 240   | 450   | 230   | $E_1 = 300$    | $E_3 = 500$ | 64      | $I_6$  |
| 17    | 25                                      | 56 | 63 | 34 | 41 | 12 | 62 | 54 | 140               | 430   | 360   | 650   | 520   | 250   | 560   | 630   | $E_2 = 300$    | $E_4 = 600$ | 15      | $I_1$  |
| 18    | 14                                      | 46 | 62 | 23 | 35 | 51 | 61 | 43 | 530               | 320   | 260   | 640   | 410   | 140   | 460   | 620   | $E_3 = 200$    | $E_5 = 600$ | 54      | $I_4$  |
| 19    | 14                                      | 45 | 52 | 23 | 36 | 61 | 51 | 43 | 530               | 320   | 250   | 540   | 410   | 140   | 450   | 520   | $E_4 = 200$    | $E_6 = 500$ | 64      | $I_7$  |
| 20    | 24                                      | 46 | 63 | 35 | 51 | 12 | 62 | 45 | 150               | 530   | 360   | 640   | 420   | 240   | 460   | 630   | $E_5 = 300$    | $E_7 = 600$ | 14      | $I_2$  |
| 21    | 23                                      | 36 | 64 | 41 | 15 | 52 | 62 | 31 | 510               | 140   | 460   | 630   | 320   | 230   | 360   | 640   | $E_5 = 400$    | $E_7 = 600$ | 53      | $I_4$  |
| 22    | 23                                      | 35 | 54 | 41 | 16 | 62 | 52 | 31 | 610               | 140   | 450   | 530   | 320   | 230   | 350   | 540   | $E_6 = 400$    | $E_8 = 500$ | 63      | $I_7$  |

Табліца 3

ДАДАТАК

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |     |     |     |             |             |    |       |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-------------|-------------|----|-------|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10  | 11  | 12  | 13  | 14  | 15  | 16  | 17  | 18          | 19          | 20 | 21    |
| 23 | 23 | 35 | 54 | 41 | 16 | 62 | 52 | 31 | 610 | 140 | 450 | 530 | 320 | 230 | 350 | 540 | $E_1 = 500$ | $E_7 = 400$ | 63 | $I_2$ |
| 24 | 24 | 46 | 65 | 51 | 13 | 32 | 62 | 41 | 310 | 150 | 560 | 640 | 420 | 240 | 460 | 650 | $E_2 = 600$ | $E_8 = 500$ | 34 | $I_5$ |
| 25 | 23 | 35 | 54 | 41 | 16 | 62 | 52 | 31 | 610 | 140 | 450 | 530 | 320 | 230 | 350 | 540 | $E_1 = 400$ | $E_3 = 500$ | 63 | $I_8$ |
| 26 | 23 | 35 | 54 | 41 | 16 | 62 | 52 | 31 | 610 | 140 | 450 | 530 | 320 | 230 | 350 | 540 | $E_2 = 400$ | $E_4 = 500$ | 63 | $I_3$ |
| 27 | 24 | 46 | 65 | 53 | 31 | 12 | 62 | 43 | 130 | 350 | 560 | 640 | 420 | 240 | 460 | 650 | $E_3 = 500$ | $E_5 = 600$ | 14 | $I_6$ |
| 28 | 13 | 36 | 64 | 42 | 25 | 51 | 61 | 32 | 520 | 240 | 460 | 630 | 310 | 130 | 360 | 640 | $E_4 = 400$ | $E_6 = 600$ | 53 | $I_1$ |
| 29 | 13 | 35 | 54 | 42 | 26 | 61 | 51 | 32 | 620 | 240 | 450 | 530 | 310 | 130 | 350 | 540 | $E_5 = 400$ | $E_7 = 500$ | 63 | $I_4$ |
| 30 | 23 | 36 | 65 | 51 | 14 | 42 | 62 | 31 | 410 | 150 | 540 | 630 | 320 | 230 | 360 | 640 | $E_6 = 400$ | $E_8 = 600$ | 13 | $I_7$ |
| 31 | 23 | 35 | 54 | 41 | 16 | 62 | 52 | 31 | 610 | 140 | 450 | 530 | 320 | 230 | 360 | 650 | $E_6 = 500$ | $E_8 = 600$ | 43 | $I_1$ |
| 32 | 23 | 35 | 54 | 41 | 16 | 62 | 52 | 31 | 610 | 140 | 450 | 530 | 320 | 230 | 350 | 540 | $E_1 = 500$ | $E_7 = 400$ | 63 | $I_4$ |
| 33 | 23 | 35 | 54 | 41 | 16 | 62 | 52 | 31 | 610 | 140 | 450 | 530 | 320 | 230 | 350 | 540 | $E_2 = 500$ | $E_8 = 600$ | 63 | $I_7$ |
| 34 | 24 | 46 | 65 | 51 | 13 | 32 | 62 | 41 | 310 | 150 | 560 | 640 | 420 | 240 | 460 | 650 | $E_1 = 500$ | $E_3 = 600$ | 34 | $I_2$ |
| 35 | 23 | 35 | 54 | 41 | 16 | 62 | 52 | 31 | 610 | 140 | 450 | 510 | 320 | 230 | 350 | 540 | $E_2 = 400$ | $E_4 = 500$ | 63 | $I_5$ |
| 36 | 23 | 35 | 54 | 41 | 16 | 62 | 52 | 31 | 610 | 140 | 450 | 510 | 320 | 230 | 350 | 540 | $E_3 = 400$ | $E_5 = 500$ | 63 | $I_8$ |
| 37 | 24 | 46 | 65 | 53 | 31 | 12 | 62 | 43 | 130 | 350 | 560 | 640 | 420 | 240 | 460 | 650 | $E_4 = 500$ | $E_6 = 600$ | 14 | $I_3$ |
| 38 | 13 | 36 | 64 | 42 | 25 | 51 | 61 | 32 | 520 | 240 | 460 | 630 | 310 | 130 | 360 | 640 | $E_5 = 400$ | $E_7 = 600$ | 53 | $I_6$ |
| 39 | 13 | 35 | 54 | 42 | 26 | 61 | 51 | 32 | 620 | 240 | 450 | 530 | 310 | 130 | 350 | 540 | $E_6 = 400$ | $E_8 = 500$ | 63 | $I_1$ |
| 40 | 23 | 36 | 65 | 54 | 41 | 12 | 62 | 34 | 140 | 450 | 560 | 630 | 320 | 230 | 360 | 650 | $E_1 = 400$ | $E_3 = 500$ | 13 | $I_4$ |
| 41 | 23 | 35 | 56 | 61 | 14 | 42 | 52 | 31 | 410 | 160 | 650 | 530 | 320 | 230 | 350 | 560 | $E_1 = 500$ | $E_7 = 600$ | 43 | $I_6$ |
| 42 | 23 | 34 | 45 | 51 | 16 | 62 | 42 | 31 | 610 | 150 | 540 | 430 | 320 | 230 | 340 | 450 | $E_2 = 400$ | $E_8 = 500$ | 63 | $I_1$ |
| 43 | 23 | 34 | 45 | 51 | 16 | 62 | 42 | 31 | 610 | 150 | 540 | 430 | 320 | 230 | 340 | 450 | $E_1 = 500$ | $E_3 = 400$ | 63 | $I_4$ |
| 44 | 24 | 45 | 56 | 61 | 13 | 32 | 52 | 41 | 310 | 160 | 650 | 540 | 420 | 240 | 450 | 560 | $E_2 = 600$ | $E_4 = 500$ | 34 | $I_7$ |
| 45 | 23 | 34 | 45 | 51 | 16 | 42 | 31 | 62 | 610 | 150 | 540 | 430 | 320 | 230 | 340 | 450 | $E_3 = 500$ | $E_5 = 400$ | 63 | $I_2$ |
| 46 | 23 | 34 | 45 | 51 | 62 | 16 | 42 | 31 | 610 | 150 | 540 | 430 | 320 | 230 | 340 | 450 | $E_4 = 500$ | $E_6 = 600$ | 63 | $I_5$ |
| 47 | 24 | 45 | 56 | 63 | 31 | 12 | 52 | 43 | 160 | 360 | 650 | 540 | 420 | 240 | 450 | 560 | $E_5 = 600$ | $E_7 = 500$ | 14 | $I_8$ |
| 48 | 13 | 35 | 56 | 62 | 24 | 41 | 51 | 32 | 420 | 260 | 650 | 530 | 310 | 130 | 350 | 560 | $E_6 = 600$ | $E_8 = 500$ | 43 | $I_3$ |
| 49 | 13 | 34 | 45 | 52 | 26 | 61 | 41 | 32 | 620 | 250 | 540 | 430 | 310 | 130 | 340 | 450 | $E_1 = 400$ | $E_7 = 500$ | 63 | $I_6$ |

