

УДК 378.147:51

С. В. Пономарева¹, О. Н. Пыжкова², И. М. Борковская³

¹e-mail: demyanko@tut.by

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь

²e-mail: olga.pyzhcova@gmail.com; ³e-mail: borkovskaia@gmail.com

Белорусский государственный технологический университет, Минск, Беларусь

О ПРИМЕНЕНИИ ПРИКЛАДНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПАКЕТОВ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Рассматривается применение математического аппарата для исследования некоторых экономических моделей (на примере широко известной модели Леонтьева) с использованием пакета WolframMathematica.

Ключевые слова: математические методы, модель Леонтьева, лабораторная работа.

Svetlana V. Ponomareva¹, Olga N. Pyzhkova², Inna M. Borkovskaya³

¹e-mail: demyanko@tut.by

Belarusian State University, Minsk, Belarus

²e-mail: olga.pyzhcova@gmail.com; ³e-mail: borkovskaia@gmail.com

Belarusian State Technological University, Minsk, Belarus

ON APPLICATION OF APPLIED MATHEMATICAL PACKAGES FOR SOLVING ECONOMIC PROBLEMS

The application of the mathematical apparatus for the study of some economic models (on the example of the well-known Leontief model) using the WolframMathematica package is considered.

Keywords: mathematical methods, Leontief model, laboratory work.

Важнейшим направлением развития высшего образования является органическое вовлечение студентов в активную познавательную деятельность, создание прочной базы знаний основных фундаментальных предметов. Процессы информатизации ставят проблему конкурентоспособности выпускника высшего учебного заведения и, как следствие, проблему нового качества учебного процесса, нового содержания образования. В связи с этим применение математических методов является необходимым условием успешного прохождения обучения в вузе, а также в дальнейшей практической деятельности современного экономиста.

Задача состоит в том, чтобы студенты могли изучить и хорошо понять основные методы, необходимые для исследования и решения производственных задач, а также самостоятельно составлять математические модели реальных задач, решать их математическими методами. Однако практическое решение объемных производственных задач подразумевает работу с большими массивами данных, которую невозможно быстро и качественно выполнить без привлечения соответствующего программного обеспечения. Математики-экономисты должны уметь использовать в своей работе стандартные офисные пакеты программы типа MS Excel, специфические математические пакеты Wolframalpha, WolframMathematica, Mathcad, Statistica и при этом не забывать анализировать полученные результаты.

Крайне важно донести до сознания любого будущего специалиста, что нельзя пользоваться программным обеспечением «вслепую», т. е. без понимания того, для какого круга задач оно предназначено, без анализа используемых в нем алгоритмов с точки зрения их устойчивости, чувствительности к погрешностям входных данных, без оценки погрешности результатов. Преподавание курсов «Экономико-математические модели» и «Эконометрика и ЭММ» сочетает использование информационных технологий с «живым» общением со студентами в процессе различных занятий и закрепления знаний по основным разделам курсов при выполнении компьютерных лабораторных заданий.

В данной работе приводится пример лабораторной работы, использующий в совокупности математические и компьютерные методы исследования и решения задачи по классической модели Леонтьева ввиду того, что она является одной из наиболее простых и в то же время эффективных моделей для описания прогноза развития экономики в краткосрочной перспективе. Задача рассчитана на студентов 2-го и 3-го курсов экономических факультетов и предполагает соответствующую математическую подготовку, а именно умение работать с матрицами, иметь понятие о собственных значениях и собственных векторах матриц, а также знание перечисленных выше программных продуктов.

Описание модели Леонтьева (см. [1]): пусть $\Omega = \{1; 2; \dots; m\}$ – множество (ассортимент) благ (продуктов и услуг) и соответственно $X = \mathbf{R}^m$ – пространство благ. Чтобы произвести набор благ $x = (x_1, x_2, \dots, x_m)$, нужен их набор Ax , здесь A – некоторая матрица (линейный оператор), порождающая отображение пространства благ X в себя. Тогда $x - Ax = c$ – набор благ, предназначенных для потребления. Уравнение

$$x = Ax + c$$

называется основным уравнением Леонтьева.

Матрица A и вектор c считаются известными, x – неизвестным. Для ответа на вопрос о том, позволяет ли рассматриваемое производство полу-

читать необходимый для производства набор благ c , нужно исследовать разрешимость линейной системы $x - Ax = c$ при ограничениях $x \geq 0$.

Классическая модель Леонтьева с матрицей A является продуктивной тогда и только тогда, когда спектральный радиус матрицы $\rho(A) < 1$. Тогда система имеет единственное решение при любом неотрицательном c , которое определяется равенством:

$$x = (I - A)^{-1} c.$$

Устойчивость модели Леонтьева гарантируется ее линейностью, т. е. при малых изменениях аргумента возникают малые возмущения функции (при условии продуктивности модели спектральный радиус, меньший единицы, гарантирует изменения функции даже меньшие, чем изменения аргумента).

Студенты должны изучить основные положения балансового метода (см. [2]), освоить принципы построения межотраслевого баланса и его анализ, а также решить следующую задачу.

