

621
Д46

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
ВЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

А. В. Жуков, А. Р. Горюновский,
С. П. Моков, М. К. Асмоловский

ДИНАМИКА МАШИН И ЭНЕРГЕТИКА
Тексты лекций
по одноименной дисциплине
для студентов специальности Т.05.02

Минск 1995

УДК 621

Рассмотрено редакционно-издательским советом

А. В. Жуков, С. П. Мохоя, М. К. Асмоловский.
Динамика машин и методы лекций по одноименной дисциплине для слушателей 1.02 "Машины и оборудование лесного комплекса". - Мн., 1985.

Научный редактор профессор С. С. Лебедев

Рецензенты: зам. начальника НТУ концерна
"Беллесбумпром" М. Н. Пашковский;
инженер-конструктор РСКВ МТЭ
В. Г. Ермаленок

Рассмотрены основные задачи динамики машин, даны важнейшие понятия и определения. Изложены динамические модели и их характеристики с учетом составляющих рабочих процессов лесных самоходных машин, лесозаготовительного и деревообрабатывающего стационарного оборудования.

В соответствии со спецификой специального оборудования проанализированы этапы запуска машины, их установившегося движения и торможения.

Как важная составная часть курса в отдельный раздел выделена виброзащита, где рассмотрены общие вопросы производственной вибрации, методы защиты от нее и способы повышения эффективности виброизоляции оборудования.

ISBN 985-434-017-1



Белорусский государственный
технологический университет,
1985

Составление. А. В. Жуков,

ЖУКОВ,

ВВЕДЕНИЕ



0000000346983b

В лесном машиностроении, как в любой отрасли машиностроения, происходят непрерывные изменения, связанные с необходимостью увеличения скорости подвижных частей машин, мощности их приводов, нагрузок на детали и узлы. При этом, однако, должна обеспечиваться высокая надежность, прочность и долговечность машин, что предъявляет повышенные требования к методам расчета, которые используются при их проектировании.

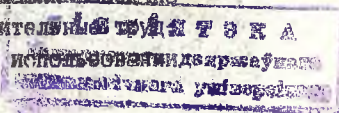
При этом очень важно ответственно подойти к выбору максимальных усилий для проверки прочности деталей и эквивалентных нагрузок для расчета усталостной долговечности. Это должно быть основано на анализе динамических процессов, которые имеют место в любой машине при ее эксплуатации. Статические методы расчета не могут дать приемлемых результатов и неизбежно приведут к созданию недостаточно надежных машин, выходящих из строя при динамических нагрузках.

Теоретическим фундаментом динамических расчетов в машиностроении является теория механических колебаний. Здесь рассматриваются общие методы, которые могут быть применены к машинам разных типов. При этом, конечно, нужны соответствующие обобщения и конкретизация, которые в каждом случае требуют корректировки в зависимости от назначения машины, ее типа, условий эксплуатации.

Возьмем, например, валочно-пакетирующую машину и пилораму. Как в том, так и в другом случае имеются большие динамические нагрузки, однако существенно различаются рабочие процессы, большое различие имеется также в условиях эксплуатации, формировании эквивалентных внешних и внутренних усилий.

В любом случае для изучения динамики машин рассматриваются эквивалентные им механические системы, однако в одном случае для обобщения можно идти по пути их решения, в другом, наоборот, - усложнения с целью учета существенных особенностей динамических процессов.

Переход от реальной машины к абстрактной эквивалентной схеме является объектом прикладной динамики машин и обычно представляет для инженера, исследователя значительные трудности. Эта задача, конечно, облегчается при использовании



уже накопленного опыта, предварительно выполненных динамических исследований. Необходимо иметь в виду, что чрезвычайное разнообразие лесных машин, деревообрабатывающего оборудования и связанное с ним разнообразие задач прикладной динамики требует систематизации как стоящих задач, так и применяемых методов расчета.

Это и является основной задачей данного курса, где сделана попытка систематизировать задачи динамики путем их объединения по типичным эксплуатационным режимам, характерным для большинства машин.

Необходимо также иметь в виду, что при повышении рабочих скоростей машины возрастает вероятность увеличения динамических ошибок в законах движения рабочих органов, что требует на стадии проектирования всестороннего динамического анализа. Применение промышленных роботов, станков с числовым программным управлением приводит к широкому внедрению систем автоматического управления. Системы автоматического управления, в особенности системы с обратными связями, динамически взаимодействуют с механизмами и двигателями машин. Поэтому возникает необходимость учета динамических характеристик систем управления при проектировании машины и их взаимной увязке.

Кроме этого, в последнее время особую актуальность приобретают задачи снижения виброактивности машин, что дает возможность снизить динамические усилия в механизмах, а также решить ряд экологических проблем машиностроения - снизить шум и вибрации. Рассмотрение этих вопросов также входит в задачи данного курса.

1. ОСНОВНЫЕ ЗАДАЧИ ПРИКЛАДНОЙ ДИНАМИКИ МАШИН

Задача создания достаточно прочной неметаллоемкой машины требует при своем решении рассмотрения многих факторов, которые ранее, при ограниченных скоростях движения рабочих органов, могли не учитываться. При этом машина должна рассматриваться комплексно, как единый агрегат. Действующие в нем внешние силы определяются не только сопротивлениями на рабочем органе, но и законами изменения движущего момента как

функции времени или скорости.

В связи с тем, что деформации упругой системы машины пренебрежимо малы по сравнению с перемещением ее рабочего органа, при расчетах трансмиссии машин принимали жесткой. Однако увеличение скоростей и возможная неустойчивость статических сопротивлений на рабочих органах привели к возникновению в упругих системах машин колебательных процессов, пренебрегать которыми стало невозможно.

Машины следует рассматривать как единые агрегаты, в динамической схеме которых необходимо учитывать:

- силы сопротивления на рабочем органе, которые чаще всего непостоянны (например, в машинах для бесчokerной трелевки, валочно-пакетирующих машинах, деревообрабатывающих станках);

- характеристики приводного двигателя; для кратковременных процессов статические характеристики двигателя (зависимость вращающего момента от угловой скорости) недостаточны, и их необходимо заменить динамическими;

- характеристики промежуточных элементов (гидромуфты, упругие муфты, ременные передачи и т.д.);

- упругие характеристики элементов трансмиссии машин (валы, зубчатые колеса и др.).

Следует отметить, что при учете механических характеристик двигателей, которые обладают существенной нелинейностью, часто пользуются линеаризацией, что облегчает решение динамических задач. Это относится не только к процессу запуска машины, но и не теряет значения для процесса установившегося движения, что, в основном, объясняется постоянно меняющимся сопротивлением на рабочих органах машин. Требуется также учитывать трение в машинах.

Главной задачей прикладной динамики машин является исследование процессов движения с целью получения результатов, необходимых для изучения характеристик машин, законов движения с целью управления ими, снижения вибраций и динамической нагруженности, повышения долговечности, производительности, определения оптимальных параметров привода.

2. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Любое промышленное производство связано с выполнением рабочих процессов, которые подразделяются на технологические, транспортные, энергетические, информационные. Подавляющее большинство рабочих процессов осуществляется в современном производстве с помощью машин.

Машина представляет собой совокупность механизмов, обеспечивающих преобразование какого-либо вида энергии в механическую работу, передающих ее на рабочие органы для выполнения того или иного рабочего процесса. В соответствии с классификацией машин их подразделяют на технологические, транспортные, энергетические, информационные.

Структура машины. Машина - сложная система, состоящая из нескольких подсистем, которые принято называть функциональными частями машины. К ним относятся: двигатели, механическая система, система управления движением. Сложные машины часто называют машинными агрегатами.

На рис. 1 показана схема простейшего однодвигательного агрегата, а на рис. 2 - функциональная схема многодвигательной машины.

Двигатели подразделяются на электрические, тепловые, гидравлические, пневматические.

Входной параметр u управляет процессом преобразования энергии (в электрических двигателях - это напряжение или частота переменного напряжения, в гидравлических - производительность насоса или положение дросселя, регулирующего расход жидкости, в тепловых - устройство, регулирующее расход топлива).

Выходной параметр двигателя ω - обычно параметр вращательного или прямолинейного поступательного движения.

При рабочем процессе возможны различные движения рабочих органов, которые отличаются от простейших движений двигателя.

Преобразование этих движений в движения, необходимые на рабочих органах, производится механической системой. Число входов механической системы, как правило, равно числу двигателей, что определяет число степеней подвижности машины.

Входные параметры механической системы - Q_1, Q_2, \dots, Q_m

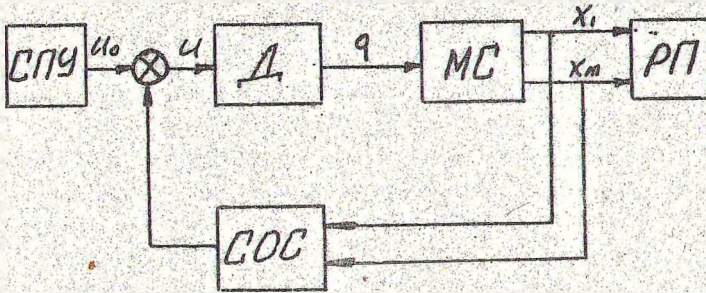


Рис.1. Функциональная схема однодвигательной машины: Д-двигатель; МС-механическая система; СОС - система обратной связи; РП - рабочий процесс; СПУ - система программного управления

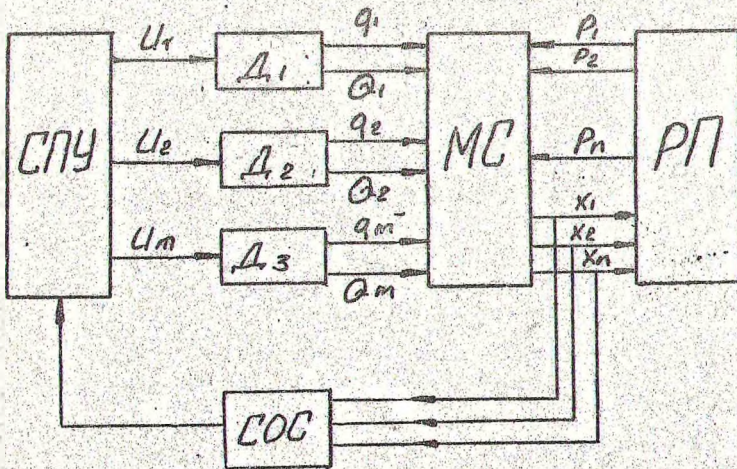


Рис.2. Функциональная схема многодвигательной машины

выходные - координаты рабочих органов x_1, x_2, \dots, x_n . Преобразование движения, осуществляемое механической системой, характеризуется функциями положения:

$$x_s = P_s(Q_1 \dots Q_m) \quad (s=1, \dots, n)$$

Рабочий процесс сопровождается появлением активных сил $P_s = (s=1, \dots, n)$ на рабочих органах машины. На двигателях же механическая система взаимодействует обобщенными силами Q_1, Q_2, \dots, Q_m . Равные и противоположно направленные силы Q_1, Q_2, \dots, Q_m , приложенные к механической системе со стороны двигателей, называют обобщенными движущими силами.

Системы программного управления формируют управляющие сигналы на входах двигателей, задавая тем самым программные движения машины.

При работе машины из-за появления возмущающих факторов происходят отклонения движений рабочих органов, которые корректируются системами управления, построенными по принципу обратной связи (СОС).

3. ДИНАМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И ИХ ХАРАКТЕРИСТИКИ

3.1. Динамические характеристики двигателей

Динамические модели, необходимые для исследования динамики машины, выбираются с учетом выделения тех свойств ее функциональных частей, которые представляют существенными для решения поставленной задачи. При этом необходимо абстрагироваться от тех частных особенностей, которые можно принять несущественными. Поэтому естественно, что одна и та же машина или ее функциональная часть в зависимости от поставленной задачи может описываться разными моделями.

При решении задач динамики машин используются механические характеристики двигателей, представляющие собой зависимости между законами изменения во времени входного параметра $u(t)$, обобщенной координаты выходного звена $q(t)$ и обобщенной движущей силой $Q(t)$.

Различают несколько видов механических характеристик.

Идеальная кинематическая характеристика получается, если исходить из предположения, что обобщенная скорость выходного звена \dot{q} в каждый момент времени зависит только от значения входного параметра в этот же момент и не зависит от обобщенной силы: $\dot{q} = f(u)$.

Эта характеристика используется для "жестких" двигателей,

у которых скорость выходного звена мало зависит от нагрузки.

Идеальная силовая характеристика предполагает, что обобщенная движущая сила Q не зависит от скорости выходного звена и определяется только значением входного параметра: $Q = Q(u)$.

Эта характеристика используется для "мягких" двигателей, у которых обобщенная движущая сила слабо зависит от скорости (двигатели внутреннего сгорания). В таком случае говорят, что двигатель является источником силы (момента), в отличие от "жестких" двигателей, когда говорят, что двигатель - источник скорости.

Статическая характеристика отражает свойства реального двигателя, в котором обобщенная скорость \dot{q} выходного звена зависит не только от входного параметра u , но и от нагрузки, характеризуемой величиной обобщенной силы Q :

$$\dot{q} = f_1(u, Q). \quad (1)$$

Она может быть представлена в форме, разрешенной относительно Q :

$$Q = Q_{ст}(u, \dot{q}). \quad (2)$$

Семейства статических характеристик $Q=f(\dot{q})$ при $u=const$ называют рабочими, а $\dot{q}=f(u)$ при $Q=const$ - регулировочными.

У двигателей внутреннего сгорания процесс преобразования энергии носит циклический характер, и у них движущий момент зависит не только от скорости, но и от координаты выходного звена. Статическая характеристика их представляется в форме

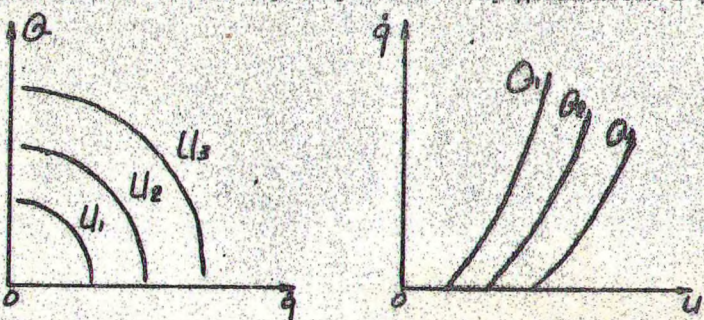


Рис.3. Статические характеристики двигателя:
а - рабочие; б - регулировочные

$$Q = Q_{ст}(u, q, \dot{q}), \quad (3)$$

или
$$\dot{q} = f(u, Q, q). \quad (4)$$

Статическая характеристика предполагает, что параметры u , q , Q постоянны или изменяются достаточно медленно.

Из-за инерционности физико-химических процессов в двигателе значение скорости выходного звена зависит в данный момент не только от мгновенного значения нагрузки, но и от значений ее производных по времени. В первом приближении эта зависимость может быть учтена введением в характеристику первой производной по времени от $Q(t)$:

$$\dot{q} = f_2(u, Q + \tau \cdot \dot{Q}, q), \quad (5)$$

или в форме аналогичной (3)

$$\tau \cdot \dot{Q} + Q = Q_{ст}(u, q, \dot{q}). \quad (6)$$

Параметр τ носит название собственной постоянной времени двигателя. Выражения (5) и (6) - динамические характеристики двигателя. В случаях (1) и (2) динамические характеристики представляются проще:

$$\dot{q} = f_2(u, Q + \tau \cdot \dot{Q}),$$

$$\tau \cdot \dot{Q} + Q = Q_{ст}(u, q).$$

В общем случае характеристики двигателей нелинейны, что затрудняет динамический анализ. Однако часто исследуются такие режимы двигателя, когда параметры близки к некоторым постоянным Φ_0 , ω_0 , Q_0 . Тогда применима линеаризация, которая сводится к разложению нелинейной функции в ряд Тейлора и сохранению в этом разложении первых двух слагаемых - константы и линейного члена.

Для примера рассмотрим характеристики электродвигателя постоянного тока с независимым возбуждением.

При вращении ротора в обмотке создается обратная ЭДС, компенсирующая подведенное внешнее напряжение u . Эта ЭДС равна

$$E = k \cdot \Phi \cdot \dot{q},$$

где Φ - магнитный поток обмотки возбуждения; k - коэффициент пропорциональности.

Если в обмотке якоря отсутствуют потери, то

$$U = E = k \cdot \Phi \cdot \dot{q}; \quad \dot{q} = U / (k \cdot \Phi).$$

Это идеальная кинематическая характеристика. Если отсутствует нагрузка ($Q = 0$ - холостой ход), реальная характеристика совпадает с идеальной.

При приложении к ротору нагрузки ($Q = \text{const}$) в его обмотке возникает постоянный ток I , который связан с моментом соотношением

$$I = \frac{1}{k \cdot \Phi} Q,$$

С учетом сопротивления обмотке якоря R напряжение равно

$$U = E + I \cdot R = k \cdot \Phi \cdot \dot{q} + \frac{R}{k \cdot \Phi} Q.$$

Из этого выражения получим статическую характеристику

$$\dot{q} = \frac{1}{k \cdot \Phi} U - \frac{R}{k \cdot \Phi} Q.$$

При переменном моменте $Q(t)$ ток в якоре также изменяется. С учетом индуктивности уравнение электрической цепи запишется так:

$$U = E + I \cdot R + \dot{I} \cdot L = k \cdot \Phi \cdot \dot{q} + \frac{R}{k \cdot \Phi} (Q + \frac{L}{R} \dot{Q}).$$

Это выражение приводит к динамической характеристике двигателя:

$$\tau \cdot \dot{Q} + Q = \frac{k \cdot \Phi}{R} U - \frac{k^2 \cdot \Phi^2}{R} \dot{q},$$

где $\tau = L \cdot R^{-1}$ - собственная (электромагнитная) постоянная времени двигателя.

Таким образом, характеристики рассматриваемого двигателя являются линейными. При этом

$$r = k \cdot \Phi \cdot R^{-1}; \quad s = k^2 \cdot \Phi^2 \cdot R^{-1}; \quad \tau = L \cdot R^{-1}.$$

Параметры k , Φ , R , τ определяют по каталогам.

3.2. Динамические модели механических систем

Механические системы (трансмиссии) состоят из отдельных элементов, которые могут являться твердыми телами, незначительно деформирующимися при движении. Кроме них трансмиссии могут включать и гибкие звенья (ремни, цепи и др.), а также жидкие элементы (гидротрансформаторы, гидромолоты и др.).

Процесс формирования динамической модели включает идеализацию реальных звеньев и кинематических пар.

Переход от реального механизма к механизму с жесткими звеньями основывается на следующих допущениях:

1) элементы, являющиеся твердыми телами, считаются недеформируемыми, а гибкие звенья - нерастяжимыми, жидкие элементы - несжимаемыми;

2) движения элементов системы идеально соответствуют уравнениям связей; в шарнирах и других соединениях отсутствуют зазоры; поверхности не деформируются (т.е. кинематические пары - голономные удерживающие связи).

В "жесткой" машине (машина, состоящая из механизмов с жесткими звеньями) число степеней свободы совпадает с числом степеней подвижности.

Жесткая модель в принципе не является реальной, т.к. не позволяет определить деформации звеньев и кинематических пар. Однако в современных машинах эти деформации и, соответственно, упругие колебания (вибрации) весьма существенны. Чтобы их учесть, должны использоваться более сложные динамические модели механизмов, называемые механизмами с упругими звеньями, а машины, содержащие такие механизмы, - "упругими" машинами.

На рис.4 показана кинематическая схема токарного станка, а на рис.5 - соответствующая ей динамическая модель. Здесь учтены упругие деформации кручения валов на участках между элементами 0 и 1, 2 и 3, 4 и 5 (жесткости C_{01} , C_{23} , C_{45}). Все остальные элементы - абсолютно твердые тела, массы упругих валов не учитываются. Система обладает четырьмя степенями свободы (обобщенные координаты - угол поворота ротора φ и углы закручивания валов θ_{01} , θ_{23} , θ_{45}).

Рассматриваемый механизм может быть описан более сложной

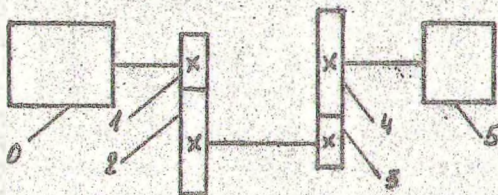


Рис. 4. Кинематическая схема привода шпиндельного токарного станка: 0 - ротор двигателя; 1-4 - двухступенчатая цилиндрическая зубчатая передача; 5 - шпиндель

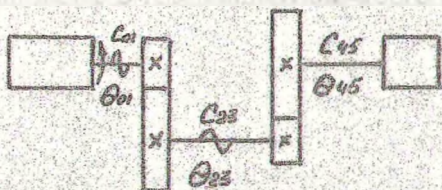


Рис. 5. Динамическая модель привода станка.

моделью, если учесть упругость зубьев шестерен, опор шпинделя, изгибных деформаций самого шпинделя и т.д. В этом случае увеличивается число степеней свободы динамической системы. Выбор наиболее приемлемой модели зависит от задач исследования.

Динамические модели в виде совокупности твердых тел, каждое из которых обладает одной степенью свободы, и механизмов с жесткими звеньями, также обладающих одной степенью свободы, соединенные безынерционными упругими элементами, называются одномерными (рис. 5).

При последовательном соединении твердых инерционных тел (элементов) упругими элементами получаем динамическую модель, называемую цепной. Она может быть разветвленной, когда имеются параллельные соединения двух цепных систем. В качестве примера такой системы можно привести трансмиссию многоприводного транспортного средства (например автомобиля).

Если какие-либо из инерционных элементов имеют более од-

ной степени свободы, то динамическая модель называется многомерной (при учете, например, изгибных деформаций валов, а также упругости опор, при учете радиальных и тангенциальных деформаций шин автомобиля и т.д.).

В общем случае, поскольку каждое твердое тело обладает 6-ю степенями свободы, общее число степеней свободы составляет $6 \cdot S$, где S - число тел.