Заканчэнне табл. 3



| $N_n$ | $U_n$ ,<br>В | $\Psi_n$ ,<br>град | Нумар галіны, яе<br>«пачатак» і «канец» |    |    |    | $R_1$ ,<br>Ом | $L_1$ ,<br>мГн | $C_1$ ,<br>мкФ | $R_2$ ,<br>Ом | $L_2$ ,<br>мГн | $C_2$ ,<br>мкФ | $R_3$ ,<br>Ом | $L_3$ ,<br>мГн | $C_3$ ,<br>мкФ | $R_4$ ,<br>Ом | $L_4$ ,<br>мГн | $C_4$ ,<br>мкФ | $U_n$ ,<br>В |
|-------|--------------|--------------------|-----------------------------------------|----|----|----|---------------|----------------|----------------|---------------|----------------|----------------|---------------|----------------|----------------|---------------|----------------|----------------|--------------|
|       |              |                    | 1                                       | 2  | 3  | 4  |               |                |                |               |                |                |               |                |                |               |                |                |              |
| 1     | 2            | 3                  | 4                                       | 5  | 6  | 7  | 8             | 9              | 10             | 11            | 12             | 13             | 14            | 15             | 16             | 17            | 18             | 19             | 20           |
| 0     | 141          | 0                  | 12                                      | 23 | 23 | 12 | 25            | 96             | 200            | —             | 127            | 106            | 10            | —              | 53             | 30            | —              | —              | 12           |
| 1     | 71           | 30                 | 12                                      | 23 | 23 | —  | 60            | —              | 106            | 100           | 509            | 20             | 30            | 191            | —              | —             | —              | —              | 23           |
| 2     | 282          | 45                 | 12                                      | 23 | —  | 12 | 30            | 191            | 250            | 50            | —              | 53             | —             | —              | —              | 10            | 127            | 106            | 18           |
| 3     | 282          | 60                 | 12                                      | 23 | 23 | 12 | —             | 32             | 320            | 20            | 191            | —              | 15            | 159            | 40             | —             | 127            | —              | 12           |
| 4     | 369          | -45                | 12                                      | 23 | 23 | 12 | 80            | 191            | —              | —             | 238            | 106            | 40            | 159            | —              | 25            | 32             | —              | 12           |
| 5     | 71           | -30                | 12                                      | 23 | 23 | —  | 30            | —              | 315            | 100           | —              | 20             | 70            | 251            | —              | —             | —              | —              | 23           |
| 6     | 282          | -60                | 12                                      | —  | 23 | 12 | 100           | 127            | 400            | —             | —              | —              | 20            | —              | 53             | 30            | 64             | 53             | 23           |
| 7     | 100          | 0                  | 12                                      | —  | 23 | 12 | 50            | —              | 320            | —             | —              | —              | 50            | 16             | 106            | 50            | —              | 53             | 13           |
| 8     | 564          | 45                 | 12                                      | 23 | —  | 12 | 10            | 16             | 250            | 45            | 238            | 106            | —             | —              | —              | —             | 64             | —              | 12           |
| 9     | 128          | 30                 | 12                                      | 23 | 23 | —  | 70            | 127            | —              | 25            | 64             | 53             | 25            | —              | 20             | —             | —              | —              | 23           |
| 10    | 141          | -30                | 12                                      | —  | 23 | 12 | 2             | —              | 637            | —             | —              | —              | 4             | 15,9           | —              | 3             | —              | 300            | 23           |
| 11    | 71           | -45                | 12                                      | 23 | 23 | —  | 40            | 19,1           | —              | —             | 637            | —              | 40            | 31,8           | —              | —             | —              | —              | 23           |
| 12    | 85           | 0                  | 12                                      | 23 | —  | 12 | 8             | 15,9           | —              | 10            | —              | 318            | —             | —              | —              | 4             | —              | —              | 13           |
| 13    | 282          | -60                | 12                                      | 23 | —  | 12 | —             | 8              | 637            | 3             | 15,9           | 300            | —             | —              | —              | 4             | —              | —              | 13           |
| 14    | 180          | 45                 | 12                                      | —  | 23 | 12 | 10            | 15,9           | —              | —             | —              | —              | 100           | 115            | 100            | 4             | 1000           | —              | 13           |
| 15    | 114          | -30                | 12                                      | 23 | 23 | —  | 35            | —              | —              | 20            | 15,9           | 159            | —             | 31,8           | —              | —             | —              | —              | 12           |
| 16    | 71           | 0                  | 12                                      | 23 | 23 | —  | 10            | 31,8           | —              | 8             | —              | 1600           | 10            | 95             | —              | —             | —              | —              | 12           |
| 17    | 141          | -60                | 12                                      | —  | 23 | 12 | 15            | —              | 637            | —             | —              | —              | 10            | —              | 159            | —             | 95             | —              | 23           |
| 18    | 564          | 45                 | 12                                      | 23 | —  | 12 | 15            | —              | 637            | 10            | —              | 159            | —             | —              | —              | —             | 95             | —              | 23           |
| 19    | 71           | 30                 | 12                                      | 23 | 23 | —  | 4             | 9,55           | —              | 40            | —              | 318            | 4             | —              | —              | —             | —              | —              | 13           |
| 20    | 86           | 60                 | 12                                      | —  | 23 | 12 | 35            | 15,9           | —              | —             | —              | —              | 20            | —              | —              | —             | 31,8           | —              | 12           |
| 21    | 71           | 60                 | 12                                      | —  | 23 | 12 | 2             | —              | 637            | —             | —              | —              | 3             | —              | 300            | 4             | 15,9           | —              | 12           |
| 22    | 86           | -30                | 12                                      | 23 | 23 | —  | 10            | 15,9           | —              | 4             | 1000           | —              | 100           | 115            | 100            | —             | —              | —              | 23           |
| 23    | 114          | 45                 | 12                                      | 23 | 23 | 12 | 10            | 15,9           | 637            | 4             | 1000           | —              | 100           | 115            | —              | 10            | —              | —              | 13           |
| 24    | 34           | 0                  | 12                                      | 23 | —  | 12 | 5             | 15,9           | 637            | 10            | —              | —              | —             | —              | —              | 8             | 6,37           | —              | 23           |

