

МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБРАЗУЮЩЕЙ ДРЕВЕСНЫХ СТВОЛОВ БЕРЕЗЫ С ПОМОЩЬЮ СПЛАЙН-ФУНКЦИИ

The taper curve cubic-spline function of a birch trunk (in bark) and its estimation in comparison with the volume and taper tables of the professor Zakharau and on the quality trees data on materials of the professor Atroshchanka are resulted.

Сортиментация запасов древостоев широко используется при таксации лесов, подготовке и оценке лесосечного фонда, промышленной сортиментации леса, продаже леса на корню.

В современных условиях наиболее точными являются математические методы сортиментации отдельных деревьев и древостоев с использованием моделей образующих древесных стволов, имитационных моделей сортиментации запасов древостоев и компьютерных технологий.

Наиболее точно образующую древесного ствола можно описать с помощью уравнений сплайн-функции. Например, в виде кубического сплайна [3].

Пусть есть отрезок $a \leq x \leq b$, делящийся на части точками $\Delta: a = x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_N = b$. Заданы ординаты $Y: y_0, y_1, \dots, y_N$. Кубическим сплайном называется функция $\varphi_\Delta(Y, X)$, непрерывная на отрезке $[a, b]$ вместе со своими первой и второй производной, совпадающая с кубическим полиномом на каждом отрезке $x_{j-1} \leq x \leq x_j$ ($j = 1, N$) и удовлетворяющая условиям

$$\varphi_\Delta(Y, X_j) = y_j, \quad j = 0, N. \quad (1)$$

Тогда сплайн-функцию запишем в виде многочлена третьей степени, который удобно представить в следующем виде:

$$\varphi(x) = a_i + b_i(x - x_{i-1}) + c_i(x - x_{i-1})^2 + d_i(x - x_{i-1})^3, \quad x_{i-1} \leq x \leq x_i. \quad (2)$$

Коэффициенты многочлена на каждом интервале определяются из условий в узлах. После некоторых преобразований при $h_i = x_i - x_{i-1}$ получим уравнения для нахождения коэффициентов (2):

$$\begin{cases} d_i = \frac{(c_{i+1} - c_i)}{3h_i}, & 1 \leq i \leq N-1 \\ d_N = -\frac{c_N}{3h_N} \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} b_i = \frac{y_i - y_{i-1}}{h_i} - \frac{h_i(c_{i+1} + 2c_i)}{3}, & 1 \leq i \leq N-1 \\ b_N = \frac{y_N - y_{N-1}}{h_N} - \frac{2h_N c_N}{3} \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} c_1 = 0 \\ h_{i-1}c_{i-1} + 2(h_{i-1} + h_i)c_i + h_i c_{i+1} = 3\left(\frac{y_i - y_{i-1}}{h_i} - \frac{y_{i-1} - y_{i-2}}{h_{i-1}}\right), & 2 \leq i \leq N \\ c_{N+1} = 0 \end{cases} \quad (5)$$

Для построения моделей образующих древесных стволов использовались таблицы объема и сбега профессора В. К. Захарова, из которых был получен относительный сбега стволов березы (в коре), где диаметры на относительных высотах выражались в процентах от диаметра на 0.1 высоты дерева [1].

Гипотеза профессора В. К. Захарова о единстве средней формы стволов древесного вида, выраженной в относительных величинах, позволяет использовать для описания образующей ствола обобщенные уравнения сплайн-функции для различных древесных стволов. Поэтому для построения образующей были взяты относительные высоты: 0.0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.0 и соответствующие им относительные диаметры. При этом для аппроксимации одной образующей древесного ствола требуется 10 уравнений. Для одного разряда высот требуется 20 уравнений - в коре и без коры. А для шести разрядов высот необходимо 120 уравнений связи диаметров в зависимости от базового диаметра на высоте 0.1 и относительной длины до места определяемого диаметра.

Например, для березы Ia разряда высот (в коре) образующую можно описать следующей сплайн-функцией:

$$y_0 = 180 - 986.5x + 18651 \quad (6)$$

$$y_{0.1} = 100 - 426.96(-0.1 + x) + 5595.5(-0.1 + x)^2 - 23298.39(-0.1 + x)^3 \quad (7)$$

$$y_{0.2} = 89.9 + 6.81(-0.2 + x) - 1394.01(-0.2 + x)^2 + 6285.9(-0.2 + x)^3 \quad (8)$$

$$y_{0.3} = 81.62 - 97.04(-0.3 + x) + 491.75(-0.3 + x)^2 - 1985.14(-0.3 + x)^3 \quad (9)$$

$$y_{0.4} = 74.85 - 58.24(-0.4 + x) - 103.79(-0.4 + x)^2 - 269.3(-0.4 + x)^3 \quad (10)$$

$$y_{0.5} = 67.72 - 87.08(-0.5 + x) - 184(-0.5 + x)^2 + 533.35(-0.5 + x)^3 \quad (11)$$

$$y_{0.6} = 57.67 - 108(0.6 + x) - 24.57(-0.6 + x)^2 - 260.12(-0.6 + x)^3 \quad (12)$$

$$y_{0.7} = 46.39 - 120.72(-0.7 + x) - 102.61(-0.7 + x)^2 - 346.88(-0.7 + x)^3 \quad (13)$$

$$y_{0.8} = 32.95 - 151.65(-0.8 + x) - 206.67(-0.8 + x)^2 + 826.65(-0.8 + x)^3 \quad (14)$$

$$y_{0.9} = 16.54 - 166.8(-0.9 + x) + 41.32(-0.9 + x)^2 - 137.73(-0.9 + x)^3 \quad (15)$$

Полученная сплайн-функция (6)-(15) отражает относительную форму стволов березы (рис.).