Если динамическая модель представлена совокупностью твердых тел и безынерционными упругими элементами, то она называется дискретной.

Если в динамической модели имеются элементы, обладающие упругостью и инерционными свойствами, то такая модель называется моделью с распределенными параметрами.

3.3. Характеристики рабочих процессов

Рабочие нагрузки возникают при выполнении рабочих процессов. Это активные силы, действующие на рабочие органы машины. Важное значение имеет выявление зависимости между величинами рабочих нагрузок и кинематическими параметрами, определяющими координаты и скорости точек рабочих органов, а в ряде случаев и зависимость сил от времени.

Функции $P_s = f(t, x_1, \dots, x_r, \dot{x}_1, \dots, \dot{x}_r, \ddot{x}_1, \dots, \ddot{x}_r)$ ($s=1, \dots, r$) называются характеристиками рабочих процессов.

Изучение рабочих процессов и их характеристик подробно рассматривается специальными дисциплинами, в рамках же данной дисциплины они только используются как составная часть динамических моделей. Например, теория резания изучает характеристики сил резания древесины при обработке ее на станках. Теория автомобиля изучает режимы движения, силы его взаимодействия с воздушной средой и поверхностью движения.

Для лучшего понимания вопросов динамики машин рассмотрим важнейшие аспекты процесса формирования нагрузок и его основные составляющие.

Это сложный процесс, состоящий из многих одновременно происходящих, но качественно отличных явлений. Одновременно с изменением на рабочих органах машины сил сопротивления, вызывающих переходные процессы в приводе, в самой трансмиссии развиваются колебательные процессы, связанные с периодичес-

кими активными возбуждающими силами в зацеплениях (зубчатых, цепных и др.) и с другими внутренними возмущениями. Эти процессы взаимосвязаны.

Как правило, активного воздействия сил на исполнительные органы нет. Сила сопротивления P_c в большинстве случаев является некоторой функцией перемещения X_p рабочего органа машины. В основном она случайна и оценка ее производится статистическими методами.

Силу сопротивления P_c можно считать пропорциональной перемещению исполнительного органа и имитировать ее на эквивалентной схеме в виде дополнительного упругого элемента, жесткость C_n которого является функцией перемещения исполнительного органа X_p , в данный момент времени равной

$$C_n = \left| \frac{dP_c(X_p)}{dX_p} \right|.$$

Схема простейшей машины тогда принимает вид, показанный на рис. 6.

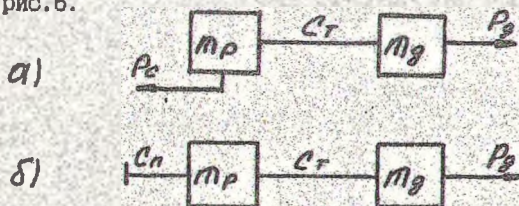


Рис. 6. Упрощенные динамические схемы машины: а - действует сила сопротивления P_c ; б - сила P_c заменена упругим элементом жесткостью C_n

При $dP_c(X_p)/dX_p > 0$ пружина получает дополнительную деформацию, что имитирует рост нагрузки рабочего органа. Ввиду того, что C_n непрерывно изменяется, движение масс m_p и m_g под действием усилия P_g будет неравномерным и в результате возникнут колебания всей системы.

Как показывают исследования, такие упрощения являются приемлемыми, причем не только для простых, но и для сложных случаев, когда между массами m_g и m_p имеется еще ряд промежуточных масс.

При исследовании динамики машин возможно рассмотрение двух задач:

1) внешняя задача динамики рассматривает формирование нагрузок при переносных движениях, причем здесь возможны различные случаи:

- процесс, который вызван изменением среднего значения сил сопротивления на рабочем органе (периодическим, неупорядоченным по времени или монотонно нарастающим);

- процесс, который вызван колебаниями сил сопротивления около средних значений;

2) внутренняя задача динамики рассматривает случаи, когда на формирование нагрузок наибольшее влияние оказывают относительные колебания в трансмиссии. Типичных случаев здесь два:

- свободные колебания (например, запуск и реверсирование машины);

- вынужденные колебания (например, изгибно-крутильные колебания от активных возбуждающих сил в редукторе и на рабочем органе).

Такое разделение задач динамики существенно упрощает исследования, и при реальном соотношении основных параметров (C_t , C_n , m_p , m_g) оно достаточно обосновано физически.

Однако следует иметь в виду, что задачи динамики чрезвычайно равнообразны и приведенные рекомендации следует считать только общими.

3.4. Системы управления движением

Программные движения - движения рабочих органов машины $X_s(t)$ ($s=1, \dots, n$) по законам, обеспечивающим выполнение заданного рабочего процесса (см. рис.2).

Программные движения технологических машин чаще всего являются периодическими, так как они выполняют рабочие процессы циклически. Это имеет место, например, при обработке детали на станке. У транспортных машин движения более сложные и нерегулярные (например автомобиль, транспортирующий сырье).

Программные движения в цикловых технологических машинах осуществляются по способу, когда на входы двигателей подают

постоянные входные сигналы $U_R = U_{R0} (k=1, \dots, n)$. На выходах после кратковременных переходных процессов устанавливается режим равномерного движения (вращения в роторных двигателях) или периодического возвратно-поступательного движения (в линейных двигателях). Эти простейшие движения превращаются в программные с помощью специальных механизмов с определенными функциями положения P_{α} , которые обычно являются нелинейными функциями обобщенных координат q_1, \dots, q_m . Такие машины называются неуправляемыми.

Существует и другой способ программного управления, когда заданные программные движения осуществляются за счет соответствующего выбора законов движения входных параметров $U_R(t)$. Машины с программным управлением используются для выполнения как технологических, так и транспортных рабочих процессов. Управление такой машиной может осуществляться как рабочим-оператором, так и автоматами с программным управлением (промышленные роботы-манипуляторы с программным управлением).

На рис.7 показаны простейшие машины, где вращательное движение двигателя преобразуется в прямолинейное возвратно-поступательное.

Под системой программного управления понимают всю совокупность устройств, участвующих в формировании программных управлений $U_k(t)$. Один из важнейших элементов - задающее устройство, преобразующее запись программы в управляемый сигнал $U_0(t)$.

В разомкнутой системе программного управления при подаче сигнала управления $U_0(t)$ на вход двигателя возникают отклонения действительных законов движения рабочих органов от программных. Они называются динамическими ошибками законов движения. Одним из способов уменьшения динамических ошибок является использование обратных связей (рис.8-10).

Для систем с комбинированным управлением (рис. 8а) сигналы рассогласования $\delta(t) = X(t) - X_n(t)$ поступают в регулятор машины, формирующий возмущение $\Delta U(t)$, которое корректирует программное управление $U(t) = U_0(t) + \Delta U(t)$.

В системе, представленной на рис. 8б, отсутствует задающее устройство, а программное управление $U(t)$ формируется

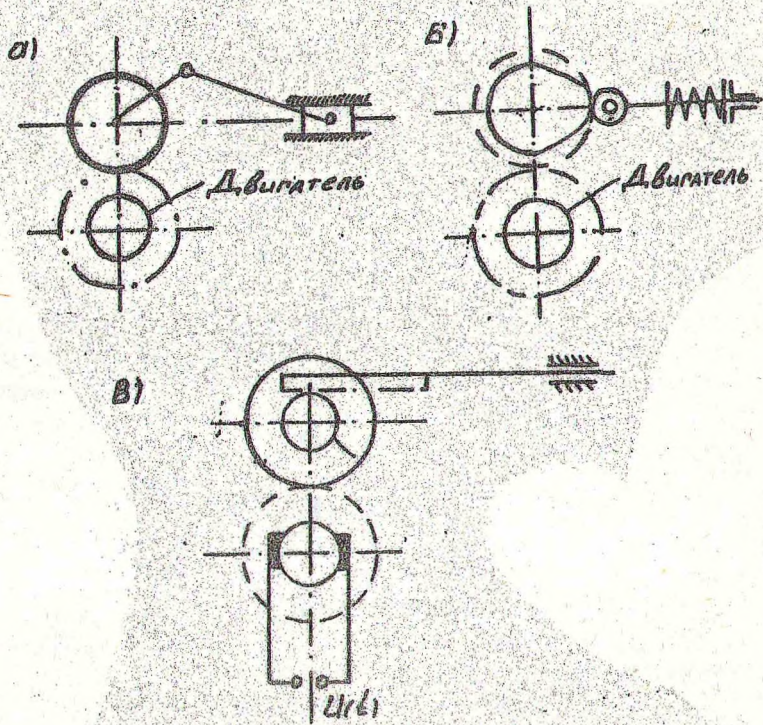


Рис. 7. Схемы цикловых машин: а - с кривошипно-ползунным механизмом; б - с кулачковым механизмом; в - с программным управлением

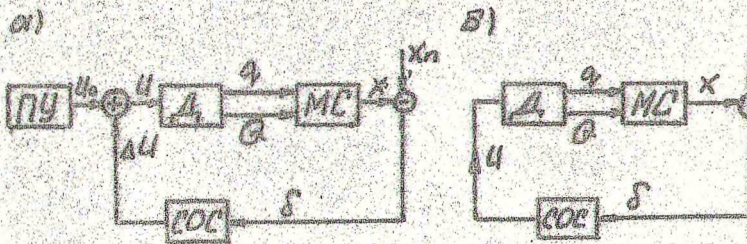


Рис. 8. Системы управления с обратными связями: ПУ - программирующее устройство; Д - двигатель; МС - механическая система; СРС - система обратной связи

по сигналу динамической ошибки.

Вообще, принцип обратной связи может использоваться не только в машинах с программным управлением, но и в неуправляемых. Пример - стабилизация угловой скорости ротора двигателя (регулятор Уатта и др.)

Возможны системы с силовым управлением. Здесь обратная связь сводится к формированию силы или момента, которые прикладываются непосредственно к механической системе машины. Они обеспечивают уменьшение динамических ошибок (рис. 9)

Существуют также системы с кинематическим управлением и с управлением по возмущению (рис. 10).

Здесь происходит не поддержание заданного программного движения, а изменение программы в зависимости от параметров рабочего процесса. Например, в режущих станках скорость перемещения рабочих органов регулируется в зависимости от силы резания.

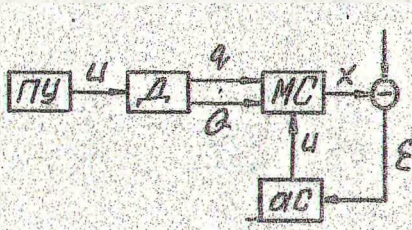


Рис. 9. Система с силовым управлением

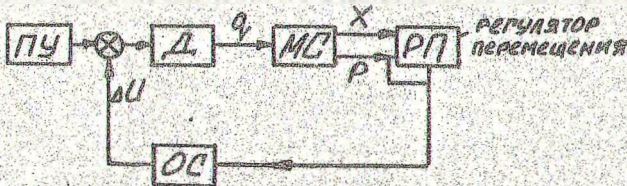


Рис. 10. Система с управлением по возмущению

4. ПРОЦЕСС ЗАПУСКА МАШИНЫ

4.1. Общие замечания

Ускоренное движение при запуске вызывается, как правило, усилиями, которые развивает двигатель.

Наиболее типичные случаи:

1) запуск без нагрузки (вхолостую); это, например, двигатель внутреннего сгорания, металлорежущие станки;

2) запуск под полной нагрузкой, например грузоподъемные машины (всевозможные краны, валочно-пакетирующие и другие лесные машины);

3) запуск вхолостую с последующим внезапным приложением нагрузки, например угледобывающие машины, лесомедицинские фрезерные машины и др.;

4) запуск при постепенно нарастающей нагрузке, когда сила сопротивления является функцией перемещения исполнительного органа, например система, аналогичная прицепному поезду при упругой связи между звеньями.

4.2. Процесс ускоренного движения

4.2.1. Запуск при постоянном движущем моменте

Это наиболее простой случай, который в технике встречается довольно редко. В большинстве случаев движущий момент является функцией от угловой скорости вращения. Однако, например для гидродвигателя объемного типа, а также электродвигателя с большим числом ступеней редуктора в цепи возбуждения допущение о запуске при постоянном движущем моменте является приемлемым.

Рассмотрим достаточно распространенный случай запуска лебедки, принимающей груз, пренебрегая типом привода и считая движущий момент постоянным.

Принимаем канат недеформируемым (рис.11а), длина его свободной части $L = \text{const}$. В этом случае масса груза m_2 суммируется с приведенной к окружности навивки каната массой подвижных частей лебедки m_1 . Уравнение движения имеет вид

$$(m_1 + m_2) \cdot R^2 \cdot \ddot{\varphi} = -m_2 \cdot g \cdot R + M_1, \quad (7)$$

где M_1 - приведенный к барабану постоянный момент, создаваемый двигателем; R - радиус навивки каната.

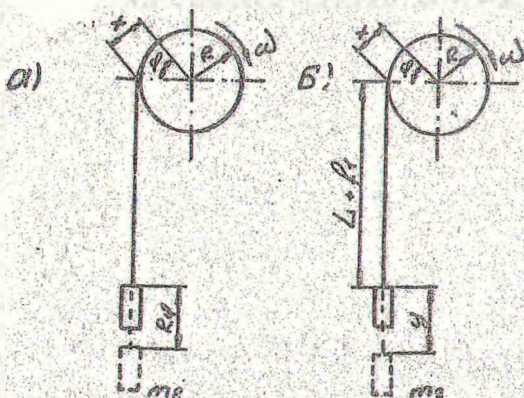


Рис. 11. Схема подъема груза лебедкой:
 а - одноконцевой подъем при нерастяжимом канате;
 б - одноконцевой подъем при податливом канате

Из (7) имеем

$$\varphi = \frac{M_1 - m_2 \cdot g \cdot R}{(m_1 + m_2) \cdot R^2} \cdot \frac{t^2}{2} + C_1 \cdot t + C_2.$$

Так как при $t=0$ $\varphi=0$ и $\dot{\varphi}=\omega_1$ (ω_1 - начальная угловая скорость барабана), следовательно, постоянные $C_1=\omega_1$ и $C_2=0$. Тогда

$$\varphi = \frac{M_1 - m_2 \cdot g \cdot R}{(m_1 + m_2) \cdot R^2} \cdot \frac{t^2}{2} + \omega_1 \cdot t,$$

т.е. имеет место равномерно ускоренное движение.

Если вместо угловой координаты ввести линейную X , то $\varphi=X/R$; $\dot{\varphi}(X=0)=\omega_1=v_1/R$, где v_1 - начальная окружная скорость.

Тогда

$$X = \frac{P}{m_1 + m_2} \cdot \frac{t^2}{2} + v_1 \cdot t,$$

где $P=(M_1 - m_2 \cdot g \cdot R)/R$.

Для второго случая (рис.11б), учитывающего податливость каната, имеем две обобщенные координаты φ и перемещение груза y . Уравнение движения имеет вид

$$m_1 \cdot R^2 \cdot \ddot{\varphi} - c \cdot R \cdot (R \cdot \varphi - y + f_1) + M_1; \quad m_2 \cdot \ddot{y} = c \cdot (R \cdot \varphi - y),$$

где $c = E \cdot F / l$ - жесткость каната; E - модуль упругости каната; F - площадь сечения каната; l - свободная длина каната; f_1 - первоначальная деформация каната от веса поднимаемого груза.

При обобщенных координатах x и y :

$$\begin{cases} m_1 \cdot \ddot{x} = -c \cdot x + c \cdot y + P; \\ m_2 \cdot \ddot{y} = c \cdot x - c \cdot y. \end{cases}$$

Начальные условия: $t=0, x=y=0; \dot{x}=\dot{y}=v_1$. Не приводя всего решения, запишем конечный результат:

$$\begin{aligned} x &= \frac{P}{m_1+m_2} \cdot \frac{t^2}{2} + v_1 \cdot t + \frac{P \cdot m_2^2}{c \cdot (m_1+m_2)^2} \left[1 - \cos \sqrt{\frac{c \cdot (m_1+m_2)}{m_1 \cdot m_2}} \cdot t \right]; \\ y &= \frac{P}{m_1+m_2} \cdot \frac{t^2}{2} + v_1 \cdot t + \frac{P \cdot m_1 \cdot m_2}{c \cdot (m_1+m_2)^2} \left[1 - \cos \sqrt{\frac{c \cdot (m_1+m_2)}{m_1 \cdot m_2}} \cdot t \right]. \end{aligned}$$

В сравнении с предыдущим случаем жесткого каната в системе возникают колебания, различные по амплитуде и противоположные по фазе; частоты колебаний по обеим координатам одинаковы. Для сравнения на рис. 12 приведены кривые изменения скорости подъема груза при жестком 1 и упругом 2 канате. Видно, что в первом случае зависимость линейная, во втором - на нее накладываются колебания. Однако амплитуда этих колебаний невелика даже без учета затухания. Поэтому допущение о бесконечной жесткости каната может быть приемлемым.

В случае же, если грузоподъемная система включает демпфер, влияние его параметров (c и k) существенно и их необходимо принимать в расчет, тем более, что цель введения демпфера состоит в снижении нагрузок.

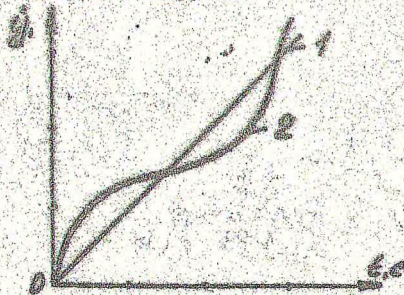


Рис. 12. Изменение скорости подъема груза лебедкой при: 1- жестком канате; 2- упругом канате

4.2.2. Запуск машины, приводимой короткозамкнутым асинхронным электродвигателем.

Такой привод применяется на машинах небольшой мощности (100 - 120 кВт), когда не требуется регулирования скорости вращения двигателя. Механическая характеристика такого двигателя представляется в виде

$$M = \frac{2 \cdot M_{\max} \cdot (1+s)}{s_m/s + s/s_m + 2 \cdot \epsilon}$$

где M - момент вращения, развиваемый двигателем; M_{\max} - максимальный момент двигателя; s - текущее скольжение; s_m - критическое скольжение, соответствующее M_{\max} ; $\epsilon = X_1/r_0$ (X_1 - активное сопротивление фазы статора; r_0 - полное реактивное сопротивление двигателя).

Уравнение неустановившегося режима работы двигателя

$$I \frac{d\omega}{dt} = M - M_0,$$

где M_0 - статический момент сопротивления.

Так как момент M в общем виде может быть записан как $M = M_{\max} f(s)$, то можем получить

$$I \cdot \omega_0 \frac{ds}{dt} = M_0 - M_{\max} f(s).$$

Обозначая $U = M_0 / M_{\max}$, будем иметь

$$\frac{M_{\max} \cdot t}{I \cdot \omega_0} = \int \frac{ds}{U - f(s)} + c.$$

Выражение $I \cdot \omega_0 / M_{\max}$ представляет собой условное время запуска машины под действием постоянного момента $M = M_{\max}$ в промежутке от $\omega = 0$ до $\omega = \omega_0$ (при $M_0 = 0$, $f(s) = 1$). Эту величину называют постоянной запуска T :

$$T = I \cdot \omega_0 / M_{\max}.$$

Тогда окончательно

$$\frac{t}{T} = \int \frac{ds}{U - f(s)} + c.$$

4.2.3. Особенности запуска машины, приводимой электродвигателем с регулируемыми характеристиками

Для машин мощностью свыше 100 кВт используются асинхронные электродвигатели с фазным ротором. Путем введения в цепь ротора различных по величине сопротивлений получают семейство механических характеристик (рис.13).

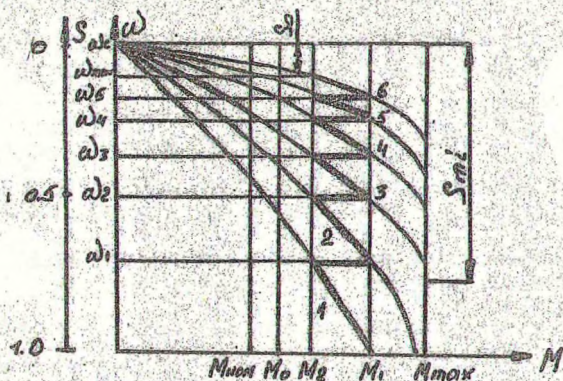


Рис.13. Механические характеристики асинхронного двигателя с фазным ротором

Для 1-й характеристики в случае пренебрежения величиной ϵ (см. п.4.2.2):

$$M = \frac{2 \cdot M_{max}}{S_{m1}/S + S/S_{m1}}$$

где S_{m1} - соответствующее критическое скольжение; S - текущее скольжение.

Для запуска включают достаточно большое сопротивление и получают, например, характеристику 1, при которой начальный момент больше статического момента сопротивления вращению, т.е. $M_{нач} > M_0$, - система начинает двигаться ускоренно. При достижении скорости ω_1 уменьшают роторное сопротивление, переходят на характеристику 2, увеличивая скачком движущий момент до величины M_1 и т.д. до тех пор, пока на естественной характеристике не устанавливается постоянная угловая скорость.

При расчете запуска двигателя решают две задачи. Пер-

вая - рациональная разбивка пусковых сопротивлений, при которой моменты M_1 и M_2 одинаковы на всех характеристиках, - эта задача геометрическая. Вторая - динамическая задача - поиск связи между параметрами характеристик и продолжительностью запуска.

4.3. Динамические усилия при запуске

4.3.1. Эквивалентная динамическая схема машины

Чаще всего при исследовании запуска машин, имеющих один привод и один исполнительный орган, применяют эквивалентную схему в виде двухмассовой упругой системы. При этом ротор двигателя и исполнительный орган представляются в виде сосредоточенных масс, а моменты инерции соединяющих их деталей распределены между этими массами. Такая схема может подойти к ходовой части погружных и транспортным машинам, для скреперных установок и т.д.