Табліца 4

|    |     |     |    |    |    |    |    |      |     |    |      |      |     |      |      |    |      |     |    |
|----|-----|-----|----|----|----|----|----|------|-----|----|------|------|-----|------|------|----|------|-----|----|
| 1  | 2   | 3   | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9    | 10  | 11 | 12   | 13   | 14  | 15   | 16   | 17 | 18   | 19  | 20 |
| 25 | 141 | 30  | 12 | 23 | 23 | —  | 5  | —    | 637 | 10 | 15,9 | —    | 8   | 6,37 | —    | —  | —    | —   | 13 |
| 26 | 114 | -60 | 12 | —  | 23 | 12 | 10 | 31,8 | —   | —  | —    | —    | 2   | —    | 1600 | 10 | 95   | —   | 23 |
| 27 | 141 | -45 | 12 | 23 | —  | 12 | 15 | —    | —   | 10 | —    | 159  | —   | —    | —    | —  | 95   | —   | 23 |
| 28 | 128 | 0   | 12 | —  | 23 | 12 | 15 | —    | 637 | —  | —    | —    | 10  | —    | 159  | —  | 95   | —   | 12 |
| 29 | 141 | 60  | 12 | 23 | —  | 12 | 6  | 25   | —   | 4  | 9    | —    | —   | —    | —    | —  | —    | 159 | 23 |
| 30 | 564 | -30 | 12 | 23 | 23 | 12 | —  | 96   | 200 | —  | 127  | 106  | —   | —    | 53   | —  | 95   | —   | 13 |
| 31 | 100 | 30  | 12 | 23 | —  | 12 | 8  | 15,9 | —   | 10 | —    | 318  | —   | —    | —    | 4  | —    | —   | 23 |
| 32 | 71  | 0   | 12 | —  | 23 | 12 | 40 | 15,9 | —   | —  | —    | —    | —   | —    | 637  | 10 | 31,8 | —   | 13 |
| 33 | 71  | 60  | 12 | 23 | —  | 12 | 8  | 15,9 | —   | 10 | —    | 318  | —   | —    | —    | 4  | —    | —   | 12 |
| 34 | 282 | 45  | —  | 23 | 23 | 12 | —  | —    | —   | 15 | —    | 637  | 6   | 10   | 159  | —  | 95   | —   | 23 |
| 35 | 71  | -60 | 12 | 23 | —  | 12 | 5  | —    | 637 | 10 | 15,9 | —    | —   | —    | —    | 8  | 6,37 | —   | 12 |
| 36 | 142 | -45 | 12 | 23 | —  | 12 | 5  | 15,9 | —   | 10 | —    | 318  | —   | —    | —    | —  | 31,8 | —   | 23 |
| 37 | 180 | -45 | —  | 23 | 23 | 12 | —  | —    | —   | 25 | 96   | —    | —   | 127  | —    | 10 | —    | 53  | 13 |
| 38 | 141 | -30 | 12 | —  | 23 | 12 | —  | 159  | 106 | —  | —    | —    | 100 | —    | 20   | —  | —    | 43  | 12 |
| 39 | 71  | 30  | 12 | 23 | —  | 12 | 50 | —    | 320 | —  | 127  | —    | —   | —    | —    | 50 | —    | 53  | 12 |
| 40 | 282 | 0   | —  | 23 | 23 | 12 | —  | —    | —   | 60 | 238  | —    | 40  | 106  | —    | 25 | 32   | —   | 13 |
| 41 | 34  | 0   | 12 | 23 | —  | 12 | 50 | 64   | —   | 70 | —    | 20   | —   | —    | —    | 50 | —    | —   | 23 |
| 42 | 564 | 30  | 12 | —  | 23 | 12 | 10 | —    | 250 | —  | —    | —    | 45  | 238  | —    | —  | 127  | —   | 12 |
| 43 | 128 | -60 | 12 | 23 | —  | 12 | 10 | 31,8 | —   | 2  | —    | 1600 | —   | —    | —    | 10 | 95   | —   | 23 |
| 44 | 141 | -45 | —  | 23 | 23 | 12 | —  | —    | —   | 6  | 25   | —    | 4   | 9    | —    | —  | —    | 637 | 12 |
| 45 | 71  | 0   | —  | 23 | 23 | 12 | —  | —    | —   | 8  | —    | —    | 10  | 15,9 | 318  | 4  | —    | —   | 23 |
| 46 | 100 | 60  | 12 | 23 | 23 | 12 | 6  | 25   | —   | 4  | 9    | —    | —   | —    | 637  | —  | —    | 159 | 13 |
| 47 | 564 | -30 | 12 | 23 | —  | 12 | 40 | 19,1 | —   | —  | —    | 637  | —   | —    | —    | 40 | 31,8 | —   | 23 |
| 48 | 282 | 0   | —  | 23 | 23 | 12 | —  | —    | —   | 35 | 15,9 | —    | 20  | —    | 159  | —  | 31,8 | —   | 13 |
| 49 | 114 | 45  | —  | 23 | 23 | 12 | —  | 12   | —   | 5  | 15,9 | 318  | 10  | 31,8 | —    | —  | —    | —   | 23 |