Народное хозяйство представлено пятью отраслями. За отчетный период получены данные x_{ij} (см. табл.). Требуется выяснить продуктивность экономической модели. Вычислить, как изменится объем валового продукта при увеличении конечного продукта 1-й отрасли на 15 %, 2-й на 10 %, 3-й на 40 %. Как изменится конечный продукт при увеличении валового выпуска 1-й отрасли на 10 %, 2-й на 10 %, 3-й на 20 %, 4-й на 25 %, 5-й на 20 %.

Таблица

| Отрасль | Потребление | | | | | Конечный продукт | Валовый выпуск, ден. ед. |
|---------------------------------------|-------------|----|----|----|----|------------------|--------------------------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | | |
| 1. Станкостроение | 15 | 12 | 24 | 23 | 16 | 10 | 100 |
| 2. Энергетика | 10 | 3 | 35 | 15 | 7 | 30 | 100 |
| 3. Машиностроение | 10 | 5 | 10 | 10 | 10 | 5 | 50 |
| 4. Автомобильная промышленность | 10 | 5 | 10 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 5. Добыча и переработка углеводородов | 7 | 15 | 15 | 10 | 3 | 50 | 100 |

Более того, в нашем случае студенты должны не просто решить, но и подробно оформить пример, что развивает необходимый каждому навык четко излагать свои мысли и обосновывать рассуждения. По данным таблицы необходимо составить матрицу коэффициентов прямых затрат. Для этих целей студенты могут либо использовать программу Excel (для уско-

рения вычислений) либо же просто вычислить все «вручную». Формула для вычисления коэффициентов матрицы (коэффициентов прямых затрат или материалоемкости): $a_{ij} = \frac{x_{ij}}{x_j}$, где x_j – валовый объем продукции, произ-

веденный j -й отраслью дается как на лекционных занятиях, так и в методических указаниях к выполнению работы. Таким образом, для рассматриваемого примера производственная матрица примет вид:

$$A = \begin{pmatrix} 0,15 & 0,12 & 0,48 & 0,46 & 0,16 \\ 0,1 & 0,03 & 0,7 & 0,3 & 0,07 \\ 0,1 & 0,05 & 0,2 & 0,2 & 0,1 \\ 0,1 & 0,05 & 0,2 & 0,1 & 0,05 \\ 0,07 & 0,15 & 0,3 & 0,2 & 0,03 \end{pmatrix}$$

Далее, согласно критерию продуктивности, нужно вычислить спектральный радиус полученной матрицы. Поскольку размерность матрицы прямых затрат равна 5 (а считать спектральный радиус матрицы размерности более 3 – достаточно трудоемкое занятие, хотя студенты должны уметь считать спектр матрицы малых размерностей без привлечения компьютера), то для выяснения продуктивности модели чаще всего ими используется WolframMathematica. Приведем результат работы программы:

```
In[1]:= Eigenvalues[{{0.15, 0.12, 0.48, 0.46, 0.16}, {0.1, 0.03, 0.7, 0.3, 0.07},
{0.1, 0.05, 0.2, 0.2, 0.1}, {0.1, 0.05, 0.2, 0.1, 0.05},
{0.07, 0.15, 0.3, 0.2, 0.03}}]
Out[1]:= {0.765278 + 0. i, -0.0868738 + 0.0992641 i,
-0.0868738 - 0.0992641 i, -0.0924331 + 0. i, 0.010903 + 0. i}
```

Здесь требуется от студентов сделать вывод о продуктивности модели, используя критерий: поскольку все собственные значения матрицы меньше 1 по модулю (соответственно, спектральный радиус строго меньше единицы), то модель является продуктивной и можно переходить к выполнению остальных пунктов задания.

Для вычисления изменение объемов валового продукта чаще всего студенты используют Excel как наиболее простой инструмент работы с массивами. С помощью формулы $x = (I - A)^{-1} c$, используя встроенные функции МОБР и МУМНОЖ, находят новые значения для валового вы-

$$\text{пуска: } x = \begin{pmatrix} 98,236 \\ 82,018 \\ 50,462 \\ 48,74 \\ 96,975 \end{pmatrix}.$$

Также с помощью Excel и формулы $c = (I - A)x$ получают новые значения для конечного продукта: $c = \begin{pmatrix} 3,55 \\ 26,55 \\ 7 \\ 21,75 \\ 61,7 \end{pmatrix}$.

Примерно за пару большинство студентов справилось с этим заданием, а первым даже удастся сдать отчет уже в виде готовых pdf-файлов.

Использование компьютерной техники в данном случае ограничивается отчетностью студентов по выполнению индивидуальных лабораторных заданий, однако, по нашему мнению, такой подход не только активизирует работу студентов, но и развивает ряд навыков, которые пригодятся им в дальнейшем.

Список литературы

1. Фридман А. А. Лекции по курсу микроэкономики продвинутого уровня: учеб. пособие для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки «Экономика». М.: Изд. дом ГУ ВШЭ, 2008.
2. Борковская И. М., Пыжкова О. Н. К вопросу преподавания специальных математических дисциплин в высшем учебном заведении // Инновационные технологии обучения физико-математическим дисциплинам: материалы VI Междунар. науч.-практ. интернет-конференции 25–28 февраля 2014 г. Мозырь, 2014. С. 10–11.