Конечно, воплощение этой схем может быть самым различным в зависимости от реальной конструкции машины, однако необходимо иметь в виду, что выбор эквивалентной схемы должен в наибольшей степени соответствовать действительным динамическим характеристикам, но без излишнего усложнения или упрощения, т.е. в первом случае усложняется решение задач динамики, а во втором - теряется точность. При этом обычно составляется диаграмма масс, для чего используется принцип Рэлея, сущность которого состоит в предположении, что при динамических процессах характер деформации системы сохраняется таким же, как и при статическом нагружении. Возложение этого метода состоит в приведении масс системы, которые находятся путем приравнивания кинетических энергий приведенной массы и масс деформируемой части машины.

Рассмотрим систему в виде упругого массивного каната с подвешенной к его концу сосредоточенной массой m . Длина каната L , погонный вес каната q . Упрощение такой схемы может состоять в присоединении к массе канцелярного груза части массы каната; в этом случае будет получена одномассовая система, решить которую просто. Если же этого не сделать, то получается весьма сложная и громоздкая задача - решение уравнений в частных производных.

Приведение массы каната сделать несложно, если известен закон изменения деформации каната вдоль его длины.

Пусть U - перемещение при деформации сечения каната, расположенного на расстоянии Z от закрепленного конца. Тогда кинетическая энергия элемента каната длиной dZ

$$dT_k = 0,5 \cdot \dot{U}^2 \cdot dm = 0,5 \cdot \dot{U}^2 \cdot q \cdot dZ/g.$$

Интегрируя, найдем полную кинетическую энергию каната:

$$T_k = (0,5 \cdot q/g) \int_0^L \dot{U}^2 \cdot dZ.$$

Кинетическая энергия, добавляемая к конечному грузу массой $T_{k0} = 0,5 \cdot m_g \cdot \dot{x}^2$, где x - перемещение груза.

При приравнивании T_k и T_{k0} получим

$$m_g = q/(x^2 \cdot g) \int_0^L \dot{U}^2 \cdot dZ. \quad (8)$$

Если закон $U(Z)$ известен, то вычисление интеграла трудностей не вызывает. В данном случае, применяя метод Рейлея, задаемся законом $U(Z)$ соответственно характеру деформации при статическом нагружении, т.е. по линейному закону

$$Z \cdot x/L; \quad \dot{U} = Z \cdot \dot{x}/L.$$

После подстановки этих выражений в (8) получаем

$$m_g = (q/g) \int_0^L Z^2 \cdot dZ = q \cdot L / (3 \cdot g) = M_k/3,$$

где M_k - масса каната.

Систему, состоящую из ряда сосредоточенных масс, можно представить в виде двух - или трехмассовой системы. Конечно, при этом массы и жесткости упругих звеньев, а также силы или моменты должны иметь приведенные значения.

Пусть $m_1, m_2, m_3 \dots$ - массы, движущиеся со скоростями $v_1, v_2, v_3 \dots$ (рис. 14). Приведем массы $m_2, m_3 \dots$ к массе m_1 . Возможен такой прием. Кинетическая энергия системы:

$$T = m_1 \cdot v_1^2/2 + m_2 \cdot v_2^2/2 + m_3 \cdot v_3^2/2 + \dots$$

Если эту сумму разделить на квадрат скорости движения массы и умножить на два, то получим приведенную массу:

$$m = m_1 \frac{v_1^2}{v_1^2} + m_2 \frac{v_2^2}{v_1^2} + m_3 \frac{v_3^2}{v_1^2} + \dots$$

ИЛИ

$$m = m_1/i_1^2 + m_2/i_2^2 + m_3/i_3^2 + \dots$$

где $i_1, i_2, i_3 \dots$ - отношение скоростей приводимых масс.

Аналогично производится приведение моментов инерции вращающихся масс (рис. 15), вращение происходит со скоростями $\omega_1, \omega_2, \omega_3 \dots$. Приведенный момент инерции равен

$$I = I_1/i_1^2 + I_2/i_2^2 + I_3/i_3^2 + \dots$$

Выражение суммарного приведенного момента

$$I = m_0 \cdot R^2,$$

где m_0 - эквивалентная масса, сосредоточенная на расстоянии R от оси вращения.

Тогда суммарная приведенная масса

$$m_{пр} = m + m_0 = m + I/R^2.$$

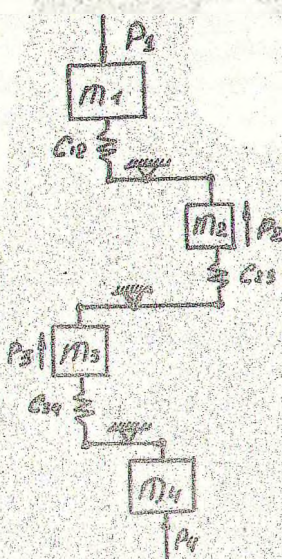


Рис. 14. Условная схема механизма с поступательно движущимися массами

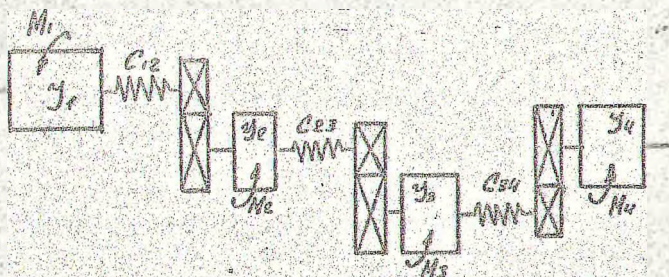


Рис. 15. Условная схема механизма с вращающимися массами

Для поступательно движущихся масс жесткость упругого звена приведенной массы определяется из отношения приведенной силы к фактической деформации системы f , которая

состоит из суммы приведенных деформаций отдельных звеньев $f_1, f_2, f_3 \dots$

$$f_1 = \left(\frac{P_1}{i_1 n_1} + \frac{P_2}{i_2 n_1 n_2} + \frac{P_3}{i_3 n_1 n_2 n_3} + \dots \right) \frac{l_1^2}{c_{12}} n_1;$$

$$f_2 = \left(\frac{P_2}{i_2 n_1 n_2} + \frac{P_3}{i_3 n_1 n_2 n_3} + \frac{P_4}{i_4 n_1 n_2 n_3 n_4} + \dots \right) \frac{l_2^2}{c_{23}} n_1 n_2;$$

$$f_3 = \left(\frac{P_3}{i_3 n_1 n_2 n_3} + \frac{P_4}{i_4 n_1 n_2 n_3 n_4} + \frac{P_5}{i_5 n_1 n_2 n_3 n_4 n_5} + \dots \right) \frac{l_3^2}{c_{34}} n_1 n_2 n_3;$$

где c_{12}, c_{23}, c_{34} - жесткость упругих звеньев; n_1, n_2, n_3 - КПД соответствующих звеньев передачи.

Приведенная сила и жесткость приведенной системы равны соответственно

$$f_1 = \frac{P_1}{i_1 n_1} + \frac{P_2}{i_2 n_1 n_2} + \frac{P_3}{i_3 n_1 n_2 n_3} + \dots;$$

$$c = \frac{P}{f} = \frac{P}{f_1 + f_2 + f_3 + \dots};$$

У систем с вращающимися массами приведенная жесткость определяется как отношение приведенного момента M к фактической деформации ϕ .

Приведенная жесткость, аналогично предыдущему случаю, равна

$$c = \frac{M}{\phi} = \frac{M}{\phi_1 + \phi_2 + \phi_3 + \dots},$$

значения $\phi_1, \phi_2, \phi_3 \dots$ определяются аналогично $f_1, f_2, f_3 \dots$, только вместо сил будут моменты, а вместо линейных жесткостей - угловые.

Для приведения масс конструкций грузоподъемных машин часто пользуются приближенным методом, применяя коэффициент приведенной массы K :

$$K = m_n / m_0,$$

где m_n - приведенная масса; m_0 - полная действительная масса конструкции.

Этот коэффициент определяют методом Релея, используя от-

ношение кинетических энергий всей системы T_k к условной кинетической энергии T_{k0} той точки конструкции, к которой приводим массу всей конструкции: $K = T_k/T_{k0}$.

Для балки на двух опорах (постоянного сечения) коэффициент K приведения массы к середине балки равен $17/35$, для консольной балки постоянного сечения при приведении массы к ее концу - $33/140$.

Оставив расчетную схему и получив кинетическую энергию, с использованием уравнения Лагранжа легко можно получить систему дифференциальных уравнений, которая описывает движение машины в период запуща.

Рассмотрение вопроса, однако, производилось без учета потерь, которые имеют место в любой реальной машине и оказывают существенное влияние на динамические усилия.

Рассмотрим учет потерь при условии $\varphi_1 > \varphi_n$ (φ_n - приведенный угол поворота исполнительного органа машины). Это неравенство справедливо вплоть до момента, соответствующего действию максимальных динамических усилий.

Принципиальная схема машин, где двигатель и исполнительный орган соединены системой передач, показана на рис. 16а, диаграмма масо - на рис. 16б. Имеется n маховиков, а также участки с распределенными моментами инерции, известны крутильные жесткости и КПД участков трансмиссии (η_{23} и η_{45} - КПД зубчатых соединений, η_{12} , η_{34} , η_{56} - КПД валов). КПД редуктора в целом и отдельных звеньев в значительной степени зависит от нагрузки. Он может изменяться от нуля (при отсутствии полезной нагрузки) до $0,8-0,9$ (при номинальной нагрузке).

Приведенный к валу двигателя суммарный момент сопротивления M_c можно выразить зависимостью

$$M_c = M_c/k + M_{xx},$$

где M_c - момент сопротивления, приведенный к валу двигателя без учета потерь; M_{xx} - момент, создаваемый потерями колостого хода; k - постоянный коэффициент пропорциональных потерь.

$$\text{Т.к. } M_c = M_c/\eta, \text{ то } M_c/\eta = M_c/R + M_{xx} \text{ и } \eta = (1/k + M_{xx}/M_c)^{-1}.$$

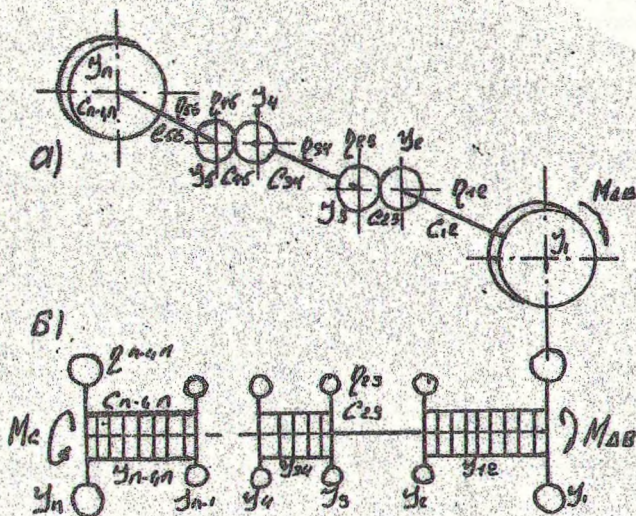


Рис. 16. Эквивалентная схема машины, учитывающая потери энергии в передаче

Если из опыта известны два значения коэффициентов η_1 и η_2 , соответствующие двум известным значениям момента сопротивления M_{c1} и M_{c2} , то можно определить k и $M_{хх}$ из системы

$$M_{c1}/\eta_1 = M_{c1}/k + M_{хх};$$

$$M_{c2}/\eta_2 = M_{c2}/k + M_{хх}.$$

Из этой системы имеем

$$k = \frac{1 - (M_{c2}/M_{c1})}{(1/\eta) - (M_{c2}/M_{c1}) \cdot \eta_2};$$

$$M_{хх} = \frac{M_{c2} \cdot (\eta_1/\eta_2 - 1)}{\eta_1 \cdot (1 - M_{c2}/M_{c1})}.$$

Для момента M'_1 , приведенного к двигателю, с учетом потерь в трансмиссии можно записать

$$M'_1 = M_1/k_1 + M_{хх1},$$

где M_1 - внешний момент, приложенный к i -му участку трансмиссии (приведенный); k_1 - коэффициент пропорциональности

потерь части трансмиссии между рассматриваемым участком и двигателем; $M_{хк1}$ - момент, создаваемый потерями холостого хода на этой части трансмиссии.

Подставляя значения M , равные соответственно $M_{с1}$ и $M_{с2}$, находим, исключая $M_{хк1}$:

$$k_1 = \frac{1 - M_{с2}/M_{ном}}{1/\eta_1 - (M_{с2}/M_{ном}) \cdot \eta_2 \cdot (\eta_1/\eta)}$$

где η_1 и η - КПД рассматриваемой части трансмиссии и всего редуктора при номинальной нагрузке.

Вычислив значения коэффициентов пропорциональности потерь для всех выделенных участков, можно из системы, приведенной на рис. 18 б, перейти к системе без потерь. Для этой цели в пределах выполнимости неравенства $\dot{\varphi}_1 > \dot{\varphi}_n$ следует заменить значения жесткости и моментов инерции участков:

$$c'_{1, i+1} = c_{1, i+1}/k_i; \quad I'_{1, i+1} = I_{1, i+1}/k_i; \quad I'_1 = I_1/k_1.$$

Одинаковые крутящие моменты, приложенные к валу ротора двигателя в машине с потерями, вызовут меньшие углы закручивания участков и меньшие ускорения масс трансмиссии, чем в машине без потерь, что в динамическом смысле равноценно увеличению жесткости и моментов инерции.

4.2.2. Определение динамических усилий при запуске

В процессе запуска можно выделить следующие периоды:

1) ускоренное движение ротора двигателя ввиду наличия зазора в кинематической цепи при неподвижном исполнительном органе;

2) движение ротора за счет упругой деформации трансмиссии при неподвижном исполнительном органе до момента, когда усилие в трансмиссии сравняется по величине с силой сопротивления;

3) запуск исполнительного органа.

За первые два периода ротор двигателя разгоняется до скорости ω_1 , а трансмиссия получает дополнительную деформацию, которая соответствует приложенному к исполнительному органу сопротивлению.

Рассматривая третий этап с помощью эквивалентной схемы с

двумя степенями свободы (угловые перемещения маховиков, имитирующих двигатель и исполнительный орган), используем уравнения Лагранжа:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_j} - \frac{\partial T}{\partial \varphi_j} = - \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi_j} + Q_j, \quad j = \text{г, р.}$$

Кинетическая и потенциальная энергии системы:

$$T = 0,5 \cdot (I_d \dot{\varphi}_d^2 + I_{др} \dot{\varphi}_d \dot{\varphi}_p + I_p \dot{\varphi}_p^2);$$

$$\Pi = 0,5 \cdot c \cdot (\varphi_d - \varphi_p + M_c/c)^2.$$

Используя уравнение Лагранжа с учетом обобщенных сил Q на двигателе и со стороны исполнительного органа, получаем

$$\begin{cases} I_d \ddot{\varphi}_d + 0,5 \cdot I_{др} \ddot{\varphi}_p - c \cdot (\varphi_d - \varphi_p + M_c/c) + M_d; \\ I_p \ddot{\varphi}_p + 0,5 \cdot I_{др} \ddot{\varphi}_d = c \cdot (\varphi_d - \varphi_p + M_c/c) - M_c, \end{cases}$$

где M_d и M_c - крутящий момент двигателя и приведенный момент сопротивления на исполнительном органе; I_d , $I_{др}$, I_p - приведенные моменты инерции двигателя, трансмиссии и исполнительного органа.

Вводя обозначение $\Delta M = M_d - M_c$, полученную систему уравнений преобразуем в следующую:

$$\begin{cases} I_d \ddot{\varphi}_d + 0,5 \cdot I_{др} \ddot{\varphi}_p + c \varphi_d - c \varphi_p = \Delta M; \\ I_p \ddot{\varphi}_p + 0,5 \cdot I_{др} \ddot{\varphi}_d - c \varphi_d + c \varphi_p = 0. \end{cases} \quad (9)$$

В общем случае M_d при запуске изменяется, однако ввиду того, что продолжительность третьего периода невелика и φ_d не успевает существенно измениться, во многих случаях можно принять $\Delta M = \text{const}$ (это не касается транспортных машин с двигателями внутреннего сгорания).

После ряда преобразований систему уравнений (9) сводим к следующему:

$$\ddot{\varphi}_d - \ddot{\varphi}_p + \gamma^2 \cdot (\varphi_d - \varphi_p) = \Delta M \cdot \frac{I_p + 0,5 \cdot I_{др}}{I_p I_d - 0,25 \cdot I_{др}^2};$$

$$\text{где } \gamma = \sqrt{\frac{c \cdot (I_p + I_{др} + I_d)}{I_p I_d - 0,25 \cdot I_{др}^2}}.$$

Решение этого линейного уравнения относительно $(\varphi_d - \varphi_p)$

находится при следующих начальных условиях: $t=0$; $\varphi_d=0$,
 $\dot{\varphi}_d=\omega_1$, $\varphi_p=0$; $\dot{\varphi}_p=0$:

$$\dot{\varphi}_d - \dot{\varphi}_p = \omega_1 \cos(\gamma t) + \frac{\Delta M \gamma (I_p + 0,5 \cdot I_{др})}{c(I_p + I_{др} + I_d)} \sin(\gamma t).$$

Крутящий момент на валу ротора двигателя

$$M_{кр} = M_c + c(\varphi_d - \varphi_p) = M_c + \frac{c \omega_1}{\gamma} \sin(\gamma t) + \frac{\Delta M (I_p + 0,5 \cdot I_{др})}{I_p + I_{др} + I_d} (1 - \cos(\gamma t)).$$

Максимальные усилия действуют при $\varphi_d = \dot{\varphi}_p$ при $t = t_1$:

$$t_1 = \frac{1}{\gamma} \arctg \left[- \frac{c \cdot \omega_1 \cdot (I_p + I_{др} + I_d)}{\Delta M \cdot (I_p + 0,5 \cdot I_{др}) \cdot \gamma} \right].$$

Подставляя t_1 в выражение $M_{кр}$, получим M_{max} . Соответствующими приемами можно также найти $\varphi_d(t)$.

Из изложенного видно, что в процессе запуска при постоянной разности движущих сил и сил сопротивления в трансмиссии возникают колебания с угловой частотой γ . Ввиду наличия сил сопротивления эти колебания быстро затухают и машина переходит в установившийся режим.

Максимальные динамические усилия в трансмиссии возникают спустя некоторое время с начала движения исполнительного органа. M_{max} , как и максимальные динамические усилия, зависит от параметров системы и изменяется, как показано на рис. 17.

Скорость ω_1 , которую имеет двигатель при запуске рабочего органа, можно определить из выражения

$$\omega_1 = \omega_1' + \omega_1'',$$

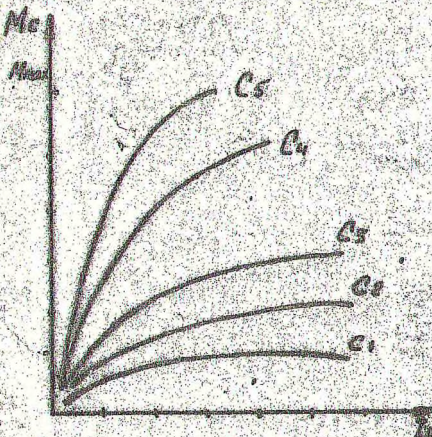


Рис. 17. Зависимости максимальных динамических усилий от I_p при увеличении жесткости трансмиссии от c_1 до c_5

где ω_1' - скорость, которую набирает ротор за счет выбора зазора в кинематической цепи; ω_1'' - приращение скорости за счет упругой деформации трансмиссии. Так как ротор движется равноускоренно, то приведенный зазор в системе $\phi = M_d t_{\text{д}}^2 / (2 \cdot I_d)$,

$$\text{тогда } t_{\text{д}} = \sqrt{\frac{2 \cdot \phi \cdot I_d}{M_d}} \quad \text{и} \quad \omega_1' = \frac{M_d}{I_d} \sqrt{\frac{2 \cdot \phi \cdot I_d}{M_d}} = \sqrt{\frac{2 \cdot \phi \cdot M_d}{I_d}}$$

Для определения ω_1' необходимо рассмотреть движение системы при начальных условиях: $t=0, \phi_d=0, \dot{\phi}_d=\omega_1$.

Уравнение движения имеет вид

$$\ddot{\phi}_d + r_1^2 \phi_d = M_d / I_d,$$

где $r_1 = \sqrt{G / I_d}$.

Решение этого уравнения:

$$\phi_d = \frac{\omega_1}{r_1} \sin(r_1 t) + \frac{M_d}{I_d \cdot r_1^2} (1 - \cos(r_1 t)).$$

Скорость $\omega_1' = \dot{\phi}_d(t_{\text{деф}}) = \omega_1 \cos(r_1 t_{\text{деф}}) + M_d \sin(t_{\text{деф}}) / (I_d \cdot r_1)$,

где $t_{\text{деф}}$ - время предварительного деформирования трансмиссии.

Пуск двигателя под нагрузкой соответствует случаю, когда можно принять $\omega_1 = 0$, так как трансмиссии большинства машин обладают большой угловой жесткостью и за время деформирования трансмиссии на величину M_d двигатель практически не набирает заметной скорости. В этом случае

$$M_{\text{max}} = M_c + \frac{2 \cdot \Delta M \cdot (I_p + 0,5 \cdot I_{\text{д}})}{I_p + I_{\text{д}} + I_d}$$

Динамические условия при пуске тем больше, чем больше маховой момент исполнительного органа и пусковой момент двигателя. Если двигатель имеет большой маховой момент, то динамические условия в трансмиссии снижаются.

Следует помнить, что процесс запуска под полной нагрузкой неблагоприятен для двигателя, хотя и не опасен для деталей трансмиссии.

Если на исполнительном органе отсутствует нагрузка, то условия разгона двигателя облегчаются (запуск вхолостую). Запуск вхолостую можно разделить на два периода: 1) разгон вхолостую; 2) внезапное или плавное включение рабочего органа.

Первый период отличается значительными нагрузками в трансмиссии. Во второй период, если сила сопротивления прикладывается внезапно и она меньше движущей силы, то процесс запуска в целом аналогичен запуску под нагрузкой.