Заканчэнне табл. 4

Таблиця 5

| $N_0$ | Схема з'лучення приймача | $U_n$<br>В | $\psi$ ,<br>град       | $Z_a(Z_{ab}), \text{ Ом}$ |          | $Z_b(Z_{bc}), \text{ Ом}$ |          | $Z_c(Z_{ca}), \text{ Ом}$ |          |
|-------|--------------------------|------------|------------------------|---------------------------|----------|---------------------------|----------|---------------------------|----------|
|       |                          |            |                        | $R$                       | $\pm jx$ | $R$                       | $\pm jx$ | $R$                       | $\pm jx$ |
| 1     | 2                        | 3          | 4                      | 5                         | 6        | 7                         | 8        | 9                         | $\pm jx$ |
| 0     | $\Delta$                 | 127        | $\psi_{ab} = 0$        | 0                         | $+j16,8$ | 8                         | 0        | 14,2                      | -j6      |
| 1     | $\Delta$                 | 127        | $\psi_{ab} = 30^\circ$ | 4                         | -j6      | 0                         | -j10     | 12                        | +j16     |
| 2     | $\Delta$                 | 220        | $\psi_{ab} = 0$        | 16                        | $+j12$   | 8                         | $+j14,2$ | 0                         | -j14,2   |
| 3     | $\Delta$                 | 380        | $\psi_{ab} = 0$        | 20                        | 0        | 4                         | +j10     | 20                        | $+j14,2$ |
| 4     | $\Delta$                 | 380        | $\psi_{ab} = 30^\circ$ | 8                         | -j15     | 8                         | $+j12$   | 16,2                      | $+j14,2$ |
| 5     | $\Delta$                 | 220        | $\psi_{ab} = 30^\circ$ | 12                        | $+j10$   | 0                         | -j10     | 12                        | -j10     |
| 6     | Y                        | 380        | $\psi_a = 0$           | 0                         | +j8      | 12                        | -j14     | 14                        | 0        |
| 7     | Y                        | 127        | $\psi_a = 30^\circ$    | 8                         | +j6      | 10                        | 0        | 12                        | -j15     |
| 8     | Y                        | 220        | $\psi_{ab} = 0$        | 9                         | +j8      | 0                         | +j10     | 24                        | +j18     |
| 9     | Y                        | 220        | $\psi_{ab} = 30^\circ$ | 16                        | -j15     | 4                         | $+j16,2$ | 15                        | -j16     |
| 10    | Y                        | 380        | $\psi_{ab} = 30^\circ$ | 0                         | $+j10$   | 12                        | $+j16,2$ | 0                         | -j10     |
| 11    | Y                        | 127        | $\psi_a = 0$           | 16,8                      | $+j14$   | 6                         | +j8      | 14                        | -j16,2   |
| 12    | $\Delta$                 | 220        | $\psi_{ab} = 0$        | 7                         | -j15     | 14,2                      | 0        | 20                        | +j24     |
| 13    | $\Delta$                 | 380        | $\psi_{ab} = 0$        | 4                         | 0        | 8                         | -j16,2   | 10                        | 0        |
| 14    | $\Delta$                 | 127        | $\psi_{ab} = 30^\circ$ | 18                        | -j12     | 6                         | +j12     | 4                         | +j3      |
| 15    | $\Delta$                 | 220        | $\psi_{ab} = 30^\circ$ | 24                        | +j30     | 22                        | +j20     | 8                         | +j6      |
| 16    | Y                        | 220        | $\psi_a = 0$           | 6                         | +j8      | 8                         | +j6      | 3                         | -j4      |
| 17    | Y                        | 220        | $\psi_a = 30^\circ$    | 6                         | 0        | 8                         | +j6      | 4                         | +j3      |
| 18    | Y                        | 220        | $\psi_{ab} = 0$        | 8                         | +j6      | 8                         | 0        | 6                         | +j8      |
| 19    | Y                        | 220        | $\psi_{ab} = 30^\circ$ | 10                        | +j8      | 5                         | +j9      | 3                         | 0        |
| 20    | $\Delta$                 | 220        | $\psi_{ab} = 0$        | 5                         | +j7      | 0                         | +j10     | 8                         | +j6      |
| 21    | $\Delta$                 | 220        | $\psi_{ab} = 0$        | 0                         | +j5      | 8                         | +j6      | 3                         | +j4      |
| 22    | Y                        | 380        | $\psi_a = 0$           | 10                        | 0        | 12                        | -j16     | 10                        | +j20     |
| 23    | Y                        | 380        | $\psi_a = 30^\circ$    | 4                         | +j6      | 0                         | -j12     | 5                         | +j8      |
| 24    | Y                        | 380        | $\psi_{ab} = 0$        | 16                        | -j12     | 8                         | -j6      | 6                         | +j8      |
| 25    | Y                        | 380        | $\psi_{ab} = 30^\circ$ | 6                         | +j8      | 3                         | -j4      | 15                        | +j8      |



Заканчивание табл. 5

| 1  | 2         | 3   | 4                      | 5    | 6        | 7    | 8        | 9    | 10     |
|----|-----------|-----|------------------------|------|----------|------|----------|------|--------|
| 26 | $\Delta$  | 380 | $\psi_{ab} = 0$        | 8    | $+j15$   | 6    | $-j8$    | 4    | $+j3$  |
| 27 | $\Delta$  | 380 | $\psi_{ab} = 30^\circ$ | 8    | $-j6$    | 15   | $+j8$    | 3    | $+j5$  |
| 28 | $\Delta$  | 220 | $\psi_{ab} = 0$        | 10   | $+j4$    | 3    | $+j4$    | 9    | $-j12$ |
| 29 | $\Delta$  | 380 | $\psi_{ab} = 30^\circ$ | 10   | $+j3$    | 4    | $-j3$    | 12   | $-j9$  |
| 30 | $\bar{Y}$ | 380 | $\psi_a = 0$           | 20   | 0        | 0    | $+j12$   | 0    | $-j12$ |
| 31 | $\Delta$  | 220 | $\psi_{ab} = 0$        | 11   | $+j13$   | 6    | $-j8$    | 18   | $-j24$ |
| 32 | $\Delta$  | 380 | $\psi_{ab} = 0$        | 19   | $+j16$   | 8    | $-j8$    | 24   | $+j18$ |
| 33 | $\bar{Y}$ | 220 | $\psi_{ab} = 0$        | 20   | 0        | 12   | $+j16$   | 18   | $-j24$ |
| 34 | $\bar{Y}$ | 380 | $\psi_{ab} = 30^\circ$ | 20   | $+j16$   | 16   | $-j12$   | 12   | $+j9$  |
| 35 | $\bar{Y}$ | 380 | $\psi_{ab} = 30^\circ$ | 22   | $+j17$   | 3    | $+j2$    | 9    | $-j12$ |
| 36 | $\bar{Y}$ | 380 | $\psi_a = 30^\circ$    | 0    | $+j38$   | 2    | $-j2$    | 6    | $+j8$  |
| 37 | $\bar{Y}$ | 220 | $\psi_a = 30^\circ$    | 0    | $+j20$   | 18   | $+j24$   | 4    | $-j3$  |
| 38 | $\bar{Y}$ | 380 | $\psi_a = 0$           | 24   | $-j18$   | 0    | $+j19$   | 3    | $+j4$  |
| 39 | $\Delta$  | 127 | $\psi_{ab} = 0$        | 8    | $+j8$    | 8    | $+j6$    | 6    | $-j6$  |
| 40 | $\Delta$  | 220 | $\psi_{ab} = 30^\circ$ | 8    | $-j8$    | 8    | $+j6$    | 6    | $+j8$  |
| 41 | $\Delta$  | 380 | $\psi_{ab} = 0$        | 8    | $+j4$    | 6    | $-j4$    | 3    | $+j8$  |
| 42 | $\Delta$  | 127 | $\psi_{ab} = 0$        | 16,8 | $+j8$    | 3    | $-j14,2$ | 6    | $+j4$  |
| 43 | $\Delta$  | 220 | $\psi_{ab} = 30^\circ$ | 6    | $-j4$    | 14,2 | $+j3$    | 16,8 | $+j8$  |
| 44 | $\Delta$  | 380 | $\psi_{ab} = 0$        | 4    | $+j8$    | 6    | $+j3$    | 4    | $+j8$  |
| 45 | $\bar{Y}$ | 127 | $\psi_a = 30^\circ$    | 16,8 | $+j8$    | 8    | $+j14,2$ | 6    | $+j4$  |
| 46 | $\bar{Y}$ | 220 | $\psi_a = 0$           | 8    | $-j16,8$ | 14,2 | $+j8$    | 4    | $-j6$  |
| 47 | $\bar{Y}$ | 380 | $\psi_{ab} = 0$        | 16,8 | $+j14,2$ | 8    | $-j8$    | 6    | $-j4$  |
| 48 | $\bar{Y}$ | 127 | $\psi_{ab} = 30^\circ$ | 16   | $+j8$    | 8    | $+j6$    | 14,2 | $+j8$  |
| 49 | $\bar{Y}$ | 380 | $\psi_a = 0$           | 4    | $-j8$    | 6    | $+j3$    | 4    | $+j8$  |

