составляющей и других влияющих на себестоимость факторов. Результаты наших исследований можно использовать при определении целесообразных расстояний прямой вывозки, при совершенствовании всей транспортно-технологической схемы работы лесозаготовительных предприятий и лесопромышленных комплексов в целом.

С.С. Макаревич

РАСЧЕТ ДОРОЖНЫХ ОДЕЖД С УЧЕТОМ УПРУГО-ВЯЗКИХ ДЕФОРМАЦИЙ

При строительстве лесовозных дорог часто приходится использовать местные материалы, которые обладают не только упругими, но и упруго-вязкими свойствами. Если же грунты, используемые для строительства дорог, обрабатываются битумом или другими органическими вяжущими материалами, то вязкие деформации составляют довольно большую часть от общей деформации: для некоторых материалов доля их равна 30—40%. Вязкими деформациями в значительной степени обладают торфяники,лёссовые, глинистые и заболоченные грунты. Проектирование лесовозных дорог в районах с такими грунтами требует особого подхода, так как вязкие деформации в отличие от упругих развиваются во времени, и пренебрежение этим фактором может привести к преждевременному выходу дороги из строя и неоправданным затратам на ее ремонт.

В работе [1] дана постановка задачи расчета дорожных одежд с учетом упруго-вязких деформаций, получены выражения для напряжений и деформаций в случае частного закона деформирования, но остались неопределенными коэффициенты C_i, D_i, A, B, входящие в уравнения и зависящие от граничных и начальных условий. Это значительно усложняет работу при конкретных вычислениях, так как требует применения численных методов для решения полученных систем интегральных уравнений.

В данной статье приводится решение, позволяющее определить коэффициенты C_i, D_i A, B, и показаны методы реализации полученных выводов при решении инженерных задач расчета дорожных одежд, состоящих из материалов, подчиняющихся различным законам деформирования. Если в уравнениях

(19) и (20) работы [1] выражение $Le^{-\beta(t-\tau)}$ заменить на произвольное ядро $K(t-\tau)$, получим напряжения и деформации для слоев дороги при любом линейном законе деформирования. Из условия равенства перемещений на границах слоев можно коэффициенты C_i, D_i выразить через коэффициенты A и B. В свою очередь, коэффициенты A и B можно определить из условий на поверхности.

Так, в случае двухслойной конструкции дороги из условия $u_1=u_2$; $w_1=w_2$ получим

$$\left.\begin{aligned}
&4C_2+4\int_0^t C_2K_2(t-\tau)d\tau = A(m_1-m_2)-B(m_3-m_4)+\\
&m_1\int_0^t AK_1(t-\tau)d\tau - m_2\int_0^t AK_2(t-\tau)d\tau -\\
&m_3\int_0^t BK_1(t-\tau)d\tau + m_4\int_0^t BK_2(t-\tau)d\tau;\\
&4D_2+4\int_0^t D_2K_2(t-\tau)d\tau = A(m_1-m_2)-2B(1-m_5)+\\
&+m_1\int_0^t AK_1(t-\tau)d\tau - m_2\int_0^t AK_2(t-\tau)d\tau +\\
&+2m_5\int_0^t BK_1(t-\tau)d\tau - 2\int_0^t BK_2(t-\tau)d\tau,
\end{aligned}\right\} \quad (1)$$

где

$$m_1=\frac{E_2}{E_1}\,\frac{1+\mu_1}{1-\mu_2^2}; \quad m_2=\frac{1}{1-\mu_2};$$

$$m_3=\frac{E_2}{E_1}\,\frac{(1+\mu_1)(1-2\mu_1)}{1-\mu_2^2};$$

$$m_4=\frac{1-2\mu_2}{1-\mu_2}; \quad m_5=\frac{E_2}{E_1}\,\frac{1-\mu_1^2}{1-\mu_2}.$$

Остальные обозначения те же, что в работе [1]. Надо отметить, что коэффициенты C_i, D_i, A, B являются функциями времени.