При плавном приложении нагрузки динамические усилия снижаются. При увеличении момента сопротивления до величины, большей движущего момента двигателя, к нему добавляется динамический момент за счет накопленной кинетической энергии первого периода. Усилия в деталях трансмиссии возрастают больше, чем при пусковом моменте двигателя, а в предельном случае наступает сильное перенапряжение трансмиссии. Наиболее опасны значительные зазоры в трансмиссии, когда $\omega_1 \gg 0$.

Б. ДИНАМИКА НАГРУЖЕНИЯ МАШИН ПОСЛЕ РАЗГОНА

Б.1. Общие положения

Установившийся процесс работы машины - процесс, при котором приводной вал двигателя вращается равномерно. Могут быть и неизбежно бывают незначительные отклонения от равномерности, которыми, однако, можно пренебречь, так как по сравнению с передаваемыми статическими моментами вращения они малы. При этом процессе, когда вал двигателя вращается равномерно, движения рабочего органа и привода necessarily равномерно. В трансмиссии при установившемся движении могут возникать значительные динамические усилия как следствие развивающихся колебательных процессов. Рабочий орган может иметь различные виды движения на установившемся режиме:

- 1) движение равномерное;
- 2) движение неравномерное, но по периодическому закону с постоянной частотой и амплитудой;
- 3) движение неравномерное по непериодическому закону.

Первый случай характерен для машин, имеющих передачу с постоянным передаточным числом, - грузоподъемные машины, автомобили, тракторы, станки (кроме строгальных, плоскошлифовальных и др.).

Второй - для машин, рабочий орган которых движется по гармоническому закону (компрессор, ткацкий станок, режущий аппарат комбайна).

К третьему случаю можно отнести машины, в которых пере-

мещение осуществляется деформируемой связью, например трелевочный трактор с иккерным оборудованием при сборе и подтревке деревьев, трелевка лебедкой в полуподвешенном положении и др.

Вобщем говоря, строго равномерное движение не может быть практически достигнуто, так как приводной двигатель реагирует на самые незначительные изменения сил внешнего сопротивления и в соответствии с этим изменяет скорость вращения. Однако эти изменения при установившемся движении невелики, и ими можно пренебречь.

После разгона нагружение машины может производиться неравному. Например, металлорежущие станки, прессы включают посредством фрикционной муфты и затем нагружают полезным сопротивлением (подвод режущего инструмента к заготовке, подача заготовки под штамп). Некоторые транспортные машины (например автомобили) после разгона двигателя нагружаются частью внешнего сопротивления (сопротивление движения от дороги), а по мере возрастания скорости движения догружаются силами воздушного сопротивления.

Итак, внешняя нагрузка рабочего органа может изменяться как функция угла поворота, времени или скорости.

5.2. Изменение внешней нагрузки в функции угла поворота

Наиболее простой случай - линейное изменение нагрузки:

$M = M_c \varphi_2 / \varphi_c$, где φ_c - угол, соответствующий установившейся статической нагрузке M_c ведомой массы. Система уравнений приведенной системы (рис. 18) при постоянной скорости вращения вала двигателя (маховик большой массы) имеет вид

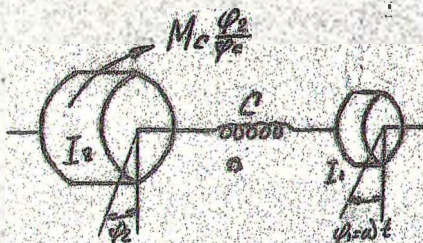


Рис. 18. Приведенная схема нагружения машины после разгона (изменение внешнего сопротивления в функции угла поворота ведомой массы)

$$\begin{cases} I_1 \frac{d^2 \varphi_1}{dt^2} = 0; \\ I_2 \frac{d^2 \varphi_2}{dt^2} - (\varphi_1 - \varphi_2) c = M_c \frac{\varphi_2}{\varphi_c}. \end{cases}$$

Из первого уравнения $\varphi_1 = \omega t$, где $\omega = \text{const}$ - скорость вала двигателя. После подстановки φ_1 во второе уравнение получим

$$\ddot{\varphi}_2 + \frac{c + M_c / J_2}{I_2} \varphi_2 = \frac{\omega \cdot c}{I_2} t.$$

Из этого уравнения при начальных условиях $t=0, \varphi_2=0, \dot{\varphi}_2=0$ можно получить φ_2 , а затем вычислить деформацию упругого звена φ :

$$\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \omega \left[t \left(1 - \frac{c \varphi_c}{c \varphi_c + M_c} \right) - \frac{M_c}{c \varphi_c + M_c} \sqrt{\frac{I_2 \varphi_c}{c \varphi_c + M_c}} \sin \sqrt{\frac{c \varphi_c + M_c}{I_2 \varphi_c}} t \right]$$



Рис. 19. Изменение нагрузки в упругом звене передачи при изменении внешнего сопротивления в функции угла поворота ведомой массы

и нагрузку в передаче M_{12} : $M_{12} = \varphi c$ (рис. 19). Максимальная нагрузка имеет место при $t = t_c$, где t_c - время, соответствующее $\varphi_2 = \varphi_c$:

$$t_c = \sqrt{\frac{I_2 \varphi_c}{c \varphi_c + M_c}} \frac{M_c}{c \varphi_c} + \frac{c \varphi_c + M_c}{\omega c}$$

При подстановке значения t в уравнение для M_{12} получим $M_{12\text{max}}$:

$$M_{12\text{max}} = \frac{\omega M_c}{\varphi_c} \sqrt{\frac{I_2 \varphi_c}{c \varphi_c + M_c}} + M_c.$$

5.3. Изменение внешней нагрузки в функции времени

В данном случае нагрузка $M = M_0 t / t_c$, а уравнения движения системы (рассматриваем ту же двухмассовую динамическую систему) запишется так:

$$\begin{cases} I_1 \ddot{\varphi}_1 = 0; \\ I_2 \ddot{\varphi}_2 - (\varphi_1 - \varphi_2) c = -M_0 t / t_c, \end{cases}$$

где t_c - время, соответствующее окончанию нарастающей нагрузки; $0 \leq t \leq t_c$.

При замене во втором уравнении $\varphi_1 = \omega t$ получим

$$\ddot{\varphi}_2 + c \varphi_2 / I_2 = (\omega c - M_0 / t_c) t / I_2.$$

Из этого уравнения найдем деформацию упругого звена:

$$\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{M_c}{c t_c} \left[t - \sqrt{\frac{I_2}{c}} \sin \sqrt{\frac{c}{I_2}} t \right].$$

Характер изменения нагрузки аналогичен показанному на рис. 20. В момент $t = t_c$ $\varphi = M_c/c$.

Уравнение движения ведомой массы после окончания нарастания внешней сопротивления имеет вид

$$I_2 \ddot{\varphi}_2 + c \varphi_2 = c \omega t - M_c,$$

откуда деформация упругого звена определяется выражением

$$\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2M_c}{c t_c} \sqrt{\frac{I_2}{c}} \sin \sqrt{\frac{c}{I_2}} t + \frac{M_c}{c};$$

$$M_{2 \max} = \varphi_{\max} c = M_c \frac{2}{t_c} \sqrt{\frac{I_2}{c}} + 1. \quad (10)$$

φ_{\max} получено из (10) подстановкой соответствующего t_c . Возможен случай, когда изменение внешней нагрузки пропорционально квадрату времени: $M = M_c t^2 / t_c^2$.

Процесс динамического нагружения будет состоять из 2-х этапов: от $t=0$ до $t=t_c$ (соответствует $\varphi_1 - \varphi_2 = M_c/c$) и от $t=t_c$ до установившегося колебательного состояния системы.

График изменения нагрузки (рис. 20) характеризуется параболическим нарастанием. Следует иметь в виду, что максимальные нагрузки упругих звеньев при линейном (рис. 19) и параболическом (рис. 20) нарастании не равны при одинаковых M_c , I_2 , так как время при параболическом законе меньше, чем при линейном.

5.4. Изменение внешней нагрузки в функции скорости

Такое изменение внешней нагрузки возможно при перемещении тел в различных средах. Для относительно небольших скоростей движения можно принять силу сопротивления F пропорциональной скорости движения v (рис. 21). На расчетной схеме (прямолинейная система координат) ведомая масса m_2 , ведущая - m_1 . Машинка или ее часть (автомобиль, моторная лодка, бетонопомехалка), которая находится в сопротивляющейся среде, в начальный момент неподвижна. Затем, в некоторый момент времени, сила или момент двигателя передаются на ведомую часть,

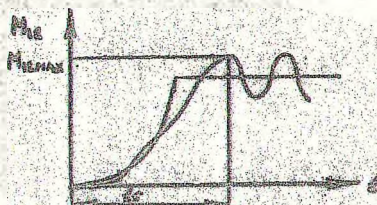


Рис. 20. Изменение нагрузки упругого звена при изменении внешнего сопротивления пропорционально квадрату времени

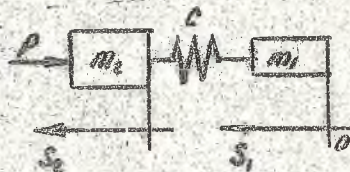


Рис. 21. Приведенная схема нагружения машины после разгона при изменении внешней нагрузки в функции скорости

которая начинает движение с ускорением (в большинстве случаев его можно считать постоянным).

Координата ведущей массы $S_1 = 0,5 \cdot v \cdot t^2 / t_1$, где v - наибольшая скорость, до которой производится разгон; t_1 - время разгона.

Дифференциальное уравнение движения ведомой массы

$$m_2 \ddot{S}_2 - (S_1 - S_2) C = -P S_2 / v. \quad (1)$$

Подставив S_1 , получим

$$\ddot{S}_2 + \frac{P}{m_2 v} S_2 + \frac{C}{m_2} S_2 = \frac{v c t^2}{2 m_2 t_1}. \quad (11)$$

После решения уравнения (11) для динамической нагрузки получим

$$F = S_0 C = (S_1 - S_2) C = \frac{v c t}{v c t_1 b} \left[\frac{P(v^2 m_2 C + P^2)}{2 v m_2^2} \sin(bt) + b(v^2 m_2 C - P^2) \cos(bt) \right] + \frac{P}{t_1} \left(t - \frac{P}{v C} \right) + \frac{v m_2^2}{t_1}, \quad (12)$$

где $a = \frac{P}{2 v m_2^2}$; $b = \sqrt{\frac{C}{m_2^2} - \frac{P^2}{4 v^2 m_2^2}}$

Время t ограничено временем разгона t_1 и не может его превышать, оно соответствует максимальному значению нагрузки:

$$t_m = t_1 \frac{1}{b} \operatorname{arctg} \left[\frac{P(v^2 m_2 C + P^2)}{2 v m_2 (v^2 m_2 C - P^2)} \right]$$

Тогда из (12) можно найти F_{\max} :

$$F_{\max} \approx \frac{\rho a t \sqrt{r^2 - \delta^2}}{\sqrt{ct}}$$

При наличии статической нагрузки F_C полная максимальная нагрузка будет равна $F_{\text{полн}} = F_{\max} + F_C$.

Изменение динамической нагрузки аналогично представленному на рис. 19, а при сопротивлении передвижению, пропорциональном квадрату скорости, - на рис. 20.

Б.5. Динамика установившегося движения неравновесных систем

Неравновесные приводные системы - системы, в которых часть элементов при установившемся прямолинейном движении ведущей массы движется неравномерно. Закон такого движения определяется кинематическими связями и параметрами. Это машины, приводы которых содержат кривошипно-шатунный, кривошипно-кулисный или кулачковый механизм, зубчатые передачи с некруглыми колесами, цепные передачи, планетарно-зубчатые механизмы и т. д.

Б.5.1. Механизмы с возвратно-поступательным движением

Типичные виды таких механизмов показаны на рис. 22.

Приведенная жесткость c - жесткость шатуна, стержня или толкателя (жесткость кривошипа или кулачка значительно боль-

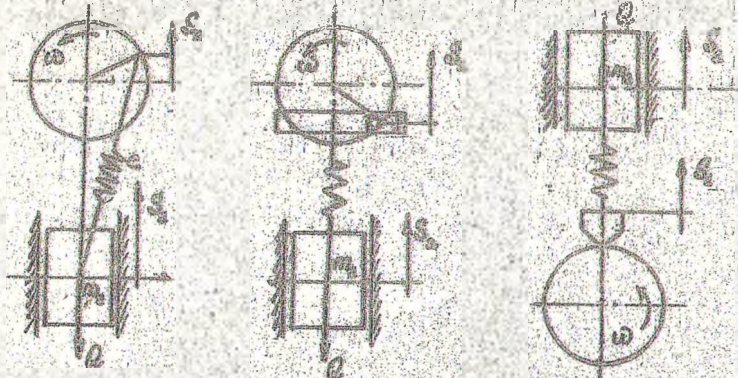


Рис. 22. Приведенные схемы механизмов с возвратно-поступательным движением: а - кривошипно-шатунный; б - кривошипно-кулисный; в - кулачковый механизмы

ше и не принимается во внимание); m_1 и m_2 - массы движущихся элементов машины, находящихся по обеим сторонам шатуна, штока или толкателя, приведенные к концам этих деталей.

При установившемся числе оборотов двигателя ведомая масса m_2 может быть неподвижной и только после включения при помощи муфты или другого устройства будет совершать возвратно-поступательное движение (строгальные и долбежные станки, камнедробилки и т.п.).

Если включение осуществляется через жесткую кулачковую муфту, то ведущей массе практически мгновенно сообщается некоторая скорость. При жесткой рабочей характеристике двигателя (асинхронный двигатель) координату S_1 можно выразить в виде функции ωt , где ω - установившаяся угловая скорость кривошипа или кулачка.

Уравнение движения ведомой массы:

$$m_2 \ddot{S}_2 - (S_1 - S_2) c = -Q,$$

где Q - вес возвратно-поступательно движущихся частей машины и внешняя нагрузка (включение механизма в нагруженном состоянии).

Подставив $S_1 = f(\omega t)$ и преобразовав выражение, получим

$$\ddot{S}_2 + c \cdot S_2 / m_2 = c \cdot f(\omega t) / m_2 - Q / m_2, \quad (13)$$

Закона изменения ω может быть различным. В кривошипношатунных механизмах $S_1 = R(1 - \cos(\omega t))$, где R - радиус кривошипа. Для кривошипно-шатунного механизма в случае приближенного решения также можно принять приведенное выражение S_1 (отношение длины шатуна к радиусу кривошипа достаточно велико), а для кулачкового механизма S_1 зависит от профиля кулачка.

После подстановки S_1 в (13) будем иметь

$$\ddot{S}_2 + \frac{c}{m_2} S_2 = \frac{cR}{m_2} (1 - \cos(\omega t)) - \frac{Q}{m_2} \quad (14)$$

При решении уравнения (14) находим деформацию S штанги и усилие, воспринимаемое ею:

$$F = S \cdot c = \frac{R m_2 \omega^2}{1 - m_2 \omega / c} (\cos(\omega t) - \cos \sqrt{\frac{c}{m_2}} t) + Q.$$

Для систем с большой жесткостью $F_{\max} \approx 2 \cdot R \cdot m_2 \cdot \omega^2 + Q$.

Это имеет место в начале движения кривошипа из крайнего нижнего положения (рис. 23а). В случае, когда в момент начала движения штанги верхний ее конец находится в одном из средних положений (кривошип смещен на 90° от вертикали), координата $S_1 = R \cdot \sin(\omega t)$. В этом случае воспринимаемое усилие F равно (рис. 23б):

$$F = S \cdot c = \frac{R m_2 \omega^2}{1 - m_2 \omega^2 / c} \left(\frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{c}{m_2}} \sin \sqrt{\frac{c}{m_2}} t - \sin(\omega t) \right) + Q,$$

а максимальное усилие при большой жесткости упругого звена

$$F_{\max} \approx R \cdot \omega \cdot (\sqrt{c \cdot m_2} + m_2 \cdot \omega) + Q.$$

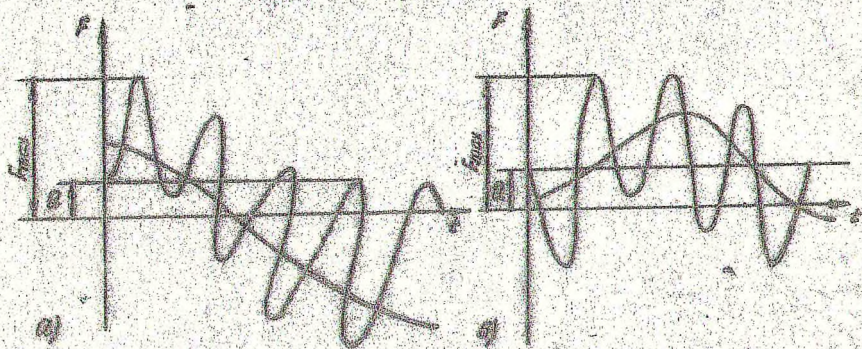


Рис. 23. Графики изменения нагрузки упругого звена кривошип-штангового механизма в начале движения из крайнего нижнего положения (а) и из положения смещенного на 90° от вертикали при движении его вниз (б).

3.5.2. Механизмы с цепной передачей

При длинновязных цепных передачах возникает значительная неравномерность движения ведомой массы при установившемся движении ведущей массы, что вызывает динамические нагрузки как самой цепи, так и других ведомых звеньев машины.

Основные нагрузки - продольные. При установившемся движении $\omega = \text{const}$, а линейная скорость цепи v переменная и равна $v = \omega \cdot R \cdot \cos \alpha$. Угол α между направлением движения входящего в зацепление шарнира цепи и ее продольной осью является функцией времени $\alpha = \omega \cdot t$, тогда $v_x = \omega \cdot R \cdot \cos(\omega t)$ при

$-\pi/(z \cdot \omega) < t < \pi/(z \cdot \omega)$, где z - число зубьев звездочки.

Приведенная схема механизма, показанная на рис. 24б, построена с учетом того, что масса цепи мала в сравнении с массой ведомых элементов m . На схеме Q - приведенная внешняя статическая нагрузка; S_1 и S_2 - координаты входящего в зацепление с ведущей звездочкой шарнира цепи и ведомой массы.

Так как $v = \omega \cdot R \cdot \cos(\omega t)$, то $S_1 = \int \omega \cdot R \cdot \cos(\omega t) \cdot dt = R \cdot \sin(\omega t) + c$.
 При $t=0$, $S_1=0$, откуда $c=0$, тогда $S_1 = R \cdot \sin(\omega t)$.

Уравнение движения ведомой массы: $m \ddot{S}_2 - (S_1 - S_2) \cdot c = -Q$.

При подстановке $S_1 = R \cdot \sin(\omega t)$ получаем

$$\ddot{S}_2 + c \cdot S_2 / m = R \cdot c \cdot \sin(\omega t) / m - Q / m.$$

Деформация цепи, получаемая из этого уравнения, дает возможность найти нагрузку цепи:

$$F = (S_1 - S_2) \cdot c = \frac{R \omega^2 m c}{c - m \omega^2} \left(\omega \sqrt{\frac{m}{c}} \sin \sqrt{\frac{c}{m}} t - \sin(\omega t) \right) + Q.$$

Для определения F_{\max} можем положить $\sin(t/\sqrt{c/m}) = 1$, т.к. период собственных колебаний в несколько раз меньше времени нарастания нагрузки. Угол $\alpha = \omega t$ может меняться в пределах $\alpha = \pm \pi/z$, где z - число зубьев звездочки. Тогда

$$F_{\max} = \frac{R \omega^2 m c}{c - m \omega^2} \left(\omega \sqrt{\frac{m}{c}} + \sin \frac{\pi}{z} \right) + Q.$$

Если жесткость $c \gg m \omega^2$, то $F_{\max} \approx R \cdot \omega^2 \cdot m \cdot \sin(\pi/z) + Q$.

Рассмотрим работу цепного транспортера, имеющего внешнее нагружение верхней ветви цепи. Если пренебречь натяжением

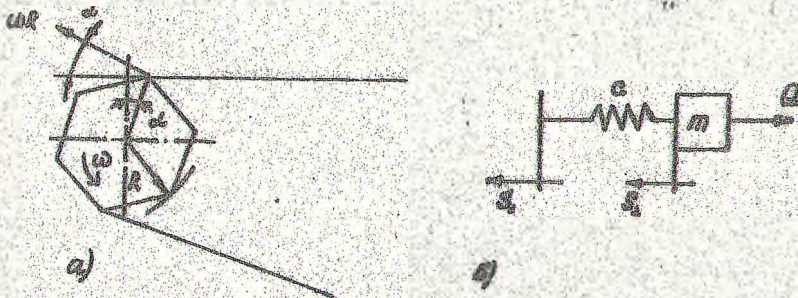


Рис. 24. Кинематическая (а) и приведенная (б) схемы цепной передачи

ветви цепи, сбегавшей с ведущей звездочки, то система (рис. 25) может быть представлена в виде приведенной схемы, показанной на рис. 26.

На приведенной схеме c - продольная жесткость цепи; m_2 - приведенная масса груза рабочей ветви цепи и ведомой звездочки; m_3 - масса холостой ветви; Q_1 и Q_2 - сопротивления перемещению рабочей и холостой ветвей цепи.

При установившемся движении $\omega = \text{const}$ и $S_1 = R \cdot \sin(\omega t)$. Уравнения движения ведомых масс m_2 и m_3 будут

$$\begin{cases} m_2 \cdot \ddot{S}_2 + (S_2 - S_1) \cdot c - (S_3 - S_2) \cdot c = -Q_1; \\ m_3 \cdot \ddot{S}_3 + (S_3 - S_2) \cdot c = -Q_2. \end{cases} \quad (15)$$

После введения S_1 и ряда преобразований решение системы уравнений (15) дает возможность получить нагрузки рабочей и холостой ветвей цепи

$$F_{12} = (S_1 - S_2)c = \left[A_{12} \sin(K_1 t) + B_{12} \sin(K_2 t) \right] c - \frac{Rc\omega^2 [c(m_2 + m_3) - \omega^2 m_2 m_3] \sin(\omega t)}{[\omega^2 m_2 m_3 - (m_2 + 2m_3)\omega^2 c + c^2]} + Q_1 + Q_2;$$

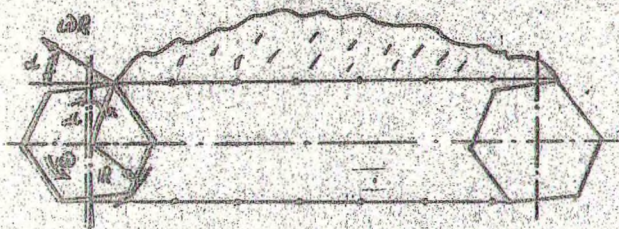


Рис. 25. Схема цепного транспортера...