Таблица 6

| Кэффи-<br>циент | Нумар варыянта карэцыі $N_k$ |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-----------------|------------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
|                 | 1                            | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   | 9   | 10  |
| $K_1$           | 1,0                          | 1,1 | 1,2 | 1,3 | 1,4 | 1,5 | 1,6 | 1,7 | 1,8 | 1,9 |
| $K_2$           | 0,5                          | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 | 1,0 | 1,1 | 1,2 | 1,3 | 1,4 |
| $K_3$           | 1,5                          | 1,4 | 1,3 | 1,2 | 1,1 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 |

Працяг табл. 6

| Кэффи-<br>циент | Нумар варыянта карэцыі $N_k$ |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-----------------|------------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
|                 | 11                           | 12  | 13  | 14  | 15  | 16  | 17  | 18  | 19  | 20  |
| $K_1$           | 2,0                          | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 | 1,0 | 1,1 | 1,2 | 1,3 |
| $K_2$           | 1,5                          | 1,6 | 1,7 | 1,8 | 1,9 | 2,0 | 1,9 | 1,8 | 1,7 | 1,6 |
| $K_3$           | 1,0                          | 1,7 | 1,6 | 1,9 | 1,8 | 0,5 | 2,0 | 0,6 | 0,7 | 0,8 |

Заканчэнне табл. 6

| Кэффи-<br>циент | Нумар варыянта карэцыі $N_k$ |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-----------------|------------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
|                 | 21                           | 22  | 23  | 24  | 25  | 26  | 27  | 28  | 29  | 30  |
| $K_1$           | 1,4                          | 1,5 | 1,6 | 1,7 | 1,8 | 1,9 | 2,0 | 0,5 | 0,6 | 0,7 |
| $K_2$           | 0,5                          | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 | 1,0 | 1,2 | 1,3 | 1,5 | 1,4 |
| $K_3$           | 0,9                          | 1,1 | 1,0 | 2,0 | 1,9 | 1,8 | 1,7 | 1,5 | 1,2 | 1,3 |

Таблица 7

| №<br>ва-<br>ры-<br>янта | Пера-<br>мя-<br>ная<br>стану | Вузлы і<br>элементы<br>галіны<br>хрышчы | Нумар галіны, яе вузлы і элементы |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       | Змя-<br>шчэнне $L_1$ -<br>або<br>С-эле-<br>ментаў |       |       |
|-------------------------|------------------------------|-----------------------------------------|-----------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|---------------------------------------------------|-------|-------|
|                         |                              |                                         | 1                                 |       | 2     |       | 3     |       | 4     |       | 5     |       |       | 6     |       |       |       |                                                   |       |       |
|                         |                              |                                         | $R_1$                             | $L_1$ | $C_1$ | $R_2$ | $L_2$ | $C_2$ | $R_3$ | $L_3$ | $C_3$ | $R_4$ | $L_4$ | $C_4$ | $R_5$ | $L_5$ | $C_5$ |                                                   | $R_6$ | $L_6$ |
| 1                       | 2                            | 3                                       | 4                                 | 4     | 5     | 5     | 6     | 6     | 7     | 7     | 8     | 8     | 9     | 9     | 10    | 10    | 10    | 10                                                | 10    | 10    |
| 0                       | $i_L$                        | $0-1, e(t)$                             | 1-0                               | 1-0   | 1-0   | 1-0   | 1-0   | 1-0   | 1-0   | 1-0   | 1-0   | 1-0   | 1-0   | 1-0   | 1-0   | 1-0   | 1-0   | 1-0                                               | 1-0   | 1-0   |
| 1                       | $u_C$                        | $R_0 = 10$                              | 8                                 | 100   | 6     | 10    | 50    | PK    | PK    | PK    | PK    | PK    | PK    | PK    | PK    | PK    | PK    | PK                                                | PK    | PK    |
| 2                       | $i_L$                        | $0-1$                                   | 1-2                               | 1-2   | 1-2   | 1-2   | 1-2   | 1-2   | 1-2   | 1-2   | 1-2   | 1-2   | 1-2   | 1-2   | 1-2   | 1-2   | 1-2   | 1-2                                               | 1-2   | 1-2   |
| 3                       | $u_C$                        | $J(t)$                                  | 6                                 | 6     | 6     | 6     | 6     | 6     | 6     | 6     | 6     | 6     | 6     | 6     | 6     | 6     | 6     | 6                                                 | 6     | 6     |
| 4                       | $i_L$                        | $0-1, e(t)$                             | 1-0                               | 1-0   | 1-0   | 1-0   | 1-0   | 1-0   | 1-0   | 1-0   | 1-0   | 1-0   | 1-0   | 1-0   | 1-0   | 1-0   | 1-0   | 1-0                                               | 1-0   | 1-0   |
| 5                       | $u_C$                        | $R_0 = 8$                               | 4                                 | 12    | 6     | 120   | 25    | 3K    | 3K    | 3K    | 3K    | 3K    | 3K    | 3K    | 3K    | 3K    | 3K    | 3K                                                | 3K    | 3K    |
| 6                       | $i_L$                        | $0-1$                                   | 1-2                               | 1-2   | 1-2   | 1-2   | 1-2   | 1-2   | 1-2   | 1-2   | 1-2   | 1-2   | 1-2   | 1-2   | 1-2   | 1-2   | 1-2   | 1-2                                               | 1-2   | 1-2   |
| 7                       | $u_C$                        | $J(t)$                                  | 6                                 | 6     | 6     | 6     | 6     | 6     | 6     | 6     | 6     | 6     | 6     | 6     | 6     | 6     | 6     | 6                                                 | 6     | 6     |
| 8                       | $i_L$                        | $0-1, e(t)$                             | 1-0                               | 1-0   | 1-0   | 1-0   | 1-0   | 1-0   | 1-0   | 1-0   | 1-0   | 1-0   | 1-0   | 1-0   | 1-0   | 1-0   | 1-0   | 1-0                                               | 1-0   | 1-0   |
| 9                       | $u_C$                        | $R_0 = 10$                              | 4                                 | 14    | 6     | 180   | 60    | PK    | PK    | PK    | PK    | PK    | PK    | PK    | PK    | PK    | PK    | PK                                                | PK    | PK    |
| 10                      | $i_L$                        | $0-1$                                   | 1-0                               | 1-0   | 1-0   | 1-2   | 1-2   | 1-2   | 1-2   | 1-2   | 1-2   | 1-2   | 1-2   | 1-2   | 1-2   | 1-2   | 1-2   | 1-2                                               | 1-2   | 1-2   |
| 11                      | $u_C$                        | $J(t)$                                  | 12                                | 12    | 12    | 12    | 12    | 12    | 12    | 12    | 12    | 12    | 12    | 12    | 12    | 12    | 12    | 12                                                | 12    | 12    |
| 12                      | $i_L$                        | $0-1, e(t)$                             | 1-0                               | 1-0   | 1-0   | 1-2   | 1-2   | 1-2   | 1-2   | 1-2   | 1-2   | 1-2   | 1-2   | 1-2   | 1-2   | 1-2   | 1-2   | 1-2                                               | 1-2   | 1-2   |
| 13                      | $u_C$                        | $R_0 = 12$                              | 6                                 | 180   | 6     | 18    | 6     | PK    | PK    | PK    | PK    | PK    | PK    | PK    | PK    | PK    | PK    | PK                                                | PK    | PK    |
| 14                      | $i_L$                        | $0-1$                                   | 1-0                               | 1-0   | 1-0   | 1-2   | 1-2   | 1-2   | 1-2   | 1-2   | 1-2   | 1-2   | 1-2   | 1-2   | 1-2   | 1-2   | 1-2   | 1-2                                               | 1-2   | 1-2   |
| 15                      | $u_C$                        | $J(t)$                                  | 200                               | 200   | 200   | 200   | 200   | 200   | 200   | 200   | 200   | 200   | 200   | 200   | 200   | 200   | 200   | 200                                               | 200   | 200   |
| 16                      | $i_L$                        | $0-1, e(t)$                             | 1-2                               | 1-2   | 1-2   | 2-3   | 2-3   | 2-3   | 2-3   | 2-3   | 2-3   | 2-3   | 2-3   | 2-3   | 2-3   | 2-3   | 2-3   | 2-3                                               | 2-3   | 2-3   |
| 17                      | $u_C$                        | $R_0 = 8$                               | 4                                 | 4     | 4     | 6     | 20    | 30    | 30    | 30    | 30    | 30    | 30    | 30    | 30    | 30    | 30    | 30                                                | 30    | 30    |
| 18                      | $i_L$                        | $0-1$                                   | 1-0                               | 1-0   | 1-0   | 1-0   | 1-0   | 1-0   | 1-0   | 1-0   | 1-0   | 1-0   | 1-0   | 1-0   | 1-0   | 1-0   | 1-0   | 1-0                                               | 1-0   | 1-0   |
| 19                      | $u_C$                        | $J(t)$                                  | 12                                | 12    | 12    | 6     | 25    | 10    | 10    | 10    | 10    | 10    | 10    | 10    | 10    | 10    | 10    | 10                                                | 10    | 10    |

