Теорема. *Пусть* f^{ij} $i = \overline{1,p}$, $j = \overline{1,q}$, *удовлетворяют условию линейного роста и ограничены,* L^j *– функции ограниченной вариации и непрерывны* ($j = \overline{1,q}$). *Тогда при* $n \to \infty$, $h_n \to 0$ *решение* $x_n(t)$ *задачи Коши* (2) *сходится к решению системы уравнений* (3) *в пространстве* $L^1(T)$, *если*

$$\int\limits_T |x_{n0}(\tau_t) - x_0|\, dt \to 0.$$

Аналогичные теоремы с другими условиями для функций f^{ij} $i = \overline{1,p}$, $j = \overline{1,q}$, были рассмотрены в работах [1, 2].

Литература

1. Жук А.И., Яблонский О.Л., Спасков С.А. *Ассоциированные решения системы неавтономных дифференциальных уравнений с обобщенными коэффициентами. Смешанный случай* // Весцi БДПУ. Сер. 3. Фiзiка, матэматыка, iнфарматыка, бiялогiя, геаграфiя. 2019. № 4. С. 16–22.

2. Жук А.И., Хмызов А.К. *Системы квазидифференциальных уравнений в прямом произведении алгебр мнемофункций. Симметрический случай* // Вестн. Белорус. гос. ун-та. Сер. 1. Физика. Математика. Информатика. 2010. № 2. С. 87–93.

ЗАДАЧА ПОСТРОЕНИЯ РАЦИОНАЛЬНОЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ ЦЕПОЧКИ С ПОМОЩЬЮ СТОХАСТИЧЕСКИХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Игнатенко В.В., Терешко Е.В.

Белорусский государственный технологический университет, Минск, Беларусь
ihnatsenko@tut.by; lena-tereshko@mail.ru

Одной из важнейших задач производства является задача построения рациональной технологической цепочки производства. При производстве продукта, выстраивается последовательность операций и набор механизмов их выполняющих. Поскольку механизмов, выполняющих одну и туже операцию, достаточно много и они отличаются производительностью, стоимостью и другими параметрами, то очень важно подобрать такой набор механизмов, при котором производство будет наиболее эффективно. Каждая машина имеет заводские характеристики, но этого недостаточно для составления высокоэффективной технологической цепочки. Во-первых, эти характеристики носят усредненный характер и прямое их сопоставление далеко от оптимальной цепочки, во-вторых, на работу многих из их сильно влияют многие случайные факторы. Это особенно заметно в сельском и лесном хозяйствах. Так, в лесозаготовительном и деревообрабатывающих комплексах работа таких механизмов как харвесторы, форвардеры, лесовозы, щеповозы, различные манипуляторы, лесопильные и строгальные станки различных типов и целый ряд других очень сильно зависит от породы и возраста древесины, состава лесосек, местоположения лесосеки, времени года и некоторых других случайных факторов.

Решение этой проблемы практически невозможно без использования математических моделей исследуемых объектов. Как правило, это стохастические модели. Поясним это на конкретной реальной задаче лесопромышленного комплекса.

В настоящее время принята следующая технология лесозаготовок. Заготовка производится харвестерами. Харвестер – машина для валки дерева, его очистки от сучьев и раскряжевки на нужные сортименты. После чего, форвардер – машина для вывоза сортиментов от харвестера, вывозит сортименты на погрузочные пункты. С погрузочных пунктов сортименты лесовозами доставляются напрямую потребителям, минуя нижние склады. Такая технология очень сильно повышает производительность и эффективность лесозаготовок.

При использовании такой технологии возникает задача выбора оптимальной пары «харвестер–форвардер», в зависимости от конкретных природно-производственных условий. Эти машины достаточно дорогие и выпускаются в широком диапазоне производительности. И от правильного выбора пары зависит эффективность всего производства.

Запишем математическую модель работы данной системы, с использованием дифференциальных уравнений Колмогорова [1].

Форвардер может находится в следующих состояниях: S_0 – простаивать из-за временного отсутствия заготавливаемых харвестером сортиментов; S_1 – осуществлять сбор и транспортировку сортиментов на погрузочный пункт. Из свободного состояния S_0 в рабочее S_1 форвардер переходит с интенсивностью λ, где $\lambda = 1/t_z$ – интенсивность заготовки сортиментов харвестером, t_z – продолжительность цикла обработки сортиментов харвестером. Форвардер осуществляет сбор и транспортировку сортиментов на погрузочный пункт с интенсивностью μ сортиментов в час.

Обозначим $P_i(t)$ – вероятность того, что в момент времени t система машин «харвестер–форвардер» находится в состоянии S_i, $i = \overline{0,1}$. Тогда дифференциальные уравнения Колмогорова для данной системы будут иметь вид

$$\frac{dP_0}{dt} = -\lambda P_0 + \mu P_1, \quad \frac{dP_1}{dt} = \lambda P_0 - \mu P_1, \quad P_0 + P_1 = 1.$$

Откуда, для нахождения финальных вероятностей в установившемся режиме, получаем систему линейных алгебраических уравнений

$$0 = -\lambda P_0 + \mu P_1, \quad 0 = \lambda P_0 - \mu P_1, \quad P_0 + P_1 = 1.$$

Решая систему уравнений получим

$$P_0 = \frac{\mu}{\lambda + \mu}, \quad P_1 = \frac{\lambda}{\lambda + \mu}.$$

Из полученных зависимостей получаем, что для того, чтобы обеспечивалась рациональная загрузка форвардера $(P_1 \geqslant 0.9)$ при интенсивности форвардера $\mu = 10$, интенсивность харвестера должна быть $\lambda = 90 - 110$, а при $\mu = 20$ интенсивность $\lambda = 170 - 190$. Исходя из чего выбирается конкретная марка харвестера.

Литература

1. Игнатенко В.В., Турлай И.В., Федоренчик А.С. *Моделирование и оптимизация процессов лесозаготовок.* Мн.: БГТУ, 2004.