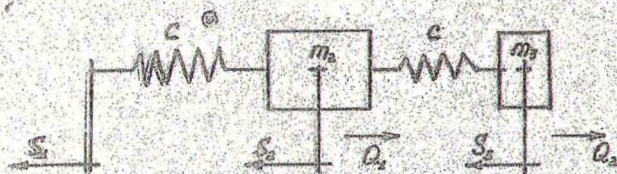


Рис. 26. Приведенная схема цепного транспортера

$$F_{23} = (S_2 - S_3)c = \left[A_{23} \sin(K_1 t) + B_{23} \sin(K_2 t) \right] c \dots$$

$$= \frac{Rc^2 \omega^2 m_3 \sin(\omega t)}{\left[\omega^4 m_2 m_3 - (m_2 + 2m_3) \omega^2 c + c^2 \right]} + Q_2.$$

Частоты $K_1, 2$ равны

$$K_{1, 2} = \sqrt{\frac{(m_2 + 2m_3)c}{2m_2 m_3}} \pm \sqrt{\frac{(m_2 + 2m_3)^2 c^2}{4m_2^2 m_3^2} - \frac{c^2}{m_2 m_3}}$$

Коэффициенты $A_{12}, A_{23}, B_{12}, B_{23}$:

$$A_{12} = - \frac{R\omega^3 \{ K_2^2 [c(m_2 + m_3) - \omega^2 m_2 m_3] - c(c - \omega^2 m_3) \}}{K_1 (K_1^2 - K_2^2) [\omega^4 m_2 m_3 - (m_2 + 2m_3) \omega^2 c + c^2]}$$

$$A_{23} = - \frac{Rc\omega^3 m_3 (K_2^2 - \omega^2)}{K_1 (K_1^2 - K_2^2) [\omega^4 m_2 m_3 - (m_2 + 2m_3) \omega^2 c + c^2]}$$

$$B_{12} = - \frac{R\omega^3 \{ K_1^2 [c(m_2 + m_3) - \omega^2 m_2 m_3] - c(c - \omega^2 m_3) \}}{K_2 (K_1^2 - K_2^2) [\omega^4 m_2 m_3 - (m_2 + 2m_3) \omega^2 c + c^2]}$$

$$B_{23} = - \frac{Rc\omega^3 m_3 (K_1^2 - \omega^2)}{K_2 (K_1^2 - K_2^2) [\omega^4 m_2 m_3 - (m_2 + 2m_3) \omega^2 c + c^2]}$$

5.6. Ударное и квазиударное нагружение машин

При ударном воздействии одной механической системы на другую обычно принимаются два условия. Первое - в начале соприкосновения систем равенство скоростей их движения отличается от нуля. Второе - полупериод собственных колебаний обеих систем (как общей системы) больше времени нарастания силы (от нуля до первого максимума) в месте соприкосновения.

В случае соблюдения только первого условия нагружение называется квазиударным. Однако методы исследования этих явлений одинаковы, и обычно пользуются общим термином "ударное нагружение". Ударное нагружение имеет место при резком приложении внешней нагрузки, вращающем резком изменении кинематической цепи и др.

Первое характерно, например, для работы лебедки при подъеме груза и резком отрыве его от основания, столкновении транспортной системы с препятствием, при передвижении вагонов толкателем, штабелевые сортиментов и т.п.

Временный разрыв кинематической цепи имеет место при работе механизмов прерывного действия, при наличии больших зазоров в зубчатых передачах редукторов и др.

Одномассовая система. Нагружена силой Q подвергается система, состоящая из массы m и упругого звена, имеющего жесткость c (рис. 27). Значения Q , m и c - приведенные. К системе, показанной на рис. 27, могут быть приведены машины, в которых явно выражена основная масса, приводимая в движение через упругое звено.



Рис. 27. Приведенная схема нагружения одномассовой системы

Если скорость установившегося движения ведущего элемента v , то $S_1 = v \cdot t$, а уравнение движения ведомой массы будет

$$m \cdot \ddot{S}_2 - (S_1 - S_2) \cdot c = -Q.$$

Подставив выражение S_1 и преобразовав выражение, получим:

$$\ddot{S}_2 + cS_2/m = vct/m - Q/m. \quad (18)$$

Общее решение уравнения (18) имеет вид

$$S = A \cdot \sin(t\sqrt{c/m}) + B \cdot \cos(t\sqrt{c/m}) + v \cdot t - Q/c.$$

С учетом начальных условий: $t=0$, $S_{10} - S_{20} = Q/c$, $\dot{S}_{10} - \dot{S}_{20} = v$ - определяем деформацию $S_1 - S_2$, а затем нагрузку, учитывая, что $v = c \cdot \text{const}$ и движение ведомого звена начинается только после нагружения упругого звена силой, равной Q :

$$F = (S_1 - S_2)c = v\sqrt{mc} \sin(t\sqrt{c/m}) + Q;$$

$$F_{\text{max}} = v\sqrt{mc} + c.$$

Двухмассовая система. Система (рис. 28) движется с установившейся скоростью v . В какой-то момент времени, например вследствие наличия зазора, происходит разрыв кинематической цепи, после чего - соударение ее элементов.

После разрыва кинематической цепи масса m_1 (при условии $m_1 \gg m_2$) продолжает двигаться с той же скоростью v и $S_1 = v \cdot t$. Таким образом, задача сводится к решению одномассовой систе-

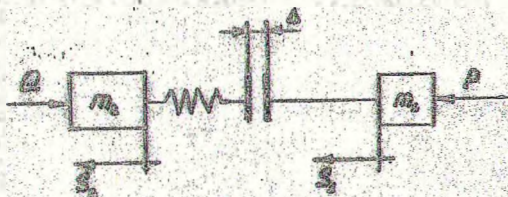


Рис. 29. Приведенная схема ударного нагружения двухмассовой системы: m_1 и m_2 - приведенные массы ведущего и ведомого звеньев машины; c - приведенная жесткость валов, передач и т.п.; Q - внешняя статическая нагрузка; P - движущая сила; Δ - зазор при разрыве кинематической цепи; S_1 и S_2 - коэффициенты ведущей и ведомой массы

мы. Но ведомая масса неподвижна до тех пор, пока усилие вследствие деформации упругого звена не будет равно внешней нагрузке Q . В дальнейшем это условие снимается.

Процесс имеет следующие этапы:

- 1) сближение масс до выбора зазора;
- 2) нагружение упругого звена до величины, равной нагрузке Q ;
- 3) дальнейшее нагружение упругого звена.

Считая, что в момент начала сближения масс упругое звено не деформировано, фактический зазор можно выравнять как $\Delta - Q/c$, причем предполагаем, что $\Delta > Q/c$.

На первом этапе уравнение движения ведомой массы $m_2 \ddot{S}_2 = -Q$. Решая его при начальных условиях ($t=0$, $S_2=0$, $\dot{S}_2=v$), получаем

$$\dot{S}_2 = v - Q \cdot t / (2 \cdot m_2).$$

В конце первого этапа $S_1 - S_2 = \Delta - Q/c$, или $Q/c + Q t^2 / (2m_2) = \Delta$. Отсюда время первого этапа $t_1 = \sqrt{2m_2(\Delta - Q/c)/Q}$.

Предполагается, что скорость \dot{S}_2 - величина положительная, т.е. за время выбора зазора масса m_2 сохраняет некоторую скорость и равна

$$\dot{S}_2 = v - \frac{2Q}{m_2} \left(\Delta - \frac{Q}{c} \right).$$

На втором этапе уравнение движения

$$m_2 \cdot \ddot{S}_2 - (S_1 - S_2) \cdot c = -Q.$$

В результате решения этого уравнения с учетом начальных

условий ($t=0, S_{20}=0, S_{20}^I=S_2^I$) время второго этапа

$$t_2 = \sqrt{\frac{m_2}{c}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{Q}{2(\Delta c - Q)}}$$

а скорость ведомой массы при $t=t_2$

$$S_2^I = v - \sqrt{Q(2\Delta c - Q)/(cm_2)} > 0.$$

Для третьего этапа уравнение движения ведомой массы то же, что и для второго, однако другие начальные условия: $t=0, S_1=S_2=Q/c, S_2^I=S_2^I$. Тогда нагрузки упругого звена

$$F = (S_1 - S_2)c = \sqrt{Q(2\Delta c - Q)} \cdot \sin(t \sqrt{c/m}) + Q,$$

$$F_{\max} = \sqrt{Q(2\Delta c - Q)} + Q.$$

На основе изложенной методики возможно рассмотрение некоторых частных случаев.

1. Пусть $S_1=0$ или $S_2^I=0$. В этом случае изменяются начальные условия, и в результате для максимальной нагрузки будем иметь $F_{\max} = v \cdot \sqrt{m_2 \cdot c} + Q$.

2. Пусть $\Delta = Q/c$, т.е. имеется не разрыв, а ослабление упругого звена на величину статической деформации Q/c . Если $S_2^I > 0$, то $F_{\max} = 2 \cdot Q$.

3. Пусть ослабление упругого звена δ меньше его статической деформации. Тогда начальные условия общего решения следующие: $t=0, S_1=\delta \cdot Q/c, S_2^I=v$. Изменяются также начальные условия последующих этапов, и для максимальной нагрузки будем иметь $F_{\max} = c \cdot \delta + Q$.

Совударение двух двухмассовых систем. Обшая схема ударного нагружения в этом случае представляется в виде четырехмассовой трехзвонной системы (рис. 29).

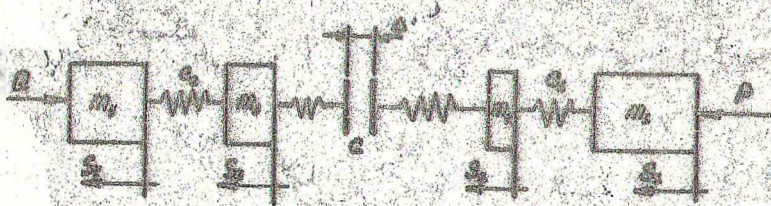


Рис. 29. Приведенная схема ударного нагружения четырехмассовой системы

Имеем два этапа: сближение систем, ударное нагружение упругих звеньев. В начальный момент времени все массы движутся со скоростью v . На ведущую массу m_1 действует приведенная сила двигателя P , поддерживающая ее постоянную скорость, на массу m_4 - статическая нагрузка Q . Все упругие звенья соударяемы систем в момент образования зазора Δ нагружены силой Q .

Уравнения движения 1-го этапа:

$$\begin{cases} S_1 = v \cdot t + S_0; \\ m_2 \cdot \ddot{S}_2 - (S_1 - S_2) \cdot c_1 = 0; \\ m_3 \cdot \ddot{S}_3 + (S_3 - S_4) \cdot c_2 = 0; \\ m_4 \cdot \ddot{S}_4 - (S_3 - S_4) \cdot c_2 = -Q, \end{cases}$$

где S_0 - общая деформация упругих звеньев систем в момент появления зазора Δ .

После образования зазора масса m_2 будет двигаться в сторону массы m_3 с некоторым ускорением под действием упругой силы звена с жесткостью c_1 . Массы m_3 и m_4 будут двигаться в том же направлении, но с замедлением. Рассматривая решение системы уравнений для первого, а затем второго этапа, получим нагрузки упругих звеньев F_1, F_2, F_3 .

Б.7. Колебания приводных устройств

Б.7.1. Определение критической скорости

Совпадение частот собственных колебаний приводных устройств с частотой возмущающей силы может служить причиной поломки и аварий вследствие резонанса. Возникновение опасных колебаний может происходить как при установившихся, так и при неустановившихся режимах движения.

Центр тяжести груза m , закрепленного на вращающемся валу (рис.30), смещен относительно его оси на величину e . Вал, упругая сила которого $F_y = c \cdot (f - e)$, деформируется под действием центробежной силы $F_c = m \cdot \omega^2 \cdot f$. Так как при установившемся вращении центробежная сила уравновешивается силой упругости $F_c = F_y$, то

$$f = e \cdot \left(1 - \frac{m \cdot \omega^2}{c} \right)^{-1}$$

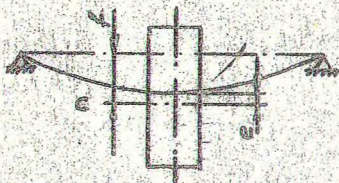


Рис. 30 Расчетная схема для определения критической ω_c скорости вала с грузом

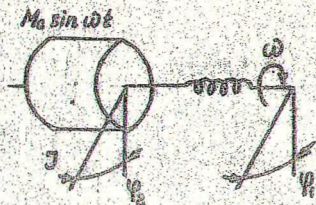


Рис. 31. Одномассовая колебательная система

Отсюда видно, что если $\omega^2 = c/m$, то $f \rightarrow \infty$ (ω - угловая скорость вала, т.е. частота вынужденных колебаний). Для крутильных колебаний это условие $\omega^2 = c_y/I$, где c_y - угловая жесткость; I - момент инерции вращающегося тела. При $(c/m) > \omega^2$ система работает в дорезонансной зоне, при $(c/m) < \omega^2$ - в сверхрезонансной зоне. При разгоне может иметь место переход через резонанс. Он должен осуществляться быстро, чтобы не достигало опасной величины. Рабочая угловая скорость должна быть не менее чем на 30% больше или меньше скорости, соответствующей резонансному (критическому) состоянию. Более подробно этот случай рассмотрен в [41].

5.7.2. Колебания одномассовой и двухмассовой систем

При неустановившемся движении (пуск и торможение) одномассовой системы вероятность опасных последствий резонанса невелика вследствие того, что время неустановившегося движения относительно невелико. При установившемся движении опасные (резонансные) колебания возникают главным образом при наличии периодического внешнего воздействия на ведомую или ведущую массу.

Показанная на рис. 31 система состоит из ведомой вращающейся массы с моментом инерции I и упругого звена с жесткостью c при кручении. Так как движение установившееся, $\omega = \text{const}$ и $\varphi_1 = \omega t$. На ведомую массу действует момент $M = M_c \sin(\omega t)$ (M_c - наибольший приведенный момент внешнего сопротивления), т.е. он изменяется по периодическому закону.

Уравнение движения ведомой массы

$$I\ddot{\varphi}_2 - (\varphi_1 - \varphi_2)c = -M_c \sin(\omega t).$$

После замены $\varphi_1 = \omega t$ и преобразований

$$\ddot{\varphi}_2 + c\varphi_2 / I = c\omega t / I - M_c \sin(\omega t) / I.$$

Анализ этого уравнения дает возможность исследовать условия резонанса. Если $\omega = \sqrt{c/I}$, то

$$\varphi = - \frac{M_c t}{2I\omega} \cos(\omega t) + \sin(\omega t).$$

Отсюда видно, что амплитуда колебаний будет бесконечно расти (рис. 32), однако относительно медленно, что при переходе через резонанс снижает возможность опасных последствий.

При двухмассовой системе, состоящей из ведомой и ведущей масс с моментами инерции I_2 и I_1 , соединенных упругим элементом (рис. 33), уравнение неустановившегося движения будет

$$\ddot{\varphi} + \frac{c(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} \varphi = \frac{M_c(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} + \frac{M}{I_1}$$

Частота собственных колебаний этой системы

$$k = \sqrt{\frac{c(I_1 + I_2)}{I_1 I_2}}$$

Если ω - угловая скорость ведущей массы, то при условии $k \neq \omega$ резонанс исключается.

Для надежного исключения резонанса необходимо, чтобы значения k и ω отличались не менее чем на 20%. Если при работе машина часто останавливается, для исключения числа переходов через резонанс необходимо, чтобы k всегда было больше ω .

При установившемся движении ($\omega = \text{const}$) и воздействии на ведомую массу периодического возмущения $M_c \sin(\omega t)$ задача



Рис. 32. График колебаний одно-массовой системы при $k = \omega$

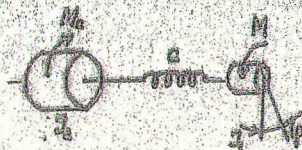


Рис. 33. Схема колебаний двухмассовой системы

аналогична такой же задаче для одномассовой системы. Условие исключения резонанса $\sqrt{c/I} \neq \omega$.

Для систем с большим числом масс возрастает число критических частот.

Б.7.3. Учет вязкого сопротивления

Обычно вязкое сопротивление принимают пропорциональным скорости движения колеблющейся массы.

Тогда уравнение движения ведомой массы будет

$$I\ddot{\varphi}_2 - (\varphi_1 - \varphi_2)c = -a\dot{\varphi}_2 + M_c \sin(\omega t),$$

где a - постоянный коэффициент сопротивления.

Деформация упругого звена

$$\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = e^{-at/(2I)} \left[-A \cdot \sin(t\sqrt{c/I}) - B \cdot \cos(t\sqrt{c/I}) \right] +$$

$$\frac{M_c}{I(c/I - \omega^2)^2 + a^2\omega^2/I^2} \left[\left(\frac{c}{I} - \omega^2 \right) \sin(\omega t) - \frac{a}{I} \cos(\omega t) \right] + \frac{a\omega}{c}$$

Первый член этого уравнения, содержащий $e^{-at/(2I)}$, описывает свободные затухающие колебания системы, второй - содержит частоту возмущающей силы и выражает вынужденные колебания.

Если сопротивление мало $a/I \ll \omega$, при $\sqrt{c/I} = \omega$ деформация $\varphi \rightarrow \infty$. Если a/I соизмеримо с ω , то резонанса может не быть. При этом чем больше a , тем меньше φ , т.е. введение вязкого сопротивления снижает амплитуды и вероятность возникновения резонансных явлений.

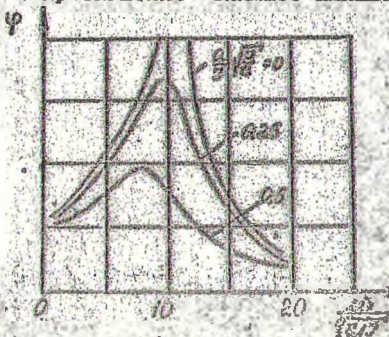


Рис. 34. Графики изменения φ от отношения частот $\omega/\sqrt{c/I}$.

На рис. 34 приведены графики изменения φ в зависимости от отношения частот собственных и вынужденных колебаний $\omega/\sqrt{c/I}$. Графики даны для различных значений $a\sqrt{I/c}/I$.

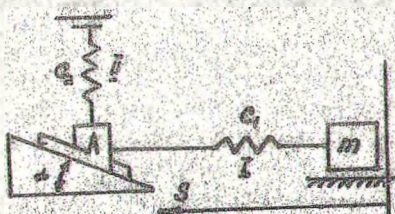
Из графика видно, что даже при совпадении частот собственных и вынужденных колебаний ($\omega/\sqrt{c/I} = 1$) φ_{\max} при увеличении $a\sqrt{I/c}/I$ быстро

падает и при $a\sqrt{l/c} \leq 0,5$ не превышает удвоенного значения деформаций при статическом приложении момента M_c .

5.7.4. Особенности колебаний самотормозящихся систем

Представим самотормозящуюся систему (червячная, винтовая передача) в виде массы m и двух упругих звеньев I и II с жесткостями c_1 и c_2 (рис. 35).

Невесомый ползун А может двигаться по плоскости с углом наклона α . Начало координаты S перемещения массы m выбрано в точке, соответствующей полному расслаблению упругого звена I. В исходном положении масса m отстоит от начала координат на величину деформации звена I ($\lambda_1 = S$). Звено II имеет деформацию λ_2 .



На первом этапе движения масса m сместится на величину λ_1 , соответствующую полному расслаблению звена I. На этом этапе

Рис. 35. Условная схема самотормозящейся системы

$$m \cdot \ddot{S} + c_1 \cdot S = 0.$$

При начальных условиях $t=0$, $S=\lambda_1$, $\dot{S}=0$ и $S=\lambda_1 \cos(t\sqrt{c_1/m})$, $\dot{S} = -\lambda_1 \sqrt{c_1/m} \cdot \sin(t\sqrt{c_1/m})$.

Продолжительность первого этапа $t_1 = 0,5 \cdot \pi \cdot m/c_1$, а скорость массы m в его конце $v_1 = -\lambda_1 \sqrt{c_1/m}$.

На втором этапе звено I растягивается и уравнение движения этого этапа то же, что и при первом этапе, а начальные условия: $t=0$, $S=S_1=0$.

По окончании второго этапа $c_1 S = c_2 \lambda_2 \operatorname{tg}(\rho - \alpha)$, где ρ - угол трения ползуна по наклонной плоскости.

Так как $S = -\lambda_1 \sin(t\sqrt{c_1/m})$, то, приравняв S , из выражения, содержащего ρ , получим

$$c_2 \lambda_2 \operatorname{tg}(\rho - \alpha) / c_1 = \lambda_1 \sin(t_2 \sqrt{c_1/m}).$$

Время второго этапа t_2 составит

$$t_2 = \sqrt{\frac{m}{c_1}} \arcsin \left[\frac{c_2 \lambda_2}{c_1 \lambda_1} \operatorname{tg}(\rho - \alpha) \right].$$

При $p=2$ имеем $t_2=0$, т.е. второй этап выпадает, движение ползуна начинается сразу после полного расолабления звена I.

Третий этап - вся система движется вправо до полного расолабления звена II, а на четвертом этапе начнется растяжение обоих звеньев системы до остановки массы m . Четвертым этапом движения системы заканчивается полупериод ее колебания. В дальнейшем этапы деформации звеньев будут повторяться, но при сжатии системы. Сначала будет сокращаться только звено I, затем оно будет сжиматься до положения, соответствующего началу движения ползуна, затем начнет сокращаться звено II и т.д.