Працяг табл. 7

| 1  | 2     | 3           | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     | 10                          |
|----|-------|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-----------------------------|
| 20 | $i_L$ | $0-1, e(t)$ | $1-0$ | $1-0$ | $1-2$ | $2-0$ | $2-0$ | -     | $C_4 \rightarrow \Pi$       |
| 21 | $u_C$ | $L_0 = 20$  | $40$  | $40$  | $10$  | -     | $240$ | $160$ | $L_0 \rightarrow R_0 = 10$  |
| 22 | $i_L$ | $0-1$       | $1-0$ | $1-2$ | $2-0$ | $2-0$ | -     | -     | $C_1 \rightarrow \Pi$       |
| 23 | $u_C$ | $J(t)$      | $60$  | $10$  | $8$   | $20$  | $60$  | $PK$  | $L_4 \rightarrow \Pi$       |
| 24 | $i_L$ | $0-1, e(t)$ | $1-2$ | $2-0$ | $1-0$ | $1-0$ | -     | -     | $C_3 \rightarrow \Pi$       |
| 25 | $u_C$ | $R_0 = 10$  | $20$  | $8$   | $3K$  | $40$  | $400$ | $200$ | $L_1 \rightarrow R_1 = 12$  |
| 26 | $i_L$ | $0-1$       | $1-0$ | $1-2$ | $2-0$ | $2-0$ | -     | -     | $C_3 \rightarrow R_3 = 20$  |
| 27 | $u_C$ | $J(t)$      | $60$  | $10$  | $20$  | $100$ | $3K$  | -     | $L_2 \rightarrow \Pi$       |
| 28 | $i_L$ | $0-1, e(t)$ | $1-0$ | $1-2$ | $2-0$ | $1-0$ | -     | -     | $C_1 \rightarrow \Pi$       |
| 29 | $u_C$ | $R_0 = 6$   | $20$  | $10$  | $PK$  | $80$  | -     | -     | $L_3 \rightarrow R_3 = 10$  |
| 30 | $i_L$ | $0-1$       | $1-2$ | $2-0$ | $1-3$ | $3-0$ | $3-0$ | $1-0$ | $C_4 \rightarrow \Pi$       |
| 31 | $u_C$ | $J(t)$      | $50$  | $50$  | $3K$  | $40$  | $600$ | $400$ | $L_6 \rightarrow P$         |
| 32 | $i_L$ | $0-1, e(t)$ | $1-0$ | $1-2$ | $2-0$ | $2-0$ | -     | -     | $C_3 \rightarrow R_3 = 100$ |
| 33 | $u_C$ | $R_0 = 8$   | $20$  | $12$  | $400$ | $100$ | $PK$  | -     | $L_1 \rightarrow \Pi$       |
| 34 | $i_L$ | $0-1$       | $1-0$ | $1-2$ | $2-0$ | $2-0$ | -     | -     | $C_3 \rightarrow \Pi$       |
| 35 | $u_C$ | $J(t)$      | $12$  | $10$  | $20$  | $80$  | $PK$  | -     | $L_1 \rightarrow \Pi$       |
| 36 | $i_L$ | $0-1, e(t)$ | $1-2$ | $2-0$ | $2-0$ | $1-0$ | -     | -     | $C_2 \rightarrow R_2 = 60$  |
| 37 | $u_C$ | $L_0 = 16$  | $10$  | $800$ | $300$ | $200$ | -     | -     | $L_0 \rightarrow R_0 = 20$  |
| 38 | $i_L$ | $0-1$       | $1-0$ | $1-2$ | $2-0$ | $2-0$ | -     | -     | $C_1 \rightarrow \Pi$       |
| 39 | $u_C$ | $J(t)$      | $40$  | $30$  | $40$  | $120$ | $3K$  | -     | $L_3 \rightarrow R_3 = 120$ |
| 40 | $i_L$ | $0-1, e(t)$ | $1-0$ | $1-2$ | $2-0$ | $2-0$ | -     | -     | $C_3 \rightarrow R_3 = 20$  |
| 41 | $u_C$ | $L_0 = 10$  | $60$  | $10$  | $800$ | $80$  | $3K$  | -     | $L_0 \rightarrow R_0 = 20$  |
| 42 | $i_L$ | $0-1$       | $1-0$ | $1-2$ | $2-0$ | $2-0$ | -     | -     | $C_3 \rightarrow R_3 = 60$  |
| 43 | $u_C$ | $J(t)$      | $15$  | $10$  | $400$ | $60$  | $3K$  | -     | $L_1 \rightarrow \Pi$       |