Преобразование по Лапласу ($f^*(p)=\int_0^\infty e^{-p}\, f(t)\,dt$). уравнений (1) дает

$$\left.\begin{aligned}&4C_2^*(1+K_2^*)=A^*\left[m_1(1+K_1^*)-m_2(1+K_2^*)\right]-\\&-B^*\left[m_3(1+K_1^*)-m_4(1+K_2^*)\right];\\&4D_2^*(1+K_2^*)=A^*\left[m_1(1+K_1^*)-m_2(1+K_2^*)\right]-\\&2B^*\left[m_5(1+K_1^*)-(1+K_2^*)\right].\end{aligned}\right\}\qquad(2)$$

Используя условие на поверхности, т.е. $\sigma_z = -q(r, t)$ при $r < R$; $\tau_{rz} = 0$, и, производя преобразование по Лапласу, получим

$$\left.\begin{aligned}&A^*+B^*(1-\alpha)+C_2^*\lambda_1\alpha+D_2^*(\lambda_1-\alpha\lambda_2)=-q^*M;\\&A^*-B^*\alpha+C_2^*(\lambda_1+\alpha\lambda_2)-D_2^*\lambda_1\alpha=0,\end{aligned}\right\}\qquad(3)$$

где

$$\lambda_1=1-e^{-2\alpha};\ \lambda_2=1+e^{-2\alpha};\ M=\frac{Rh^3}{\alpha^3}I_1(R\alpha).$$

Решая совместно уравнения (2) и (3), найдем

$$\left.\begin{aligned}&A^*=-q^*M\frac{(k_7N_1+k_8N_2)N_1}{S_1N_1^2+S_2N_1N_2+S_3N_2^2};\\&B^*=-q^*M\frac{(k_5N_1+k_6N_2)N_1}{S_1N_1^2+S_2N_1N_2+S_3N_2^2};\end{aligned}\right\}\qquad(4)$$

где

$N_1=1+K_2^*$; $N_2=1+K_1^*$;

$S_1=k_1k_7+k_5k_3$; $S_2=k_2k_7+k_1k_8+k_6k_3+k_5k_4$;

$S_3=k_2k_8+k_6k_4$; $k_1=1+\frac{m_2}{4}(\alpha\lambda_2-\alpha\lambda_1-\lambda_1)$;

$k_2=-\frac{m_1}{4}(\alpha\lambda_2-\alpha\lambda_1-\lambda_1)$; $k_3=1-\alpha+\frac{1}{4}\ \times$

$\times(m_4\alpha\lambda_1-2\alpha\lambda_2-2\lambda_1)$; $k_4=\frac{1}{4}\ \times$

$\times(2m_5\lambda_1-2m_5\alpha\lambda_2-m_3\alpha\lambda_1)$;

$$k_5=1-\frac{m_2}{4}(\alpha\lambda_2-\alpha\lambda_1+\lambda_1);$$

$$k_6=\frac{m_1}{4}(\alpha\lambda_2-\alpha\lambda_1+\lambda_1);$$

$$k_7=\alpha-\frac{1}{4}(m_4\lambda_1+m_4\alpha\lambda_2+2\alpha\lambda_1);$$

$$k_8=\frac{1}{4}(m_3\lambda_1+m_3\alpha\lambda_2+2m_5\alpha\lambda_1).$$

Если задано изменение нагрузки q во времени и известно ядро ползучести $K(t-\tau)$ для каждого слоя, то производя обратное преобразование по Лапласу выражений (4), найдем коэффициенты A и B, которые будут являться функциями времени, а также будут зависеть от реологических характеристик материала слоев и параметров интегрирования α.

Как показано, в работе (2), наиболее оправданным на практике и удобным ядром ползучести для грунтов будет

$$K(t-\tau)=L\cdot e^{-\beta(t-\tau)}, \tag{5}$$

где L и β -- параметры ползучести, определяемые опытным путем. Ядро (5) может быть использовано для описания ползучести и других дорожно-строительных материалов.