Колебания данной системы несимметричны. Экстремальные значения амплитуд примерно одинаковы только в первом полупериоде, после чего происходит резкое затухание колебаний.

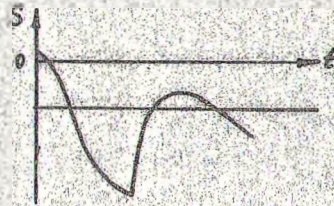


Рис. 36. График колебаний самостормозящей системы

6. ПРОЦЕСС ТОРМОЖЕНИЯ МАШИНЫ

6.1. Общие положения.

Основным признаком торможения машины является уменьшения скорости ее рабочего органа.

Из основного уравнения движения машины $I \cdot d\omega/dt = M_{дв} - M_c$ следует, что замедление движения машины ($\dot{\omega} < 0$) может иметь место при уменьшении момента двигателя $M_{дв}$ до величины, меньшей статического момента сопротивления M_c , и при увеличении момента M_c до величины, превышающей $M_{дв}$.

Такие условия могут быть достигнуты:

1) маховичным замедлением, когда двигатель выключается (механическим или электрическим путем), $M_{дв}$ падает до нуля, а M_c останавливает машину;

2) возрастанием момента, создаваемого силами сопротивления на рабочем органе до величины, большей $M_{дв}$; например, движение автомобиля на прямой передаче на крутой подъем, перепилывание ствола дерева бензопилой без увеличения подачи топлива и т.п.;

3) моторным торможением, когда искусственно уменьшают момент двигателя или даже изменяют направление его вращения; характерно для машин с электроприводом (электровозы) для снижения скорости движения постепенно или резко - во втором случае;

4) приложением к машине дополнительного тормозного момента от внешнего источника, сопровождаемым одновременным выключением двигателя; это имеет место при применении механических тормозов (автомобили, локомотивы, грузоподъемные машины). Замедление движения машины в этом случае называют торможением.

Для создания внешнего тормозного усилия используют механические тормоза (колодочные, ленточные). Здесь должно выполняться требование достижения наибольшего тормозного момента при наименьших силах давления на колодку. При торможении нагружается вся тормозная система и элементы машины, что требует динамического анализа.

Каждая тормозная система состоит из двух характерных узлов - исполнительного органа и тормозного привода, т.е. устройства, создающего замыкающую силу.

Применяют гидравлические, пружинные и комбинированные тормозные приводы.

Тормозной момент для правильно рассчитанных тормозов изменяется в процессе торможения незначительно, и его можно считать постоянным (рис. 37). Однако в колодочных тормозах может иметь место кратковременное возрастание тормозного момента вследствие удара колодок о тормозной шкив. Это может вызвать двукратное и большее увеличение средней величины тормозного момента.

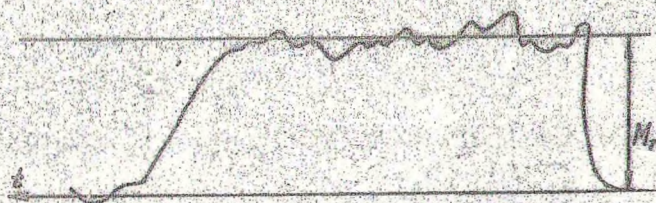
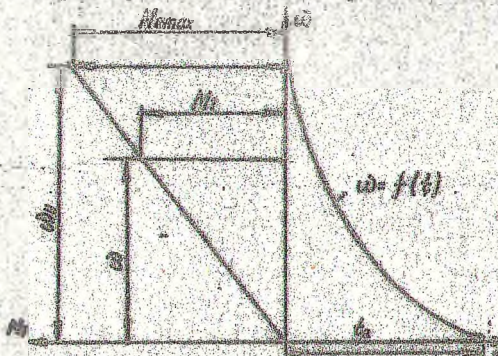


Рис. 37. Оциллограмма изменения тормозного момента

6.2. Анализ процесса торможения

Остановимся на достаточно простом случае электроторможения для одной тормозной ступени.

Так как приведенная в левой части рис. 38 тормозная характеристика имеет прямолинейный вид, то можно записать



$$M_{\text{max}}/\omega_y = M_T/\omega_y$$

$$\text{Так как } M_T = I \cdot d\omega/dt,$$

$$\text{то } M_{\text{max}}/\omega_y = \frac{I}{\omega} \frac{d\omega}{dt}$$

где ω_y - скорость установившегося движения. Заменяя $I \cdot \omega_y / M_{\text{max}} = T$ и преобразуя выражение, получим $dt = T \cdot d\omega_y / \omega_y$, откуда

Рис. 38. Тормозная характеристика и функция $\omega=f(t)$ при электроторможении на одной тормозной ступени

$$t = \int T \frac{d\omega_y}{\omega_y} = T \cdot \ln(\omega_y) + c.$$

При $t=0$ имеем $\omega=\omega_y$, что дает $c=T \cdot \ln(\omega_y)$ и $t=T \cdot \ln(\omega_y/\omega)$. Из последнего выражения находим $\omega=\omega_y \cdot e^{-t/T}$. Эта функция $\omega=f(t)$ дана в правой части рис. 38.

Полная остановка при электроторможении произойдет при $t \rightarrow \infty$. Если произвести переключение на следующую тормозную ступень, то после достижения $\omega=0$ двигатель начнет вращаться в обратную сторону. Следовательно, необходим механический (остановочный) тормоз.

При многоступенчатом электроторможении порядок построения кривой $\omega=f(t)$ аналогичен (см. рис. 39).

Кривая $\omega=f(t)$ имеет довольно плавную форму. Так как все тормозные характеристики пересекаются в начале координат, полной остановки двигателя не происходит. При достижении какого-либо уже сниженного числа оборотов двигатель выключается и в то же мгновение начинает работать механический тормоз. Если создаваемый тормозом момент M_{TM} постоянен по величине, то последний участок зависимости $\omega=f(t)$ будет в виде наклонной прямой (от точки А на рис. 39). При этом

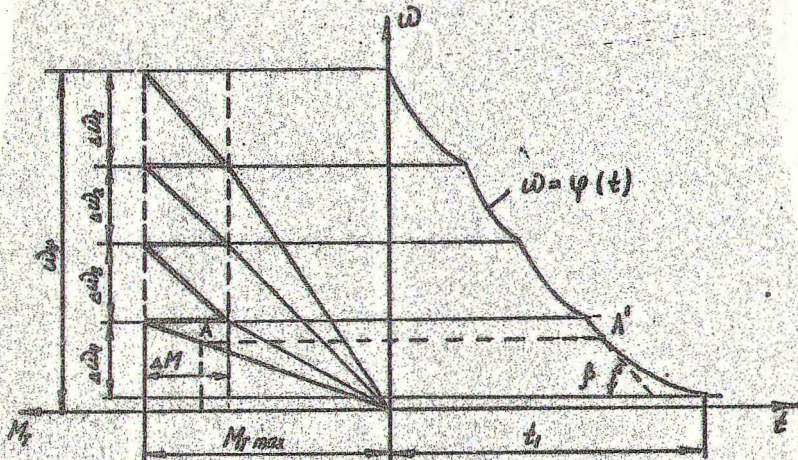


Рис. 39. Зависимости $\omega=f(t)$ и $\omega=f(M_T)$ при четырех тормозных ступенях

$\operatorname{tg} \beta = \Delta \omega_4 / \Delta t_M$, где $\Delta \omega_4$ - скорость, соответствующая моменту включения механического тормоза; Δt_M - время торможения механическим тормозом.

6.3. Динамические усилия при торможении

6.3.1. Эквивалентная схема машины при торможении

Наибольшую опасность представляет резкий рост сил сопротивления, что может иметь место при встрече исполнительного органа с препятствием. При этом возникает переходный процесс вплоть до полной остановки ротора двигателя. Поведение привода при таком резком торможении можно рассматривать как движение упругой системы, к которой приложены момент, развиваемый двигателем $M_d(\phi)$, и некоторый возрастающий момент сопротивления $M_c = M_{ном} + \Delta M$, где $M_{ном}$ - момент сопротивления на рабочем органе до столкновения с препятствием; ΔM - приращение момента сопротивления на исполнительном органе.

Следует иметь в виду, что при рабочем торможении двигатель обычно выключается. В случае аварийного торможения переходный процесс в двигателе проходит по нелинейной части механической характеристики, поэтому крутящий момент двигателя в этом случае не может приниматься постоянным, а должен задаваться как функция угловой скорости ротора в соответс-

тви о характеристике двигателя. Таким образом, величина ΔM и закон ее изменения во времени при аварийном торможении неизвестны. Но ясно, что напряжения в деталях привода будут наибольшими в случае мгновенной остановки рабочего органа. На практике торможение происходит более плавно, так как сказывается податливость препятствия и крепления самой машины. В эквивалентных схемах колебаний машины при торможении в случае произвольно изменяющихся сил сопротивления закон их изменения может быть принят линейным на любом достаточно малом перемещении исполнительного органа.

Податливое препятствие может рассматриваться как дополнительный односторонний упругий элемент, присоединенный последовательно к упругой трансмиссии редуктора. При этом не важно, имеет препятствие упругую податливость или податливость связана с его разрушением. Важно, чтобы между перемещением исполнительного органа и силами сопротивления существовала определенная зависимость. Это позволяет ввести понятие "приведенная жесткость препятствия", понимаемое как крутящий момент, который необходимо приложить к звену приведения (например к валу двигателя). Чтобы повернуть вал двигателя на 1 рад за счет податливости препятствия,

$$C_{пр} = \alpha \cdot (v/\omega_n)^2 / \eta,$$

где $C_{пр}$ - приведенная к валу двигателя жесткость препятствия; $1/\alpha$ - податливость препятствия; v - скорость исполнительного органа при встрече с препятствием; ω_n - номинальная угловая скорость двигателя; η - КПД редуктора.

Случаи резкого возрастания сил сопротивления и заклинивания исполнительного органа широко распространены в горных, сельскохозяйственных, подъемно-транспортных, дорожных и других машинах.

Анализ данных специальных экспериментов показывает, что приведенная жесткость препятствия все же меньше жесткости ст. типичных редукторов привода исполнительных органов. Кроме того, момент инерции ротора двигателя намного превышает суммарный приведенный момент инерции всех остальных деталей трансмиссии и самого исполнительного органа. Поэтому эквивалентная схема может быть упрощена и сведена к одномассовой.

6.3.2. Динамика резкого торможения одноприводной машины

Уравнение движения привода одноприводной машины при резком возрастании сил сопротивления может быть записано непосредственно по эквивалентной схеме, приведенной на рис. 40:

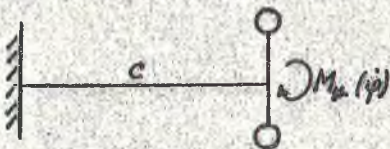


Рис. 40. Эквивалентная схема машины

имеет смысл пользоваться упрощенной зависимостью, определенной по опытным данным действительных механических характеристик двигателя.

Например, для асинхронных двигателей принимают допущение, что на первом участке характеристики, где крутящий момент возрастает от номинальной до максимальной величины, угловое замедление ротора изменяется по линейному закону. Это допущение вносит погрешность не более 0,5-1,0%.

Второй участок характеристики (при изменении крутящего момента электродвигателя от M_{\max} до $M_{\text{пуск}}$) можно заменить наклонной прямой. Для этого участка

$$M_{дII} = M_{\text{пуск}} + \dot{\varphi}_{II} / k_1,$$

где $k_1 = \omega_m / (M_{\max} - M_{\text{пуск}})$; ω_m - угловая скорость двигателя, соответствующая моменту M_{\max} .

Для первого участка $M_{дI} - I \cdot \dot{\varphi}_I = M_{\text{ном}} + c \cdot \dot{\varphi}_I$. (17)

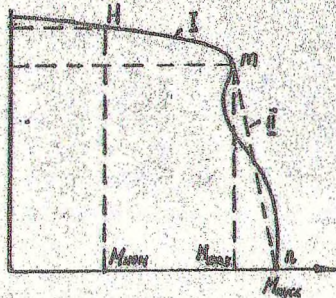


Рис. 41. Упрощение механической характеристики двигателя по двум участкам

Среднее значение замедления на участке I $\ddot{\varphi}_{срI} = (\ddot{\varphi}_0 + \ddot{\varphi}_m)/2$; $\ddot{\varphi}_0$ - замедление в момент столкновения с препятствием, т.е. при $M_d = M_{ном}$; $\ddot{\varphi}_m$ - замедление ротора при $M_d = M_{max}$, т.е. в конце первого участка.

Замедление в момент столкновения с препятствием $\varphi_0 = 0$, значит, $\ddot{\varphi}_{срI} = \ddot{\varphi}_m/2$. Но $\ddot{\varphi}_{срI}$ также можно найти и по известным величинам угловых скоростей ротора в начале (ω_n) и конце (ω_m) первого участка: $\ddot{\varphi}_{срI} = (\omega_n - \omega_m)/t_1$, где t_1 - неизвестное пока время торможения ротора от скорости ω_n до ω_m .

Решая совместно полученные для $\ddot{\varphi}_{срI}$ уравнения, найдем $\varphi_m = -2(\omega_n - \omega_m)/t_1$.

Закон изменения угловой скорости ротора на первом участке

$$\dot{\varphi}_1 = \omega_n - \frac{\omega_n - \omega_m}{t_1} t$$

Угол поворота

$$\varphi_1 = \omega_n t - \frac{\omega_n - \omega_m}{t_1} \frac{t^2}{2}$$

Закон изменения приведенного крутящего момента на валу двигателя на I участке

$$M_I(t) = M_{ном} + c\varphi_1 = M_{ном} + c\omega_n t - \frac{\omega_n - \omega_m}{t_1} \frac{ct^2}{3}$$

Подставляя в исходное уравнение (17) M_d , $\dot{\varphi}_1$ и φ_1 , для конечной точки участка I найдем время t_1 :

$$t_1 = \frac{3(M_{max} - M_{ном})}{2c(2\omega_n + \omega_m)} \left[1 + \sqrt{\frac{3Ic(\omega_n - \omega_m)(2\omega_n + \omega_m)}{3(M_{max} - M_{ном})^2}} \right]$$

На втором участке характеристики двигателя уравнение движения будет

$$\ddot{\varphi}_{II} = \frac{1}{k_{II}} \ddot{\varphi}_{II} + \frac{c}{I} \varphi_{II} = \frac{M_{пуск} - M_{ном}}{I}$$

Максимальное значение нагрузка принимает в момент полной остановки двигателя, т.е. при $t = t_2$. Это время находится из условия $dM_{II}(t)/dt = 0$, где $M_{II}(t)$ - момент в приводе на II участке характеристики.

$$t_2 = \frac{1}{b} \operatorname{arctg} \frac{\omega_m}{\frac{2\omega_m + \omega_m}{3} t_1 b - \frac{M_{\text{пуск}} - M_{\text{ном}}}{\sigma} b - \omega_m \frac{a}{b} + \frac{a^2}{b} \left(\frac{2\omega_m + \omega_m}{3} t_1 - \frac{M_{\text{пуск}} - M_{\text{ном}}}{\sigma} \right)},$$

где $a = 1/(2k_1 I)$; $b = \sqrt{(\sigma/I) - (4k_1^2 I^2)^{-1}}$.

Для определения характера движения ротора двигателя после опрокидывания (возврат под действием упругой реакции трансмиссии) уравнение движения решается с учетом условия $M_{дIII} \approx M_{\text{пуск}}$.

Время третьего этапа $t_3 = 0,5 \cdot \pi \sqrt{I/\sigma_1}$ (здесь σ_1 - приведенная жесткость трансмиссии), а суммарная продолжительность приложения повышенных усилий $t_0 = t_1 + t_2 + t_3$.

При дальнейшем движении ротора усилия, передаваемые деталями трансмиссии, будут невелики и характер изменения крутящего момента представляется в виде затухающих колебаний около величины, равной пусковому моменту.

6.4. Движение машины в тормозном режиме

6.4.1. Маховичное замедление машины

Маховичное замедление имеет место, когда машина движется по инерции после выключения двигателя. Такое замедление происходит за счет статического сопротивления на рабочем органе и сил трения в самой конструкции машины.

Характер движения машины определяется уравнением Лагранжа:

$$\frac{d}{dt} \frac{dT}{d\dot{\varphi}} - \frac{dT}{d\dot{\varphi}} = - \frac{d\Pi}{d\varphi} - M,$$

где T и Π - кинетическая и потенциальная энергии машины; φ - угол поворота вала двигателя; M - статический момент на валу от внешних сил.

Кинетическая энергия $T = 0,5 \cdot I \cdot \dot{\varphi}^2$, следовательно,

$$\frac{dT}{d\dot{\varphi}} = I\dot{\varphi}; \quad \frac{dT}{d\dot{\varphi}} = \frac{\dot{\varphi}^2}{2} \frac{dI}{d\dot{\varphi}}; \quad \frac{d}{dt} \frac{dT}{d\dot{\varphi}} = I\ddot{\varphi} + \dot{\varphi} \cdot \frac{dI}{dt} = I\ddot{\varphi} + \dot{\varphi}^2 \cdot \frac{dI}{d\dot{\varphi}}$$

Параметры, в основном определяющие маховичное замедление, - это момент инерции I , потенциальная энергия Π и момент сил сопротивления на рабочем органе M_0 . Возможные их состояния для машин различного типа даны в следующей таблице.

Параметр	Состояние параметра	Пример
I	Постоянен	Машины с электроприводом, не имеющие кривошипно-шатунного привода
	Является функцией угла поворота φ Является функцией угловой скорости	Кривошипно-шатунный механизм Центробежный регулятор
Π	Постоянен	Большинство машин, кроме транспортных и грузоподъемных
	Изменяется как функция угла поворота	Грузоподъемные и транспортные машины
M_0	Постоянен	Металлорежущие станки, конвейеры, краны
	Является функцией угла поворота φ Является функцией угловой скорости $\dot{\varphi}$	Прокатные станы, винтовой пресс Турбомашины (вентилятор, центробежный насос)

Возможны комбинации состояний параметров в одной машине. Рассмотрим движение электровоза на горизонтальном пути. Параметры I , Π , M_0 постоянны.

Уравнение движения имеет вид

$$\frac{d \dot{\varphi}}{dt} = -K_{\varphi} \quad \text{или} \quad I \cdot \ddot{\varphi} = -M_0,$$

где I и M_0 - соответственно момент инерции системы и момент сил статического сопротивления вращению ведущий колес, приведенный к оси ротора двигателя (если двигателей несколько, то часть суммарного момента инерции и момента сил сопротивления, приходящегося на один двигатель).

При интегрировании с учетом начальных условий ($t=0$, $\dot{\varphi}=\omega_1$, $\varphi=0$) получим

$$\dot{\varphi} = -M_0 t / I + \omega_1; \quad \varphi = -0,5 M_0 t^2 / I + \omega_1 t.$$

Изменение скорости для данного случая иллюстрируется кривой 1, показанной на рис. 42.

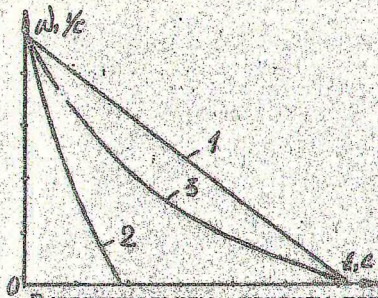


Рис. 42. Зависимости изменения скорости при маховичном замедлении: 1 - $M_c = \text{const}$; 2 - сопротивление пропорционально перемещению; 3 - сопротивление пропорционально квадрату скорости

В вертикальных шахтном подъемнике параметры I и M_c постоянны, а II переменна. Для центробежного вентилятора I и II постоянны, а M_c переменен.

Для этих двух случаев изменение скорости ω иллюстрируется графиками 2 и 3 на рис. 42.

6.4.2. Перегрузочное замедление машины

Такое замедление наступает, как уже указывалось, при внезапном значительном возрастании внешнего статического момента сопротивления.

При работе двигателя на верхней устойчивой ветви характеристики (рис. 43) от $S=0$ до $S=S_{\text{н}}$ и при изменении момента сопротивления от нуля до $M_{\text{нmax}}$ двигатель будет сохранять способность автоматически развивать движущий момент в соответствии со значением угловой скорости.

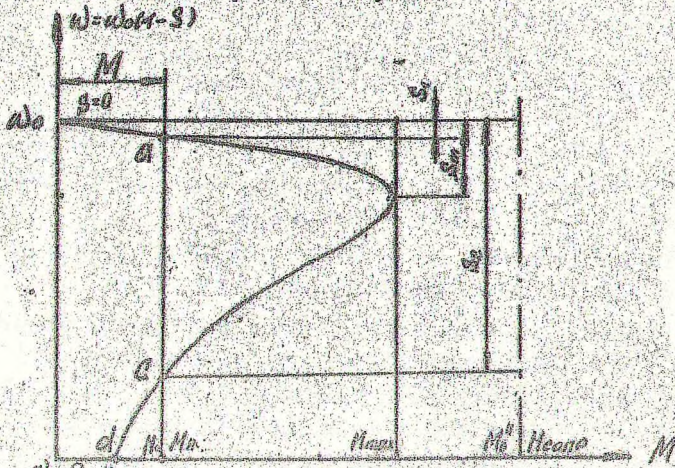


Рис. 43. Механическая характеристика короткозамкнутого асинхронного двигателя

Когда момент сопротивления достигнет значения M_0'' , т.е. превысит M_{\max} , двигатель "опрокинется" и рабочая точка характеристики, перейдя на неустойчивую ветвь, может дойти до точки d , соответствующей нулевой угловой скорости. Однако, если M_0'' кратковременно, то остановки двигателя не произойдет.

Если действие момента M_0 будет продолжительным и прекратится тогда, когда рабочая точка расположится между точками e и d характеристики, то двигатель уже не "развернется", так как развиваемый им момент окажется меньше номинального момента сопротивления.