Прайг табл. 7

| 1  | 2     | 3           | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   | 9   | 10                          |
|----|-------|-------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----------------------------|
| 44 | $i_L$ | $0-1, e(t)$ | 1-2 | 2-0 | 2-0 | 1-0 | -   | -   | $C_2 \rightarrow R_2 = 40$  |
| 45 | $u_C$ | $R_0 = 8$   | 8   | -   | 600 | 40  | 3К  | -   | $L_4 \rightarrow \Pi$       |
| 46 | $i_L$ | $0-1$       | 1-0 | 1-2 | 1-2 | 2-3 | 3-0 | -   | $C_3 \rightarrow P$         |
| 47 | $u_C$ | $J(t)$      | 60  | 6   | 20  | 300 | 60  | ПК  | $L_2 \rightarrow \Pi$       |
| 48 | $i_L$ | $0-1, e(t)$ | 1-0 | 1-0 | 1-0 | 1-0 | -   | -   | $C_1 \rightarrow P$         |
| 49 | $u_C$ | $R_0 = 12$  | -   | 600 | 8   | 10  | 240 | -   | $L_2 \rightarrow \Pi$       |
| 50 | $i_L$ | $0-1$       | 1-0 | 1-2 | 1-2 | 2-3 | 3-0 | 2-0 | $C_4 \rightarrow \Pi$       |
| 51 | $u_C$ | $J(t)$      | 20  | -   | 20  | 16  | 100 | 3К  | $L_2 \rightarrow P$         |
| 52 | $i_L$ | $0-1, e(t)$ | 1-2 | 2-0 | 1-0 | 1-0 | -   | -   | $C_3 \rightarrow P$         |
| 53 | $u_C$ | $R_0 = 10$  | 100 | 3К  | 100 | 400 | 20  | 12  | $L_4 \rightarrow \Pi$       |
| 54 | $i_L$ | $0-1$       | 1-2 | 1-2 | 2-3 | 3-0 | 2-0 | 1-0 | $C_2 \rightarrow P$         |
| 55 | $u_C$ | $J(t)$      | 160 | -   | 800 | 50  | 10  | 20  | $L_5 \rightarrow \Pi$       |
| 56 | $i_L$ | $0-1$       | 1-2 | 1-2 | 2-0 | 2-3 | 3-0 | 3-0 | $C_2 \rightarrow R_2 = 40$  |
| 57 | $u_C$ | $e(t)$      | 40  | 3К  | 100 | 50  | 18  | 200 | $L_5 \rightarrow P$         |
| 58 | $i_L$ | $0-1$       | 1-0 | 1-2 | 2-0 | 2-0 | -   | -   | $C_3 \rightarrow \Pi$       |
| 59 | $u_C$ | $J(t)$      | 100 | -   | 30  | 150 | 3К  | -   | $L_2 \rightarrow R_2 = 100$ |
| 60 | $i_L$ | $0-1$       | 1-2 | 1-2 | 2-0 | 2-3 | 3-0 | 3-0 | $C_2 \rightarrow P$         |
| 61 | $u_C$ | $e(t)$      | 120 | -   | 400 | 40  | 25  | 180 | $L_5 \rightarrow P$         |
| 62 | $i_L$ | $0-1$       | 1-0 | 1-2 | 2-0 | 2-0 | -   | -   | $C_1 \rightarrow \Pi$       |
| 63 | $u_C$ | $J(t)$      | 30  | 200 | 10  | 60  | 3К  | -   | $L_3 \rightarrow \Pi$       |
| 64 | $i_L$ | $0-1$       | 1-2 | 1-2 | 2-0 | 2-3 | 3-0 | 3-0 | $C_2 \rightarrow P$         |
| 65 | $u_C$ | $e(t)$      | 150 | -   | 300 | 20  | 12  | 80  | $L_5 \rightarrow \Pi$       |

Працяг табл. 7

| 1  | 2     | 3           | 4       | 5         | 6        | 7       | 8     | 9        | 10                         |
|----|-------|-------------|---------|-----------|----------|---------|-------|----------|----------------------------|
| 66 | $i_L$ | 0-1         | 1-0     | 1-2       | 2-0      | 2-0     | -     | -        | $C_3 \rightarrow \Pi$      |
| 67 | $u_C$ | $J(t)$      | 12 40 - | 20 -      | 15 - 120 | 140 -   | 3K    | -        | $L_1 \rightarrow \Pi$      |
| 68 | $i_L$ | 0-1, $e(t)$ | 1-2     | 1-2       | 2-0      | 1-0     | -     | -        | $C_2 \rightarrow R_2 = 12$ |
| 69 | $u_C$ | $L_0 = 20$  | 80 - -  | - - 50    | 15 - -   | 100 -   | 3K    | -        | $L_0 \rightarrow R_0 = 40$ |
| 70 | $i_L$ | 0-1         | 1-0     | 1-2       | 2-0      | 2-0     | -     | -        | $C_1 \rightarrow R_1 = 30$ |
| 71 | $u_C$ | $J(t)$      | - - 380 | 25 - -    | 16 28 -  | 90 -    | 3K    | -        | $L_3 \rightarrow \Pi$      |
| 72 | $i_L$ | 0-1, $e(t)$ | 1-0     | 1-2       | 2-0      | 2-0     | -     | -        | $C_3 \rightarrow \Pi$      |
| 73 | $u_C$ | $R_0 = 24$  | 36 - -  | - - 460   | 12 30 -  | 70 -    | 3K    | -        | $L_3 \rightarrow \Pi$      |
| 74 | $i_L$ | 0-1         | 1-0     | 1-2       | 2-0      | 2-0     | -     | -        | $C_3 \rightarrow \Pi$      |
| 75 | $u_C$ | $J(t)$      | 8 16 -  | 14 - -    | 20 - 600 | 140 -   | 3K    | -        | $L_1 \rightarrow \Pi$      |
| 76 | $i_L$ | 0-1, $e(t)$ | 1-3     | 3-2       | 1-2      | 2-0     | 2-0   | -        | $C_4 \rightarrow P$        |
| 77 | $u_C$ | $R_0 = 16$  | 40 - -  | 20 // 3K  | - 60 -   | - 150   | 120 - | -        | $L_3 \rightarrow \Pi$      |
| 78 | $i_L$ | 0-1         | 1-0     | 1-2       | 1-2      | 2-0     | 2-0   | -        | $C_2 \rightarrow P$        |
| 79 | $u_C$ | $J(t)$      | 60 - -  | - - 400   | 200 - -  | 20 60 - | 180 - | 3K       | $L_4 \rightarrow \Pi$      |
| 80 | $i_L$ | 0-1         | 1-2     | 1-2       | 2-3      | 2-3     | 3-0   | 2-0      | $C_2 \rightarrow P$        |
| 81 | $u_C$ | $e(t)$      | 100 - - | - - 100   | 120 - -  | - 40 -  | 30 -  | 160 - 3K | $L_4 \rightarrow P$        |
| 82 | $i_L$ | 0-1         | 1-0     | 1-2       | 1-2      | 2-0     | 2-0   | -        | $C_4 \rightarrow P$        |
| 83 | $u_C$ | $J(t)$      | 80 - -  | 40 - -    | - 40 -   | - 600   | 300 - | 3K       | $L_3 \rightarrow P$        |
| 84 | $i_L$ | 0-1, $e(t)$ | 1-0     | 1-2       | 2-0      | 2-0     | -     | -        | $C_3 \rightarrow \Pi$      |
| 85 | $u_C$ | $L_0 = 20$  | 40 - -  | 30 - -    | 15 - 300 | 80 -    | PK    | -        | $L_0 \rightarrow R_0 = 40$ |
| 86 | $i_L$ | 0-1         | 1-0     | 1-2       | 1-2      | 2-0     | 2-0   | -        | $C_3 \rightarrow P$        |
| 87 | $u_C$ | $J(t)$      | 80 - -  | 200 // 3K | - - 100  | 18 40 - | 220 - | -        | $L_4 \rightarrow \Pi$      |