Производя преобразование по Лапласу для данного ядра ползучести, получим

$$K_1^*=\frac{L_1}{p+\beta_1}; \qquad K_2^*=\frac{L_2}{p+\beta_2}.$$

Если нагрузку принять постоянной, то $q^*=\frac{1}{p}q$. Тогда выражения (4) примут следующий вид:

$$A^*=-\frac{q}{p}M\frac{F_1(p)}{F(p)}; \qquad B^*=-\frac{q}{p}M\frac{F_2(p)}{F(p)}, \tag{6}$$

Обратное преобразование по Лапласу уравнений (6) дает

$$\left.\begin{aligned} A &= -qM\left[\frac{F_1(0)}{F(0)} + \sum_{i=1}^{4} \frac{F_1(r_i)}{r_i F'(r_i)} e^{r_i t}\right]; \\ B &= -qM\left[\frac{F_2(0)}{F(0)} + \sum_{i=1}^{4} \frac{F_2(r_i)}{r_i F'(r_i)} e^{r_i t}\right], \end{aligned}\right\} \quad (7)$$

где

$$F_1(p)=p^4(k_7+k_8)+p^3\left[2k_7\delta_1+k_8(\delta_1+\delta_2)\right]+$$

$$+p^2\left[k_7(2\gamma_2\beta_1+\delta_1^2)+k_8\delta_3\right]+p\left[2k_7\beta_1\gamma_2\delta_1+\right.$$

$$\left.+k_8(\gamma_1\beta_2\delta_1+\gamma_2\beta_1\delta_2)\right]+k_7\beta_1^2\gamma_2^2+k_8\beta_1\beta_2\gamma_1\gamma_2;$$

$$\gamma_1=L_1+\beta_1;\quad \gamma_2=L_2+\beta_2;\quad \delta_1=\gamma_2+\beta_1;\quad \delta_2=\gamma_2+\beta_2;$$

$$\delta_3=\gamma_1\beta_2+\gamma_1\beta_1+\beta_1\beta_2-\gamma_1\gamma_2-\gamma_2\beta_2-\gamma_2\beta_1;$$

$F_2(p)$ -- получим, если в выражении F_1 (p) заменим k_7 на k_5, а k_8 на k_6

$$F(p)=ap^4+bp^3+cp^2+dp+e;$$

$$a=S_1+S_2+S_3;\quad b=2S_1\delta_1+S_2(\delta_1+\delta_2)+2S_3\delta_2;$$

$$c=S_1(2\gamma_2\beta_1+\delta_1^2)+S_2\delta_3+S_3(2\gamma_1\beta_2+\delta_2^2);$$

$$d=2S_1\gamma_2\beta_1\delta_1+S_2(\gamma_1\beta_2\delta_1+\gamma_2\beta_1\delta_2)+$$

$$+2S_3\gamma_1\beta_2\delta_2;$$

$$e=S_1\gamma_2^2\beta_1^2+S_2\gamma_1\gamma_2\beta_1\beta_2+S_3\gamma_1^2\beta_2^2;$$

r_1; r_2; r_3; r_4 -- корни уравнения $F(p)=0$.

Зная A и B, можно определить коэффициенты C_2 и D_2. Для этого в уравнении (3) выразим C_2 и D_2 через A и B.

$$\left.\begin{aligned} C_2 &= \frac{qM\lambda_1\alpha + A(\alpha\lambda_1+\lambda_1+\alpha\lambda_2)+B\alpha^2(\lambda_2-\lambda_1)}{\alpha^2\lambda_2^2-\lambda_1^2-\alpha^2\lambda_1^2}; \\ D_2 &= \frac{qM(\lambda_1+\alpha\lambda_2)+A(\alpha\lambda_2+\lambda_1-\alpha\lambda_1)+B\left[\lambda_1+\alpha(1-\alpha)(\lambda_2-\lambda_1)\right]}{\alpha^2\lambda_2^2-\lambda_1^2-\alpha^2\lambda_1^2}. \end{aligned}\right\} \quad (8)$$

Подставляя в (8) значения коэффициентов A и B согласно (7), определим C_2 и D_2, после чего легко найти напряжения и перемещения в любом слое дорожной конструкции.