Важнейшие моменты сопротивления малой продолжительности характерны для дробилок, дыропробивных и кузнечных прессов и др.

7. РЕГУЛИРОВАНИЕ РАБОТЫ ПРИВОДНЫХ УСТРОЙСТВ

7.1. Общие замечания

В общем случае под регулированием работы приводных устройств понимается обеспечение заданных соотношений между приложенной энергией и ее расходом для преодоления внешних сопротивлений. Цель регулирования может быть различной: определенное изменение или сокращение производительности за счет изменения скорости движения рабочих органов, поддержание постоянного давления пара или жидкости, сокращение скорости движения независимо от изменений внешних сопротивлений и т.п. Существуют специальные устройства, регулирующие скорость движения рабочих органов (регуляторы паровых двигателей, двигателей внутреннего сгорания, ускорительные устройства в карбюраторах, пусковые сопротивления в электродвигателях и др.).

7.2. Смягчение неравномерности давления приводных устройств в заданных пределах

Причиной неравномерного движения приводного устройства отапливаемой или транспортной машины может быть неустойчивость $M_{дв}$ или переменное внешнее сопротивление M_0 .

В приводных устройствах машин общего назначения, не имеющих специальных демпфирующих элементов, упругие деформации относительно велики и мало влияют на общую неравномерность

движения машин.

Поэтому приведенную схему машин можно представить в виде системы, состоящей из одной приведенной массы, в которую войдут и массы элементов, движущихся неравномерно вследствие кинематических особенностей передачи. Момент инерции приведенной массы такой системы переменной и зависит от угла поворота. Для определения моментов инерции маховых масс (маховиков) при заданной наибольшей неравномерности хода машины обычно пользуются графо-аналитическими методами. Так как трудно аналитически выразить механические характеристики двигателя, движущие моменты задаются в виде произвольной функции угла поворота ведущего звена или принимаются постоянными [5].

Неравномерность хода машины δ определяется по формуле

$$\delta = 2(\omega_{\max} - \omega_{\min}) / (\omega_{\max} + \omega_{\min}).$$

Коэффициент δ для динамомашин равен 0,003-0,008, насосов, металлорежущих станков - 0,025-0,05, для дробилок, прокатных станов - 0,05-0,1.

Рациональные значения момента инерции движущихся частей машины можно определить из уравнения движения системы

$$I \cdot \ddot{\varphi} + 0,5 \cdot \dot{\varphi}^2 (dI/d\varphi) = M_{дв} - M_c,$$

где $M_{дв}$ и M_c - приведенные моменты двигателя и внешнего сопротивления; φ - угловое перемещение звена привода; I - приведенный момент инерции движущихся частей машины.

Приведенный момент инерции маховика равен $I_M = I - I_0 = \text{const}$, где I_0 - приведенный момент инерции движущихся частей машины, кроме маховика.

Полученное из уравнения движения выражение для определения момента инерции маховика, машин с асинхронным двигателем с учетом всех положенных условий [6] имеет вид

$$I_M = \frac{M_{\max}}{2n\delta [M_{\max}\omega_0^2 - M_1(\omega_0^2 + \omega_m^2)]} \times \sqrt{M_2^2(4+\delta)^2 - \frac{16\delta^2 [M_{\max}\omega_0^2 - M_1(\omega_0^2 - \omega_m^2)]^2}{\omega_0^2 - \omega_m^2}} - I_0.$$

где M_{\max} - максимальный (опрокидывающий) момент двигателя; n - кратность нагружения машины периодически изменяющейся нагрузкой в пределах одного оборота; M_1 - постоянная часть приведенного момента внешнего сопротивления; M_2 - максимальное значение переменной части того же момента; ω_0 и ω_m - угловые скорости приведенной массы системы, соответствующие $M_{дв}=0$ и $M_{дв}=M_{\max}$.

В случае учета упругости передачи выбор маховика должен производиться с учетом колебаний масс системы. В некоторый момент времени все элементы машины движутся с постоянной скоростью, соответствующей скорости холостого хода. Для двухмассовой системы (рис.44) это означает, что приведенные массы с моментами инерции I_1 и I_2 движутся синхронно, причем упругая связь не нагружена.

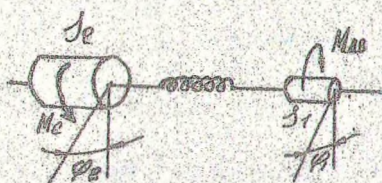


Рис.44. Схема определения момента инерции маховика в двухмассовой упругой системе

При возникновении внешнего прерывистого сопротивления M_c в упругом звене появляется колеблющаяся нагрузка и одновременно нарастает момент на валу двигателя (обратная связь). При малой жесткости привода и небольшом рабочем ходе ведомой массы время t действия нагрузок может оказаться меньше $T/2$ (T - период колебаний ведомой массы).

В этом случае максимальный момент на валу двигателя будет зависеть от t_1 и значений I_1 и I_2 .

При $t_1 > T/2$ нагрузка в упругом звене будет иметь ряд максимумов, равных удвоенному значению M_c . Тогда момент на валу двигателя также может достичь значений $2 \cdot M_c$, т.е. нагрузки упругого звена. В этом случае максимальный момент двигателя подбором маховика ограничить нельзя, т.к. независимо от внешних движущих масс он будет иметь значение $2 \cdot M_c$.

При условии $t_1 > T/2$ масса маховика находится интегрированием уравнений движения следующего вида:

$$I_1 \ddot{\varphi}_1 + c(\varphi_1 - \varphi_2) = M_H \omega_0 (1 - \dot{\varphi}_1 / \omega_0) / (\omega_0 - \omega_H);$$

$$I_2 \ddot{\varphi}_2 - c(\varphi_1 - \varphi_2) = -M_c.$$

где M_H и ω_H - номинальный момент двигателя и соответствующая ему угловая скорость.

Ориентировочно I_M можно определить проще, если пренебречь падением угловой скорости двигателя с ростом нагрузки. Полагая $\omega_0 = \omega_H$, задачу сводим к решению одномассовой системы.

Уравнение движения ведомой массы $I_2 \ddot{\varphi}_2 - c(\varphi_1 - \varphi_2) = -M_c$.

Деформация упругого звена, полученная при решении этого уравнения, равна

$$\varphi_1 - \varphi_2 = M_c(1 - \cos \sqrt{c/I_2} t) / c$$

и представляет собой закон нарастания деформации упругого звена при действии M_c .

При $t_1 < T/2 = \pi \sqrt{I_2/c}$ можно соответствующим подбором маховика ограничить максимальный момент двигателя M_M .

При $t = t_1$ и $\varphi_2 = \varphi_0$ (φ_0 - угол поворота ведомой массы при времени t_1) момент инерции

$$I_2 = \frac{c(\varphi_0 + M_M/c)^2}{\omega_H^2 [\arccos(1 - M_M/M_c)]^2}$$

где M_M - максимальный момент двигателя; ω_H - номинальная скорость двигателя.

Условие непрерывности движения ведомой массы

$$\omega_H - \sqrt{M_M(2M_c - M_M) / (cI_2)} > 0.$$

Из выражения для I_2 видно, что существует такое значение c , при котором I_M будет минимальным: $c = M_M/\varphi_0$, тогда

$$I_2 = \frac{4M_M\varphi_0}{\omega_H^2 [\arccos(1 - M_M/M_c)]^2}$$

8. ЗАЩИТА ОТ ВИБРАЦИИ

8.1. Общие сведения о производственной вибрации

Вибрации, возникающие в упругих системах машин во время их работы, есть механические колебания. Порождают эти колебания неуравновешенные силовые воздействия внутри самой машины, а также воздействия на рабочие органы. Вибрации являются вредными и для самой машины, и для человека-оператора. При этом ускоряется процесс износа деталей, механические

колебания могут явиться причиной отказов из-за поломки, ~~----~~
ржи, снижаются технико-эксплуатационные показатели. Иногда
вибрации специально создаются для технологических целей;
здесь они считаются полезными, но для человека они всегда
вредны.

По характеру изменения во времени различают колебания
детерминированные (регулярные), случайные и импульсные
(ударные). Простейшие колебания - гармонические. При двух и
более гармониках - полигармонические. Сложные колебательные
процессы (случайные) могут быть представлены в виде простых
гармоник с помощью ряда Фурье.

Случайные колебания, которые чаще всего имеют место, мо-
гут быть стационарными, происходящими около постоянного
среднего значения колеблющейся величины, и нестационарными.
Удар подразумевает одиночный механический импульс, продолжи-
тельность которого мала в сравнении с периодом выходящих из
колебаний.

На простейших характеристиках колебательного процесса
останавливаться не будем. Отметим только, что в технической
литературе пользуются для оценки вибрации (перемещений, уо-
скорений и скоростей) терминами "виброперемещение", "вибро-
скорость" и "виброускорение". Интенсивность вибрации чаще вы-
ражают не эффективными значениями этих величин, а их логар-
ифмическими значениями:

$$L=20\lg U_{с.кв}/U_0,$$

где $U_{с.кв}$ - среднее квадратическое значение параметра; U_0 -
спорящее значение параметра, соответствующее нулевому уровню;
скорое (пороговое) значение виброскорости 5- 10 м/с, вибро-
ускорения - 3- 10 м/с².

Логарифмическая единица измерения уровня вибрации назы-
вается белом (В), а ее десятая часть - децибелом (дБ). Вос-
растание уровня на 1В (10дБ) означает увеличение параметра в
10-3,16 раза, увеличение на 1дБ - в $10^{0,05}=1,12$ раза. Вос-
действие колебаний зависит от их частоты. Поэтому весь диа-
пазон частот разбивают на полосы частот и уровни вибраций
вычисляют по каждой полосе. Стационарные частотные полосы -
октавные полосы частот - имеют отношение верхних границ к

нижним, равное 2. Каждую октавную полосу принято обозначать средним геометрическим значением ее граничных частот, которые находят по формуле

$$f_c = \sqrt{f_B \cdot f_H} = \sqrt{2 \cdot f_H} \approx 1,41 \cdot f_H,$$

где f_H - нижняя, f_B - верхняя частота в Гц, причем $f_B = 2 \cdot f_H$.

При необходимости октавные полосы делят на третьоктавные, для которых $f_B = 1,26 \cdot f_H$. Например, первая октавная полоса имеет граничные частоты 0,7 и 1,4 Гц, а ее среднегеометрическая частота 1 Гц; следующая соответственно 1,4...2,8 Гц и 2 Гц и т.д.

С точки зрения условий труда работающих, вибрацию рассматривают в системе "человек-машина". С этой точки зрения производственную вибрацию подразделяют на контактную и неконтактную. Первая - когда вибрация достигает поверхностей машин, агрегатов, соприкасающихся с человеком; вторая - которая не достигает опорных поверхностей и человеку не передается.

В системах передачи вибрации от источника к опорным поверхностям особая роль принадлежит промежуточным элементам. Они выполняют роль проводников вибрации и могут ее ослаблять или усиливать в зависимости от свойств материала и их конструктивных особенностей и параметров. Это могут быть отдельные детали, уалы, имеющие связи (упругие или жесткие) с источником колебаний, фундаменты и т.п., а также специальные демпфирующие и виброизолирующие устройства. По способу передачи человеку вибрацию подразделяют на общую и локальную.

Общая вибрация передается через опорные поверхности на тело человека и целиком вовлекает его в колебательный процесс. Человек при этом выполняет работу стоя или сидя на вибрирующих поверхностях машин или на фундаменте.

Локальная вибрация передается человеку через руки прежде всего при использовании ручных машин (бензопила, отбойный молоток и т.п.), а также через рукоятки органов управления машин большой массы и мощности.

Общую вибрацию подразделяют на три категории:

- 1) транспортная вибрация (тракторы и автомобили и т.д.);
- 2) транспортно-технологическая вибрация (специальные са-

моходные машины);

3) технологическая вибрация (деревообрабатывающие и др. станки).

Вибрацию рассматривают и по направлению действия вдоль осей ортогональной системы координат.

Внутренние органы человека можно рассматривать как механические системы с упругими связями, имеющими собственные частоты в диапазоне 3...6 Гц, а отдельные части этой системы - до 30 Гц.

Внешние колебания частотой около 0,7 Гц образуют качку, воздействующую на вестибулярный аппарат, - развивается морская болезнь. Инфразвуковые колебания (частота менее 16 Гц) воздействуют на нервную систему - появляется чувство угнетения, страха. При большой интенсивности и частоте 6-7 Гц инфразвуковые волны могут вызвать в резонанс внутренние органы и привести к травмам, разрыву артерий и смерти. Систематическое воздействие производственной вибрации обуславливает сосудистые нарушения, изменения в функциональном состоянии различных систем организма.

Характер и протекание вибрационной болезни человека зависят от уровня вибрации и ее частоты, продолжительности и направления воздействия, состояния окружающей среды и условий труда работающих, физических и физиологических свойств организма человека.

Различают техническое и гигиеническое нормирование вибрации. Первое - устанавливает допустимые значения вибрационных характеристик для различных типов машин. Оно служит критерием качества, надежности и безопасности самих машин. Гигиеническое нормирование связано с критериями обеспечения здоровья человека с учетом напряженности и тяжести труда. Вибрация разграничивается на опасную и безопасную, ее предельно допустимые параметры и составляют гигиенические нормы вибрации.

Применение гигиенических норм дает возможность объективно оценить условия труда на рабочем месте, определить степень виброопасности, произвести выбор методов и средств виброзащиты.

В настоящее время документами, регламентирующими

гигиенические нормы вибрации, являются ГОСТ 12.1.012-78 (СТ СЭЛ 1932-79 и СТ СЭВ 2602-80) "ССВТ". Вибрация. Общие требования безопасности", а также Санитарные нормы СН 3041-84 и СН 3044-84 Министерства здравоохранения СССР.

Эти документы устанавливают три метода оценки вибрации:

- 1) частотный, или спектральный, метод (анализ нормируемого параметра);
- 2) интегральная оценка по частоте;
- 3) метод дозирования вибрации.

При первом методе нормируемыми параметрами являются следующие: средние квадратические значения виброскорости (м/с) или ускорения (м/с²), логарифмические уровни виброскорости L_v (дБ).

Нормы установлены для локальной вибрации в октавных, для общей - в октавных и третьоктавных полосах частот.

Например, при транспортной вибрации вертикальные виброускорения в первой октавной полосе (1 Гц) составляют 1,1 м/с, а допускаемый уровень вибрации - 132 дБ; при транспортно-технологической - соответственно 0,40 м/с и 117 дБ, при технологической - 0,14 м/с и 108 дБ.

При втором методе интегральной оценки скорректированное значение контролируемого параметра вибрации \bar{U} равно

$$\bar{U} = \sqrt{\sum_{i=1}^n U_i^2 \cdot k_i^2},$$

где U_i - среднеквадратическое значение контролируемого параметра в i -й частотной полосе; n - число частотных полос; k_i - весовой коэффициент для i -й частотной полосы.

При локальной вибрации допустимое значение нормируемого параметра U_t зависит от времени t фактического воздействия вибрации:

$$U_t = U_{480} \cdot \sqrt{480/t},$$

где U_{480} - допустимое значение параметра для длительности воздействия вибрации 480 мин.

При третьем методе определяют эквивалентное скорректированное значение $U_{\text{экв}}$, определяемое по формуле

$$U_{\text{экв}} = \sqrt{D/t},$$

где D - доза вибрации, $D = \int_0^t U(\tau) d\tau$; $U(\tau)$ - мгновенное коррек-

тированное значение параметра вибрации в момент времени τ , которое получают с помощью специальных фильтров.

Совокупность методов и средств для измерения колебаний называется виброметрией. Осуществляется она с помощью специальных приборов. Изучение их в задачу курса не входит.

8.2. Основные способы снижения виброактивности машин и агрегатов

Схемы виброизоляции машин различны, принципиальные их схемы показаны на рис. 45.

Виброизолируемая машина и основание обычно рассматриваются как недеформируемые, а виброизоляторы - абсолютно гибкие безмассовые элементы, обладающие определенной жесткостью и сопротивлением.

Цель расчета виброизоляции - определение значений динамических сил, передающихся поддерживающей конструкцией от машины через виброизоляторы; определение параметров вибрации как поддерживающей конструкции, так и самой машины. В конечном итоге эти параметры сравниваются с критерием качества виброизоляции.

Значения общей жесткости виброизоляторов по направлениям осей координат (рис. 45 а):

$$K_x = \sum_{i=1}^n K_{x1}; \quad K_y = \sum_{i=1}^n K_{y1}; \quad K_z = \sum_{i=1}^n K_{z1},$$

где K_{x1} , K_{y1} , K_{z1} - жесткость 1-го упругого элемента; n - число виброизоляторов.

Координаты центра жесткости виброизоляции вычисляются по формулам

$$X_K = (1/K_x) \cdot \sum_{i=1}^n K_{z1} X_i; \quad Y_K = (1/K_y) \cdot \sum_{i=1}^n K_{z1} Y_i; \quad Z_K = (1/K_z) \cdot \sum_{i=1}^n K_{y1} Z_i,$$

где X_i , Y_i , Z_i - координаты 1-го виброизолятора в системе координат X , Y , Z .

Значения общей угловой жесткости виброизоляторов относительно осей X_0 , Y_0 , Z_0 определяются по формулам

$$K_{\phi x} = \sum_{i=1}^n (K_{z1} Y_{01}^2 + K_{y1} Z_{01}^2);$$

$$K_{\phi y} = \sum_{i=1}^n (K_{x1} Z_{01}^2 + K_{z1} X_{01}^2);$$

$$K_{\phi z} = \sum_{i=1}^n (K_{y1} X_{01}^2 + K_{x1} Y_{01}^2),$$

где X_{0i}, Y_{0i}, Z_{0i} - координаты средней точки i -го упругого элемента в системе координат X_0, Y_0, Z_0 .

Для количественной оценки сил внутреннего трения используют понятие коэффициента поглощения ϕ , который равен отношению рассеиваемой за один период энергии гармонических колебаний ΔW к максимальной потенциальной энергии W , т.е. $\phi = \Delta W / W$. Используется и другой показатель - коэффициент внутреннего трения материала: $\gamma_D = \phi / (2\pi)$.

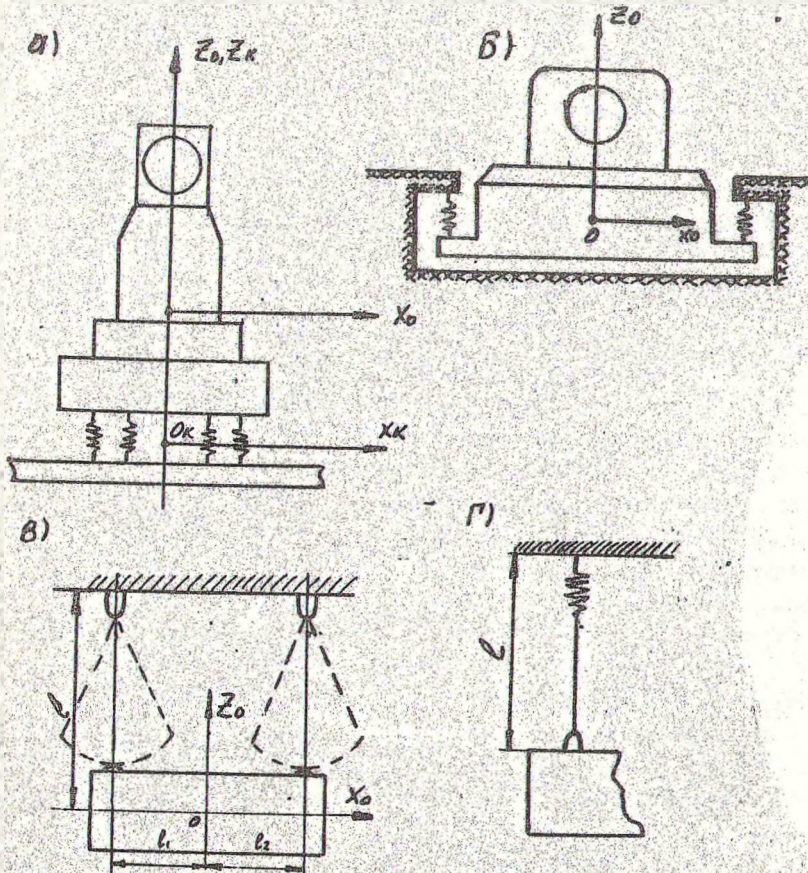


Рис. 45. Варианты виброизоляции машин: а - симметричная виброизоляция; б - подвесной вариант виброизоляции; в - схема маятниковой подвески; г - маятниковый подвес с пружиной

Интенсивность сил вязкого сопротивления характеризуется логарифмическим декрементом затухания δ :

$$\delta = \ln(Z_n/Z_{n+1}),$$

где Z_n и Z_{n+1} - максимальные значения двух соседних максимумов кривой затухающих свободных колебаний процесса.

Коэффициенты δ , γ_B и ϕ связаны зависимостью $\gamma_B = \delta/\pi = \phi/(2\pi)$.

Последовательность расчета виброизоляции:

- 1) выбор основных параметров и определение размеров упругих элементов, их размещение;
- 2) определение частот собственных колебаний установки и сопоставление амплитуд колебаний с допускаемыми значениями;
- 3) определение нагрузок, передающихся на несущие конструкции.

Для оценки эффективности виброизоляции используются коэффициенты передачи, представляющие собой отношение амплитуды действующей на объект силы или виброперемещения, виброскорости или виброускорения к амплитуде соответствующей величины при гармоническом возбуждении вибрации:

$$M_z = 1/(\alpha_z^2 - 1); \quad M_{\phi z} = 1/(\alpha_{\phi z}^2 - 1);$$

где $\alpha_z = \Omega/\omega_z$; $\alpha_{\phi z} = \Omega/\omega_{\phi z}$; Ω - частота возмущения; ω_z - частота собственных вертикальных колебаний; $\omega_{\phi z}$ - частота собственных вращательных колебаний относительно оси Z.

Коэффициент передачи зависит от параметров системы. Например, он значительно меняет свой характер при изменении коэффициента сопротивления (рис. 46).

