

систем, если соответствующие пучки эквивалентны [2].

Используя индексы управляемости (инварианты Кронекера), установлены классы систем, в которые может быть реконструируема система (1) при помощи регуляторов типа (2) и (3).

## ЛИТЕРАТУРА

1. Янович В.И. К вопросу о реконструкции динамически систем. — Вестник Белорусского университета, серия 1, № 2, 1977, С. 21-25.

2. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. М.: Наука, 1967.

УДК 625.72 (075.8)

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ДОРОЖНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

А.П. Лащенко  
(БГТУ, г. Минск)

В настоящее время практика трассирования автомобильных дорог на заболоченных территориях основывается на интуитивном и в лучшем случае двух-, трехвариантном решении переходов через отдельные или наиболее сложные участки болот.

Многообразие факторов, влияющих на положение лесовозных дорог в плане, создает условия многовариантности, следовательно, получение оптимального варианта трассы автомобильной дороги связано с необходимостью переработки большого объема информации, возможной только с использованием современных компьютерных технологий.

В этом случае одним из основных вопросов в рассматриваемой задаче является решение математической аппроксимации местности или разработка цифровой модели территории. Изображение территории в виде, удобном для ввода в компьютер, находит своё решение в США, Канаде, Бельгии, ФРГ и других странах. Однако эта задача решается там применительно к описанию поверхности земли.

В условиях равнины и заболоченности рассматриваемой территории формализация только рельефа территории оказывается явно недостаточной. В этом случае в какой-то мере можно говорить о «зеркальном» варианте рассматриваемого метода, когда координаты  $(x, y)$  характеризуют положение точки на территории, а

$z$  – глубину болота. Отражая количественную характеристику заболоченной территории (размеры, глубину болот), данный метод не отражает его качественной характеристики (вида и состояния торфяных грунтов), существенно влияющей на конструкцию земляного полотна, его объёмы, стоимость строительства и, в итоге, на положение дороги в плане. Условия строительства в каждой точке территории можно с требуемой степенью точности описать рядом чисел  $x, y, n_1, n_2, \dots, n_n$ , где  $n_1, n_2, \dots, n_n$ , конечный ряд чисел, характеризующий условия дорожного строительства в данной точке. Так как критерием оценки условий строительства служат приведенные затраты, то конечный ряд цифр представляет в общем виде экономическую функцию:

$$L = F(n_1, n_2, \dots, n_n), \quad (1)$$

где  $L$  – приведенные затраты на строительство единицы длины автомобильной дороги в любой точке  $A_i(x, y)$ ;  $n_1, n_2, \dots, n_n$  – аргументы-характеристики природных стоимостных факторов применяемой конструкции земляного полотна и дорожной одежды.

Проведенная стоимостная оценка дорожного строительства применительно к любой точке рассматриваемой территории позволяет перейти к созданию цифровой модели местности. Построение цифровой модели основано на фиксировании точек, характеризующихся стоимостным функционалом (1), по всей рассматриваемой территории. Фиксирование точек состоит в создании совокупности точек, распределенных по территории в декартовой системе координат. Таким образом, для случая равномерной плотности точек по территории цифровая модель представляет координатную сетку, где каждый узел её (точка) несет всю полноту информации об условиях строительства дорог.

Выполненная типизация торфяных грунтов, болот и дорожных конструкций позволяет разделить всю территорию на некоторое количество категорий местности по условиям дорожного строительства, каждая из которых описывается разработанным стоимостным функционалом с соответствующими значениями входящих в него коэффициентов. Таким образом, характеристикой территории в каждом узле координатной сетки будет категория местности по условиям дорожного строительства. Работа по созданию цифровой модели проводится в два этапа.

Первый этап заключается в построении инженерно-геологической карты. Работа выполняется по материалам аэрофотосъемки. Кроме того, производится накладка на исследуемую территорию изысканных и построенных трасс автомобильных дорог. Результатом первого этапа является карта категорий местности по условиям дорожного строительства.

Второй этап основан на построении цифровой модели по уже имеющейся карте категорий местности.

Для упрощения ввода в машину цифровой модели, карьеров и корреспондирующих пунктов вместо двух координат каждой узловой точке координатной сетки присваивают порядковый номер. Порядковый номер или адрес точки обуславливается путем заданной системы обхода координатной сетки. Порядок обхода координатной сетки принят снизу вверх по каждой ординате и слева направо по оси абсцисс.

#### **Математическая постановка.**

1. Территория представляется в форме координатной сетки размерностью  $m \times n$ . Каждому узлу сетки соотносится стоимостной функционал (1), характеризующий стоимость строительства одного км дороги в данном узле сетки. Из данной сетки можно получить граф, соединив ребрами узлы, расположенные на сторонах и диагоналях квадратов сетки.

2. Каждому ребру полученного графа можно соотнести стоимость  $c_{ij}$  строительства дороги между  $i$  и  $j$  узлами координатной сетки, равную среднему арифметическому от стоимости единицы длины дороги в этих узлах, умноженному на расстояние между ними.

3. Решение задачи заключается в нахождении на заданной координатной сетке пути с минимальной стоимостью приведенных затрат на строительство дороги между корреспондирующими пунктами  $A$  и  $B$ .

Процесс работы алгоритма основан на определении стоимости строительства трассы от каждого из узлов сетки до начала дороги (корреспондирующего пункта  $A$ ). В качестве вспомогательных величин используем две функции, заданные на множестве всех узлов цифровой модели:

1.  $A(x)$  – нижняя граница стоимости строительства дороги из  $A$  в  $x$ ;

2.  $B(x)$  – узел предшествующий  $x$  и лежащий на кратчайшем пути из  $A$  в  $x$ .

Множество всех узлов цифровой модели разбивается на два подмножества:

$\{U\}$  – множество непройденных узлов. Если  $x \in \{U\}$ , то минимальная стоимость строительства из  $A$  в  $x$  не найдена;

$\{P\}$  – множество пройденных узлов. Если  $x \in \{P\}$ , то кратчайший путь из  $A$  в  $x$  найден.