до 60°С. Температура воздуха на складе равна 20°С. Через какое время от момента охлаждения температура хлеба понизится до 40°С?

Результат решения: температура хлеба понизится до 40°С через 40 минут.

Рассмотренные примеры показывают, что математические методы, в частности, использование дифференциальных уравнений, незаменимы при решении многих задач из разных сфер человеческой деятельности.

УДК 517.912:531.311

Студ. В.О. Пашковский
Науч. рук. доц. Л.Д. Яроцкая
(кафедра высшей математики, БГТУ)

ЗАКОНЫ ПАДЕНИЯ ТЕЛА С ВЫСОТЫ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ СОПРОТИВЛЕНИЯ ВОЗДУХА

Постановка задачи. Пусть тело массой m начинает падать с высоты H под действием силы тяжести. В процессе падения оно испытывает сопротивление воздуха. Определим закон движения, скорость и время падения в зависимости от силы $\vec{F}_{сопр}$ сопротивления воздуха, модуль которой пропорционален скорости, квадрату скорости, и при ее отсутствии.

Направим ось Ox вертикально вниз. Пусть $x(t)$ – координата тела в момент времени t, в начальный момент времени $t = 0$ начальная координата и скорость равны 0, т.е. $x(0) = 0$ и $v(0) = x'(0) = 0$, а в момент падения $t = T$ координата $x(T) = H$.

На основании второго закона Ньютона движение тела описывается дифференциальным уравнением второго порядка

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = mg - \mathrm{F}_{\text{сопр}}.$$

С учетом начальных условий, указанных выше, получены следующие решения дифференциальных уравнений.

Если $\mathrm{F}_{\text{сопр}} = 0$, тогда $\frac{dx}{dt} = v_1(t) = gt, x_1(t) = \frac{gt^2}{2} => T_1 = \sqrt{\frac{2H}{g}}$.

Если $\mathrm{F}_{\text{сопр}} = k_2 v$, тогда

$$v_2(t) = \frac{mg}{k_2}\left(1 - e^{-\frac{k_2}{m}t}\right), \qquad x_2(t) = \frac{mg}{k_2}\left(t - \frac{m}{k_2}\left(1 - e^{-\frac{k_2}{m}t}\right)\right).$$

Если $\mathrm{F}_{\text{сопр}} = k_3 v^2$, тогда

$$v_3(t) = \sqrt{\frac{mg}{k_3}\frac{e^{2t\sqrt{gk_3/m}}-1}{e^{2t\sqrt{gk_3/m}}+1}}, \qquad x_3(t) = \frac{m}{k_3}\ln\frac{e^{t\sqrt{gk_3/m}}+e^{-t\sqrt{gk_3/m}}}{2}.$$

Значение T во втором и третьем случаях можно оценить приближенно, учитывая, что член $e^{-kT/m}$ стремится к нулю при больших T. Тогда $T_2 \approx H\frac{k_2}{mg} + \frac{m}{k_2}$ и $T_3 \approx H\sqrt{\frac{k_3}{mg}} + \sqrt{\frac{m}{gk_3}}\ln 2$.

Полученная приближенная зависимость $T(H)$ является линейной и соответствует равномерному движению тела. Таким образом, сила сопротивления воздуха практически компенсирует силу тяжести через некоторый промежуток времени (достаточно малый) после начала падения. Поэтому при падении с большой высоты для оценки времени падения можно пользоваться приближенными формулами.

УДК 519.243

Студ. Н.А. Снарский, А.А. Ништ
Науч. рук. зав. кафедрой О.Н. Пыжкова
(кафедра высшей математики, БГТУ)

ЗАДАЧА О РАЗБОРЧИВОЙ НЕВЕСТЕ

Популяризатором математики Мартином Гарднером в 1960 году была сформулирована задачи о разборчивой невесте, условие которой следующее: в некотором царстве принцесса озаботилась выбором жениха. Отец-царь предоставил дочери на выбор *n* женихов.

1. Невеста общается с претендентами в случайном порядке, с каждым не более одного раза.
2. Пообщавшись с претендентом, невеста сравнивает его с предыдущими и либо отказывает, либо принимает его предложение. Если предложение принято, они женятся и процесс останавливается. Если невеста отказывает жениху, то вернуться к нему позже она не сможет.
3. Цель – выбрать лучшего претендента. Даже второй её не устраивает.

Под оптимальной стратегией невесты понимается такая стратегия, которая максимизирует вероятность выбора наилучшего жениха. Другими словами, максимизирует число расстановок претендентов, на которых невеста выбирает наилучшего жениха.

Варианты решения задачи:

1. Принцип динамического программирования.
2. Поиск оптимальной стратегии невесты на основе уравнения Вальда–Беллмана