Система будет обладать виброзащитными свойствами, если отношение $\alpha_z > 1,41$ и $\alpha_{\phi z} > 1,41$; при $\alpha_z = 1,41$ и $\alpha_{\phi z} = 1,41$ возмущающие силы передаются без изменения; при $\alpha_z < 1,41$; $\alpha_{\phi z} < 1,41$ система увеличивает динамические силы.

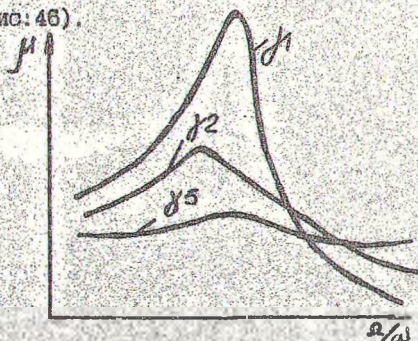


Рис. 46. Зависимость μ от Ω/ω при различных значениях γ

Практическое осуществление виброизоляции имеет целесообразность при $\alpha_z > 4$ и при $\alpha_x, \alpha_y, \alpha_{0x}, \alpha_{0y}, \alpha_{0z} > 2,5$.

Амплитуды вынужденных колебаний установки с виброизоляцией при действии гармонических нагрузок $P_x \cos(\Omega t)$, $P_z \sin(\Omega t)$, $M_{0y} \cos(\Omega t)$ определяются выражениями

$$a_{0x} = P_x / (m\Omega^2 - K_x); \quad a_{0z} = P_z / (m\Omega^2 - K_z); \quad \varphi_{0y} = M_{0y} / (I_{0y}\Omega^2 - K_{0y}),$$

где m, I_{0y} - масса и момент инерции установки; K_x, K_z, K_{0y} - общие коэффициенты жесткости виброизоляторов по соответствующим направлениям.

Для уменьшения амплитуд колебаний установки при пусках и остановках машин предусматривают применение виброизоляторов, обладающих достаточным трением. Величину коэффициента внутреннего трения γ_B определяют по графику в зависимости от отношения ϵ / f_z^2 и $[a_{\max}] / a_{0z}$, где ϵ - скорость нарастания или убывания частоты вращения машины; f_z - частота собственных колебаний машины, Гц/с; $[a_{\max}]$ - наибольшая допустимая амплитуда колебаний машины при пуске или остановке; a_{0z} - амплитуда вертикальных колебаний машины при рабочем режиме.

Если найденная по графику величина $\gamma_B < 0,03$, то принимают виброизоляторы из одних стальных пружин; при $\gamma_B > 0,03$ необходимы виброизоляторы со специальными демпфирующими элементами.

При симметричной системе (рис. 45 а) частоты собственных колебаний установки определяются по формулам:

для вертикальных колебаний в плоскости X_0Y_0

$$\omega_z = \sqrt{K_z/m};$$

для угловых

$$\omega = \omega_x \sqrt{A \pm \sqrt{A^2 + b_{yx}^2}},$$

где

$$\omega_x = \sqrt{K_x/m};$$

$$A = (1 + b_{yx}^2 + d_y^2) / 2;$$

$$b_{yx}^2 = L_{yx}^2 / R_y^2;$$

$$d_y^2 = S^2 / R_y^2; \quad L_{yx} = K_{0y} / K_x;$$

для колебаний в плоскости Y_0Z_0

$$\omega = \omega_y \sqrt{B \pm \sqrt{B^2 + b_{xy}^2}},$$

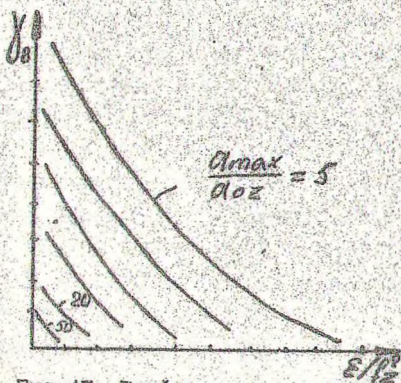


Рис. 47. Графики для определения коэффициента внутреннего трения

где $\omega_y = \sqrt{K_y/m}$; $B = (1 + b_{xy}^2 + d_x^2)/2$; $b_{xy}^2 = L_{xy}^2/R_x^2$; $d_y^2 = S^2/R_y^2$; $L_{xy} = K_{\phi x}/K_y$.

В приведенных формулах R_x , R_y - радиусы инерции установки относительно осей X_0 и Y_0 , проходящих через центр масс; L_{xy} и L_{yx} - приведенные плечи жесткости соответственно в плоскости Y_0Z_0 и X_0Z_0 ; S - расстояние между центром масс установки и центром жесткости виброизоляторов по вертикали.

Динамические нагрузки на основание определяются в рабочем режиме машины, режиме прохождения через резонанс при пуске и торможении.

§.3. Повышение эффективности виброизоляции машин и оборудования

Колебания перекрытий, вызываемые динамическими нагрузками от стационарных машин, можно существенно снизить применением виброизоляции.

Виброизоляция неэффективна, если частоты собственных колебаний виброизолируемой машины недостаточно низки по сравнению с частотами возмущающих воздействий.

Для оценки эффективности виброизоляции используется соотношение

$$\mu_T \leq \frac{P_{KZ}[a_Z]}{P_{KZ}a_Z} = \frac{P_{KZ}}{P_Z} = \frac{1}{\alpha_Z^2 - 1}$$

где μ_T - требуемый коэффициент передачи; $[a_Z]$ - допускаемая амплитуда колебаний поддерживающей конструкции; a_Z - амплитуда колебаний поддерживающей конструкции, вызванная действием силы P_{KZ} ; $P_{KZ} = P_{KZ}[a_Z]/a_Z$ - амплитуда динамической нагрузки, передающейся через виброизоляторы, при действии которой возникают колебания с допускаемой амплитудой; $\alpha_Z = \Omega/\omega_Z$ (Ω - частота вращения, ω_Z - частота собственных вертикальных колебаний установки на виброизоляторах); P_Z - амплитуда возмущающей силы.

Необходимо, чтобы $\alpha_Z \gg 4$, а α_x , α_y , $\alpha_{\phi x}$, $\alpha_{\phi y}$, $\alpha_{\phi z} > 2,5$. Для тихоходных машин можно принимать $\alpha_Z \gg 3$, $\alpha_{ij} > 2,5$. Установка машины может производиться на жесткие и деформируемые станины. Жесткой считается станина, у которой $l/\pi \leq 5$, где l - наибольший габарит по длине или ширине; π - высота сечения.

При установке станков на деформируемые станины нарушается геометрическая точность станков, поэтому в данном случае необходимо соорудить постамент (фундамент) под машиной. Это необходимо также в том случае, если корпус машины сам имеет недостаточную жесткость.

Подвесная система виброизоляции позволяет получить более низкие частоты собственных вертикальных колебаний в связи с работой виброизоляторов на растяжение и исключением потери устойчивости пружин.

Если в машине имеются существенные горизонтальные возмущения, то виброизоляцию можно осуществить по схеме, показанной на рис. 48. В ряде случаев для улучшения виброзащиты применяют двухвенные и многовенные амортизирующие крепления (рис. 49).

При определенном подборе параметров эффективность двухвенной виброизоляции выше одновенной. Основным ее недостатком - наличие второго резонанса.

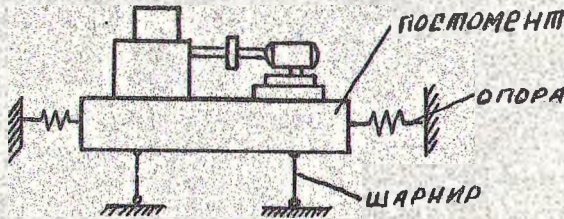


Рис. 48. Схема виброизоляции с упругими горизонтальными опорами и шарнирными стержнями

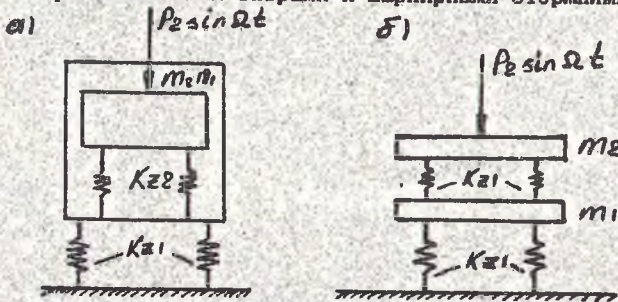


Рис. 49. Двухвенные схемы виброизоляции: а - защищаемый объект внутри тела с полостью; б - защищаемый объект связан с поверхностью постамента

Преимущество каскадной виброизоляции заключается в возможности полного гашения колебаний одной из масс при наступлении антирезонанса. При частотах 50-100 Гц следует отдавать предпочтение двухкаскадной виброизоляции.

Эффективность виброизоляции можно повысить за счет рычажных корректоров колебаний, которые работают в противофазе с колебаниями виброизолированной установки. Одна из таких схем показана на рис. 50.

На рис. 51 приведена другая возможная схема рычажной виброизоляции. Здесь μ_2 - масса установки; μ_0 - масса корректора; c - жесткость виброизоляции.

Частота собственных колебаний виброизолированной установки

$$\omega = \sqrt{\frac{c}{\mu_2 + \mu_0 l_1^2 / l_2^2}}$$

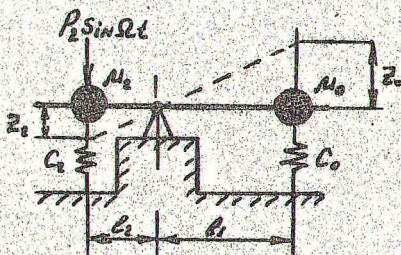


Рис. 50. Рычажная схема виброизоляции; μ_0 - масса корректора совместно с приведенной массой части рычага длиной l_1 , составляющей $1/3$ массы этой части; μ_2 - масса установки; c_0, c_1 - жесткости упругих опор

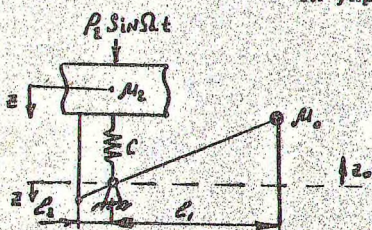


Рис. 51. Рычажная схема виброизоляции

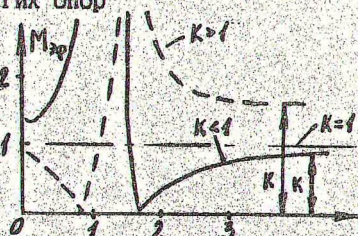


Рис. 52. Зависимости коэффициента μ_{20} от параметра γ

Амплитуда вынужденных колебаний массы μ_2

$$z_2 = P_2 / [1 - \Omega^2 (\mu_2 + \mu_0 l_1^2 / l_2^2) + \sigma].$$

Амплитуда угла поворота рычага $\varphi_0 = z_2 / l_2$, а амплитуда вертикальных колебаний корректора $z_0 = \varphi_0 l_1$.

Амплитуда силы, передающейся на поддерживающую конструкцию,

$$R = [c - \frac{\mu_0 l_1}{l_2^2} (l_1 + l_2) \Omega^2] z_2.$$

Эффективность виброизоляции определяется коэффициентом

$$\mu_{\varphi\Phi} = \frac{R}{P_2} = \frac{1 - K\gamma^2}{1 - \gamma^2}, \quad \text{где } \gamma = \frac{\Omega}{\omega}; \quad K = \frac{\mu_0 l_1 l_2 - \mu_0 l_1^2}{\mu_0 l_1^2 - \mu_2 l_2^2}.$$

Из рис. 52 видно, что в дорезонансном режиме ($\gamma < 1$) $K < 1$ этот график аналогичен обычной виброизоляции. Однако в резонансном режиме имеется точка полного гашения колебаний (антирезонанса), и при $\gamma \rightarrow \infty$ график асимптотически приближается к прямой $\mu_{\varphi\Phi} = K$.

При $K = 1$ коэффициент $\mu_{\varphi\Phi}$ остается равным единице для всех значений γ .

С целью достижения крайне низкой частоты собственных колебаний виброизоляционных систем для уменьшения динамических воздействий, передаваемых машинами на поддерживающие конструкции, может быть применена особая низкочастотная схема виброизоляции. Она основана на взаимном влиянии упругих элементов, обладающих положительными и отрицательными значениями коэффициентов жесткости (рис. 53). Платформа шарнира закреплена на 3-х группах пружин: верхних, нижних и наклонных.

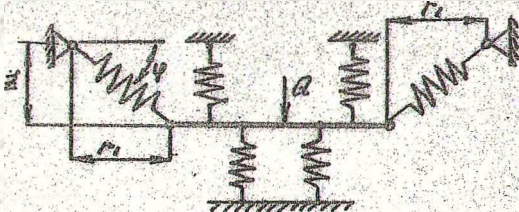


Рис. 53. Схема упругой виброизоляции низкочастотного типа

При определенном соотношении параметров такой системы и соотношении груза Q и угла наклона φ и малых амплитудах колебаний можно добиться, чтобы $\omega \rightarrow 0$. Это обстоятельство и позволяет использовать данную схему для защиты от низкочастотных воздействий.

Уменьшение нагрузок, передающихся на поддерживающие конструкции в пускоостановочных режимах, может быть достигнуто за счет увеличения отношения углового ускорения ϵ к квадрату угловой частоты собственных колебаний виброизолированной установки ω^2 . Для большинства машин величина ϵ больше при остановке, чем при пуске.

Для виброизоляции в данных режимах могут использоваться устройства, основанные на автоматическом изменении частотных характеристик виброизолированной машины путем автоматического включения или выключения дополнительных упругих элементов, масс или связей в системе.

Иногда для подавления пускового резонанса в виброустановки вводится демпфирование, но оно вредно в рабочем режиме. На практике используется этот метод при сочетании демпфирующих и упругих элементов или при использовании упругих элементов, имеющих высокое внутреннее трение (резина, пластмасса). Для исключения затухания в рабочем режиме и обеспечения его наличия в резонансном применяют включение демпфера через люфт (рис. 54).

Это оказывается эффективным, если амплитуда колебаний при прохождении через резонанс a_1 в несколько раз превышает амплитуду колебаний установки в рабочем режиме a_0 . Эффект будет при $S > 2a_0$.

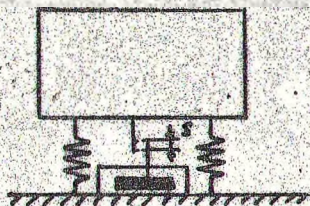


Рис. 54. Схема виброизоляции с вязким демпфером, включаемым через люфт

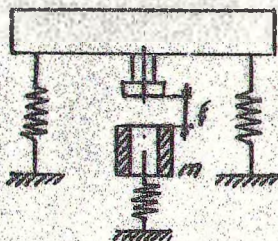


Рис. 55. Схема виброизоляции с ударным гасителем колебаний

Может применяться также ударный гаситель колебаний (рис. 55). При близости резонанса происходит соударение массы M_0 с массой гасителя m и амплитуды установки уменьшаются. На практике принимают $m/M=1/20 \dots 1/25$, $\xi=(1,5 \dots 2)g/\omega_0^2$ (g - ускорение свободного падения; ω_0 - частота виброизолированной установки).

Применяют также способы автоматического изменения частотных характеристик виброизолированной машины (плавное или дискретное). Плавное изменение возможно, например, при применении пневматических виброизоляторов, когда их жесткость меняется при изменении давления в баллоне.

Применяют метод динамического гашения колебаний, который заключается в том, что к гашимому от вибраций объекту присоединяют дополнительную колебательную систему, параметры которой подбирают так, чтобы колебания гашимого объекта уменьшились.

Упругая система (рис. 56), состоящая из двух масс, движется, не встречая сопротивления. При этом одна из масс m_2 (ведущая) испытывает периодическую нагрузку $P \cdot \sin(\omega t)$. С целью сохранения системой постоянной скорости к ведущей массе присоединяют динамический поглотитель колебаний в виде массы m_1 с упругой связью c_1 . Тогда общая система будет состоять из трех масс (m_2 и m_3 - приведенные массы ведущего и ведомого звеньев).

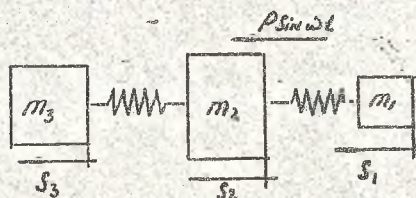


Рис. 56. Двумассовая система с динамическим поглотителем колебаний

Уравнения движения системы, полученные на основании принципа Лагранжа, имеют вид

$$\begin{cases} m_1 \ddot{s}_1 + c_1 (s_1 - s_2) = 0; \\ m_2 \ddot{s}_2 - c_1 (s_1 - s_2) + c_2 (s_2 - s_3) = P \sin(\omega t); \\ m_3 \ddot{s}_3 - c_2 (s_2 - s_3) = 0. \end{cases}$$

При решении этой системы находится скорость движения ведомой массы \dot{S}_3 , а чтобы она была постоянна необходимо условие

$$\frac{P(1-\omega^2 m_1/c_1)c_1 c_2}{m_1 m_2 m_3 \omega^2 (\omega^4 - a\omega^2 + b)} = 0,$$

где
$$a = \frac{[m_1(m_2+m_3)/c_1 + m_2(m_1+m_2)/c_2]c_1 c_2}{m_1 m_2 m_3};$$

$$b = (m_1+m_2+m_3)c_1 c_2 / (m_1 m_2 m_3).$$

Соблюдение приведенного условия возможно при $c_1 = m_1 \omega^2$. Таким образом, для поглощения колебаний рассматриваемой системы достаточно к ведущей массе m_2 присоединить массу m_1 с упругим звеном жесткостью c_1 . Соотношение между c_1 , m_1 и частотой вынужденных колебаний имеет вид

$$\omega = \sqrt{c_1/m_1}.$$

Для поглощения крутильных колебаний применяют динамический гаситель углового типа. Расчетная схема такого гасителя имеет вид, приведенный на рис. 57.

Если составить уравнения движения этой системы, то из ее решения найдется аналогичное предыдущему случаю соотношение:

$$\omega = \sqrt{c_1/I_1}.$$

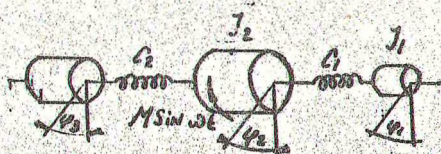


Рис. 57. Двухмассовая крутильная система с угловым динамическим гасителем колебаний

Динамические поглотители колебаний реализуются в виде упругого стержня с грузом, маятника с влажным или сухим трением и конструктивно могут быть оформлены по-разному, например так, как показано на рис. 58

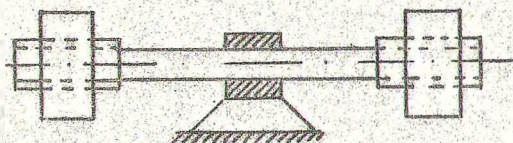


Рис. 58. Динамический гаситель вертикальных колебаний

Кроме перечисленных, применяются средства снижения контактной вибрации оператора, к числу которых относятся специальные подставки, рукоятки, сиденья кабины и др., которые имеют дополнительную виброизоляция.

ЛИТЕРАТУРА

1. Давыдов Б.Л., Скородумов Б.А. Статика и динамика машин.- М.: Машиностроение, 1967.
2. Ивович В.А., Онищенко В.Д. Защита от вибраций в машиностроении.- М.: Машиностроение, 1990.
3. Коаловский М.Э. Динамика машин.- Л.: Машиностроение, 1989.
4. Вижренко В.С. Устойчивость и нелинейные колебания.- Мн.: ВТИ, 1993.
5. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин.- М.: Наука, 1988.
6. Комаров М.С. Динамика механизмов и машин.- М.: Машиностроение, 1969.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	3
1. Основные задачи прикладной динамики машин	4
2. Основные понятия и определения	6
3. Динамические модели и их характеристики	8
3.1. Динамические характеристики двигателей	8
3.2. Динамические модели механических систем ...	12
3.3. Характеристики рабочих процессов	14
3.4. Системы управления движением	18
4. Процесс запуска машины	20
4.1. Общие замечания	20

4.2.	Процесс ускоренного движения	20
4.3.	Динамические усилия при запуске	25
5.	Динамика нагружения машин после разгона	35
5.1.	Общие положения	35
5.2.	Изменение внешней нагрузки в функции угла поворота	36
5.3.	Изменение внешней нагрузки в функции времени	37
5.4.	Изменение внешней нагрузки в функции скорости	38
5.5.	Динамика установившегося движения неравновесных систем	40
5.6.	Ударное и квазистатическое нагружение машин ...	45
5.7.	Колебания приводных устройств	49
6.	Процесс торможения машин	54
6.1.	Общие положения	54
6.2.	Анализ процесса торможения	56
6.3.	Динамические усилия при торможении	57
6.4.	Движение машин в тормозном режиме	61
7.	Регулирование работы приводных устройств	64
7.1.	Общие замечания	64
7.2.	Ограничение неравномерности движения приводных устройств в заданных пределах	64
8.	Защита от вибрации	67
8.1.	Общие сведения о производственной вибрации	67
8.2.	Основные способы снижения виброактивности машин и агрегатов	72
8.3.	Повышение эффективности виброизоляции машин и оборудования	76
	Литература	83

ДИНАМИКА МАШИН И ВИБРОЗАЩИТА

Составители: Жуков Анатолий Васильевич,
Гороновский Андрей Романович,
Мохов Сергей Петрович,
Асмоловский Михаил Корнеевич

Редактор И. В. Старовойтова. Корректор Р. М. Рябая.

Подписано в печать 21.03.96. Формат 60x84¹/16.

Печать офсетная. Усл. печ. л. 5, 9. Усл. кр.-отт. 5, 9. Уч.-изд. л. 5, 0.

Тираж 200 экз. Заказ 103

Белорусский государственный технологический университет.

220630. Минск, Свердлова, 13а.

Отпечатано на ротапринте Белорусского государственного
технологического университета. 220630. Минск, Свердлова, 13.