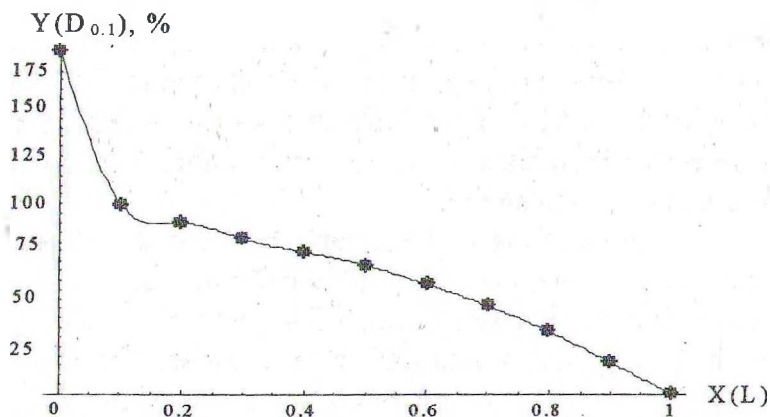


Рис. Образующая древесного ствола березы (в коре) Ia разряда высоты

На основе моделей сплайн-функций типа (6)-(15) разработана имитационная модель и программа на ПЭВМ для оценки относительного сбега древесных стволов березы по относительным высотам для Ia-V разрядов высот. Результаты расчетов по имитационной модели на ПЭВМ сравнивались с данными таблиц объема и сбега В. К. Захарова (табл. 1). В нижней части ствола (0-0.2h) среднеквадратические ошибки моделей составляют 5-6.5%, что объясняется значительной вариацией диаметров деревьев в комлевой части. В целом модели незначительно занижают оценки относительного сбега древесных стволов.

Сравнение результатов моделирования сплайн-функциями образующих древесных стволов березы с данными измерений диаметров стволов на срубленных модельных деревьях по материалам профессора О. А. Атрощенко [2] показывает, что среднеквадратическая ошибка оценки относительного сбега стволов березы по моделям составляет 2-15% для всех разрядов высот. Наибольшие ошибки получены для I и IV разрядов высот. Незначительные ошибки (2-5%) наблюдаются в оценке сбега на относительных высотах 0.1-0.2-0.3-0.4-0.5, т.е. практически для всей комлевой половины ствола, где заготавливаются

наиболее ценные сортименты и на которую приходится 80% общего объема стволовой древесины. Это подтверждает возможность использования моделей сплайн-функций для математического описания образующих древесных стволов.

Таблица 4

Систематические и среднеквадратические ошибки моделей сплайн-функции относительно данных таблиц объема и сбега, %

Секции ствола	Систематическая ошибка						Среднеквадратическая ошибка					
	Разряд высот						Разряд высот					
	Ia	I	II	III	IV	V	Ia	I	II	III	IV	V
0 - 0.05	-3.4	-3.4	-3.3	-3.4	-3.4	-3.3	5.5	5.5	5.6	5.4	5.4	5.1
0.05 - 0.1	-5.4	-5.4	-5.3	-5.4	-5.4	-5.3	6.6	6.6	6.7	6.5	6.5	6.1
0.1 - 0.2	-5.9	-5.6	-6.7	-6.8	-6.7	-5.4	5.7	5.4	6.7	6.5	6.3	4.9
0.2 - 0.3	1.3	1.7	-0.7	-0.4	-0.4	3.1	1.3	1.7	0.7	1.6	1.1	2.7
0.3 - 0.4	-0.6	-0.2	-1.9	-1.4	-1.4	3.0	0.7	0.7	1.7	2.0	1.6	2.4
0.4 - 0.5	0.5	1.0	1.1	1.7	1.8	5.8	0.8	1.3	0.9	2.0	1.7	4.2
0.5 - 0.6	0.4	0.8	1.9	2.3	2.3	6.0	0.9	0.8	1.4	2.2	1.8	3.7
0.6 - 0.7	0.3	0.1	0.5	0.8	-0.1	4.9	0.7	0.6	0.5	2.1	1.0	2.6
0.7 - 0.8	1.0	0.4	-0.4	-0.2	-2.1	4.4	0.6	1.0	0.4	1.9	1.3	1.8
0.8 - 0.9	0.8	0.3	-0.4	-1.4	-3.4	2.0	0.4	0.8	0.2	1.1	1.1	0.5
0.9 - 1.0	0.2	-0.7	-0.8	-2.4	-4.3	0.0	0.1	0.3	0.1	0.4	0.5	0.0

ЛИТЕРАТУРА

1. Захаров В.К. Таблицы объемов, сбегов и сортиментные для сосны, ели, дуба, ясеня, ольхи и осины, березы, граба.- Мн., 1928.
2. Исследование хода роста и динамика товарности березовых насаждений в условиях БССР. Диссертация на соискание степени кандидата с.-х. наук.- Мн., 1972.
3. Дж. Алберг, Э. Нильсон, Дж. Уолш. Теория сплайнов и ее приложение.- М.: Мир, 1972.