Заканчонне табл. 7

| 1  | 2     | 3           | 4     | 5       | 6       | 7       | 8   | 9 | 10                                |
|----|-------|-------------|-------|---------|---------|---------|-----|---|-----------------------------------|
| 94 | $i_L$ | 0-1         | 1-0   | 1-2     | 1-2     | 1-2     | 2-0 | - | $C_3 \rightarrow P$               |
| 95 | $u_C$ | $J(t)$      | 60-   | 8 12 -  | - 160   | 50 - 3K | 50- | - | $L_2 \rightarrow \Pi$             |
| 96 | $i_L$ | 0-1, $e(t)$ | 1-0   | 1-2     | 2-0     | 2-0     | -   | - | $C_1 \rightarrow R_1 =$<br>$= 36$ |
| 97 | $u_C$ | $R_0 = 15$  | - 200 | 12 -    | 18 24 - | 40 - 3K | -   | - | $L_3 \rightarrow \Pi$             |
| 98 | $i_L$ | 0-1         | 1-0   | 1-2     | 1-2     | 1-2     | 2-0 | - | $C_3 \rightarrow P$               |
| 99 | $u_C$ | $J(t)$      | 40-   | 60 30 - | - 400   | 30 - PK | 40- | - | $L_2 \rightarrow \Pi$             |
| 94 | $i_L$ | 0-1         | 1-0   | 1-2     | 1-2     | 1-2     | 2-0 | - | $C_3 \rightarrow P$               |
| 95 | $u_C$ | $J(t)$      | 60-   | 8 12 -  | - 160   | 50 - 3K | 50- | - | $L_2 \rightarrow \Pi$             |
| 96 | $i_L$ | 0-1, $e(t)$ | 1-0   | 1-2     | 2-0     | 2-0     | -   | - | $C_1 \rightarrow R_1 =$<br>$= 36$ |
| 97 | $u_C$ | $R_0 = 15$  | - 200 | 12 -    | 18 24 - | 40 - 3K | -   | - | $L_3 \rightarrow \Pi$             |
| 98 | $i_L$ | 0-1         | 1-0   | 1-2     | 1-2     | 1-2     | 2-0 | - | $C_3 \rightarrow P$               |
| 99 | $u_C$ | $J(t)$      | 40-   | 60 30 - | - 400   | 30 - PK | 40- | - | $L_2 \rightarrow \Pi$             |

## ЛІТАРАТУРА

1. Горошко, В. И. Электротехника, основы электроники и электрооборудование химических производств: учеб. / В. И. Горошко, И. О. Оробей, Л. М. Давидович. – Минск: БГТУ, 2006. – 246 с.
2. Трансформаторы, электрические машины и электропривод: учеб.-метод. пособие по курсу «Электротехника» / сост. В. И. Горошко, В. К. Мороз. – Минск: БГТУ, 2006. – 60 с.
3. Бессонов, Л. А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи: учебник / Л. А. Бессонов. – М.: Гардарики, 2002. – 638 с.
4. Сборник задач и упражнений по теоретическим основам электротехники / под ред. П. А. Ионкина. – М.: Энергоатомиздат, 1982. – 768 с.
5. Брускин, Д. Э. Электрические машины и микромашины / Д. Э. Брускин, А. Э. Зорохович, В. С. Хвостов. – М.: Высшая школа, 1990. – 527 с.



## ЗМЕСТ

|                                                                                                                            |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| ПРАДМОВА .....                                                                                                             | 3  |
| 1. Праграма дысцыпліны .....                                                                                               | 4  |
| 2. Метадычныя ўказанні па асобных раздзелах дысцыпліны .....                                                               | 11 |
| 2.1. Электрычныя ланцугі пастаяннага току .....                                                                            | 11 |
| 2.1.1. Ідэальныя крыніцы. Элементы ланцуга. Законы Кірхгофа. Абагульнены закон Ома .....                                   | 11 |
| 2.1.2. Метады разліку складаных электрычных ланцугоў .....                                                                 | 16 |
| 2.2. Электрычныя ланцугі ва ўсталяваных сінусаідальным і несінусаідальным рэжымах .....                                    | 24 |
| 2.2.1. Комплексны метад разліку ланцугоў сінусаідальнага току ....                                                         | 24 |
| 2.2.2. Ланцугі пераходнага несінусаідальнага току .....                                                                    | 27 |
| 2.3. Пераходныя працэсы ў лінейных электрычных ланцугах .....                                                              | 29 |
| 2.3.1. Агульныя звесткі .....                                                                                              | 29 |
| 2.3.2. Методыка складання дыферэнцыяльнага ўраўнення ланцуга ..                                                            | 30 |
| 2.4. Агульная методыка разліку класічным метадам пераходных працэсаў у лінейных ланцугах другога парадку .....             | 34 |
| 2.5. Разлік пераходнага працэсу ў ланцугу першага парадку з сінусаідальнай крыніцай току .....                             | 40 |
| 2.6. Аператарны метад разліку пераходных працэсаў у электрычных ланцугах. Пабудова аператарнай схемы замяшчэння ланцуга .. | 46 |
| 2.7. Пераход ад відарысаў да арыгіналаў. Формула раскладання ....                                                          | 50 |
| 2.8. Ужыванне аператарнага метаду пры наяўнасці ў ланцугу сінусаідальнай крыніцы .....                                     | 53 |
| 3. Кантрольныя работы .....                                                                                                | 56 |
| 3.1. Агульныя тлумачэнні .....                                                                                             | 56 |
| 3.2. Вызначэнне пумара варыянта і параметраў ланцуга .....                                                                 | 56 |
| Кантрольная работа № 1 .....                                                                                               | 57 |
| Кантрольная работа № 2 .....                                                                                               | 63 |
| Дадатак .....                                                                                                              | 64 |
| Літаратура .....                                                                                                           | 76 |