Полученные выводы позволяют решать задачу не только в тех случаях, когда слои обладают упруго-вязкими свойствами, но и когда один из слоев упругий, а другой упруго-вязкий, или когда оба слоя упругие.

Если один слой упругий, например первый, то в выражениях для функций $F_1(p)$; $F_2(p)$; $F(p)$ надо положить $\gamma_1 = 0$, $\beta_1 = 0$, $L_1 = 0$. Если оба слоя упругие, то следует положить $\gamma_1 = 0$, $\gamma_2 = 0$, $\beta_1 = 0$, $\beta_2 = 0$, $L_1 = 0$, $L_2 = 0$. В этом случае получим решение, аналогичное решению работы [3].

Если слои дорожной конструкции подчиняются закону деформирования линейного стандартного тела, т.е.

$$En\dot{\varepsilon} + H\varepsilon = n\dot{\sigma} + \sigma,$$

где E, H -- мгновенный и длительный модули упругости; n -- время релаксации (точкой обозначено дифференцирование по времени), то следует положить

$$L = \frac{E-H}{En}; \quad \beta = \frac{H}{En}; \quad \gamma = \frac{1}{n},$$

и автоматически получим решение для данного случая поведения материала слоев дороги.

Если материал одного из слоев подчиняется закону деформирования, описываемому моделью Максвелла, то в решении следует положить для данного слоя $L = \gamma = \frac{1}{n}$; $\beta = 0$.

Когда поведение одного из слоев описывается моделью Бюргерса

$$a_1\dot{\varepsilon} + a_2\ddot{\varepsilon} = b_o\sigma + b_1\dot{\sigma} + b_2\ddot{\sigma},$$

где a_1, a_2, b_o, b_1, b_2 -- постоянные, определяемые из эксперимента, то ядро ползучести при естественных начальных условиях будет иметь вид

$$K(t-\tau) = F + Le^{-\beta(t-\tau)}, \qquad (9)$$

где
$$\beta = \frac{a_1}{a_2}; \quad F = \frac{b}{b_2\beta}, \quad L = \frac{b_2\beta^2 + b_1\beta - b_o}{b_2\beta}.$$

Подставляя преобразование по Лапласу ядра (9) в уравнения (4) и приводя их к виду (6), делаем обратное преобразование Лапласа и определяем коэффициенты A и B, а затем по формулам (8) C_2 и D_2.

Таким образом, полученное решение дает возможность определить коэффициенты A, B, C_2, D_2 для двуслойного полупространства при перечисленных законах деформирования. После этого можно найти напряжения и перемещения по уравнениям, приведенным в работе [1].

Надо отметить, что для трехслойной дорожной конструкции решение оказывается значительно сложнее и формулы для определения коэффициентов получаются довольно громоздкими. Что касается конструкции из четырех слоев и больше, то решение в замкнутом виде получить очень сложно, и применение ЭВМ не приводит к удовлетворительным результатам, так как вычислительный процесс длителен, неэкономичен и на некоторых этапах неустойчив. Поэтому при числе слоев дорожной конструкции больше трех можно рекомендовать метод, применяемый в работе [3] для упругого решения, т.е. многослойная конструкция приводится к двуслойным и трехслойным моделям.

Расчет дорожных одежд, как и в случае упругого решения, целесообразно производить по трех критериям: допускаемому прогибу, сопротивлению сдвигу и сопротивлению растяжению при изгибе. Но в этом случае характеристики материалов, входящие в критерии, должны определяться с учетом фактора времени.

Литература

1. Леонович И.И., Макаревич С.С. Исследование напряжений и деформаций дорожных одежд с учетом их реологических свойств. — В сб.: Реология конструкции мостовых и дорожных материалов. Научная конференция. ПНР. Гданьск,1974. 2. Цытович Н.А. Механика грунтов. М., 1973. 3. Конструирование и расчет нежестких дорожных одежд. Под ред. Н.Н. Иванова. М., 1973.