УДК 517.977

А. А. Якименко
Белорусский государственный технологический университет

МОДАЛЬНАЯ УПРАВЛЯЕМОСТЬ ОДНОЙ ДВУМЕРНОЙ СИСТЕМЫ ЗАПАЗДЫВАЮЩЕГО ТИПА

В публикации рассматривается задача модальной управляемости для двумерной стационарной динамической системы с запаздывающим аргументом с одним входом и двумя соизмеримыми запаздываниями. Дается определение задачи модального управления для исследуемой системы. Такая задача решена в случае действительных различных корней одного квадратного уравнения, коэффициенты которого выписываются по параметрам исходной системы. В статье получены регуляторы по типу обратной связи, решающие задачу модального управления, как элементарные функции коэффициентов системы. Приведен пример решения задачи модального управления для рассматриваемой системы.

Ключевые слова: запаздывающие системы, модальное управление, регуляторы, обратная связь, запаздывание.

Для цитирования: Якименко А. А. Модальная управляемость одной двумерной системы запаздывающего типа // Труды БГТУ. Сер. 3, Физико-математические науки и информатика. 2023. № 1 (266). С. 15–19. DOI: 10.52065/2520-6141-2023-266-1-3.

A. A. Yakimenka
Belarusian State Technological University

MODAL CONTROLLABILITY OF ONE TWO-DIMENSIONAL DELAYED SYSTEM

The publication deals with the problem of modal controllability for a two-dimensional stationary dynamical system with a retarded argument with one input and two commensurate delays. The definition of the modal control problem for the system under study is given. Such a problem is solved in the case of real different roots of one quadratic equation, the coefficients of which are written out according to the parameters of the original system. In the article, feedback controllers are obtained that solve the problem of modal control as elementary functions of the system coefficients. An example of solving the problem of modal control for the system under consideration is given.

Keywords: retarded systems, modal control, regulators, feedback control, delay.

For citation: Yakimenka A. A. Modal controllability of one two-dimensional delayed system. *Proceedings of BSTU, issue 3, Physics and Mathematics. Informatics*, 2023, no. 1 (266), pp. 15–19. DOI: 10.52065/2520-6141-2023-266-1-3 (In Russian).

Введение. Задача модального управления является одной из основных задач теории управления. Такая задача хорошо изучена для систем без запаздывания. Для систем с запаздывающим аргументом и систем нейтрального типа [1–9] решение задачи модального управления значительно сложнее. Это обусловлено тем, что пространство состояний таких систем, как правило, бесконечномерно. В данной работе решается задача модального управления для двумерной стационарной динамической системы с одним входом и двумя соизмеримыми запаздываниями. Получены регуляторы по принципу обратной связи, решающие задачу модального управления.

Основная часть. Рассмотрим линейную стационарную систему с запаздывающим аргументом с одним входом и двумя соизмеримыми запаздываниями:

$$\dot{x}(t) = A_0x(t) + A_1x(t-h) + A_2x(t-2h) + bu(t), \quad (1)$$

где A_j, $j = 0, 1, 2$ – постоянные (2×2)-матрицы; $h > 0$ – постоянное запаздывание; b – постоянный 2-вектор; u – скалярное управление. Не ограничивая общности, можно считать, что $b' = (0\ 1)$ (штрих $(\cdot)'$ означает транспонирование).

Характеристическое уравнение разомкнутой (с нулевым управлением) системы (1) имеет вид

$$\det\left[\lambda I_2 - A_0 - A_1e^{-\lambda h} - A_2e^{-2\lambda h}\right] \equiv$$
$$\equiv \lambda^2 + \left(\alpha_{10} + \alpha_{11}e^{-\lambda h} + \alpha_{12}e^{-2\lambda h}\right)\lambda +$$
$$+\alpha_{00} + \alpha_{01}e^{-\lambda h} + \alpha_{02}e^{-2\lambda h} + \alpha_{03}e^{-3\lambda h} + \alpha_{04}e^{-4\lambda h}, \quad (2)$$

где $\lambda \in \mathbb{C}$, $e^{-j\lambda h}$ – оператор сдвига ($e^{-j\lambda h}x(t) \equiv \equiv x(t - jh)$).

Присоединим к системе (1) регулятор вида

$$u(t) = q'_{00}x(t) + \sum_{i=0}^{L}\sum_{j=1}^{M} q'_{ij}x^{(i)}(t - jh) +$$

$$+\int_{-h}^{0} g'(s)x(t+s)ds, \qquad (3)$$

где $L, M \in \mathbb{N}$, q_{00}, q_{ij} – 2-векторы; $g(s)$, $s \in [-h,\ 0]$ – непрерывная 2-вектор-функция;

$$x^{(i)}(t) \overset{def}{=} \frac{d^i}{dt^i}x(t),\ x^{(0)}(t) \equiv x(t).$$

В частотной области регулятор (3) имеет вид

$$U(\lambda) = q'_{00} + \sum_{i=0}^{L}\sum_{j=1}^{M} q'_{ij}\lambda^i e^{-j\lambda h} + G(\lambda), \qquad (4)$$

где $G(\lambda)$ – целая функция, определяющая интегральную часть (3).

Определение. Система (1) модально управляема регулятором вида (3), если для наперед заданных чисел $\tilde{\alpha}_{ij},\ i=0,\ j=0, 1, 2, 3, 4;\ i=1,$ $j=0, 1, 2$ найдется такой регулятор, при котором характеристическое уравнение замкнутой системы (1), (3) будет иметь вид (ср. с (2))

$$\det\left[\lambda I_2 - A_0 - A_1 e^{-\lambda h} - A_2 e^{-2\lambda h} - bU(\lambda)\right] \equiv$$
$$\equiv \lambda^2 + \left(\tilde{\alpha}_{10} + \tilde{\alpha}_{11}e^{-\lambda h} + \tilde{\alpha}_{12}e^{-2\lambda h}\right)\lambda +$$
$$+\tilde{\alpha}_{00} + \tilde{\alpha}_{01}e^{-\lambda h} + \tilde{\alpha}_{02}e^{-2\lambda h} + \tilde{\alpha}_{03}e^{-3\lambda h} + \tilde{\alpha}_{04}e^{-4\lambda h}.$$

Обозначим $m = e^{-\lambda h}$ – оператор сдвига, $A(m) = A_0 + A_1 m + A_2 m^2$. Пусть матрица $A(m)$ имеет вид

$$A(m) = \begin{bmatrix} a_0 + a_1 m & b_0 + b_1 m + m^2 \\ a_{21}(m) & a_{22}(m) \end{bmatrix},$$

где

$$a_{21}(m) = a_{210} + a_{211}m + a_{212}m^2;$$
$$a_{22}(m) = a_{220} + a_{221}m + a_{222}m^2. \qquad (5)$$

Регулятор, решающий задачу модального управления, будем искать в виде

$$U(\lambda, m) = \left[\eta_1(\lambda, m) \quad \eta_2(\lambda, m)\right]. \qquad (6)$$

Компоненты регулятора (6) разделим на дифференциально-разностную (ей соответствует некоторый квазиполином) и интегральную части:

$$\eta_1(\lambda, m) = \eta_{11}(m) + \eta_{12}(\lambda, m);$$
$$\eta_2(\lambda, m) = \eta_{21}(m) + \eta_{22}(\lambda, m), \qquad (7)$$

где $\eta_{11}(m), \eta_{21}(m)$ – полиномы относительно m; $\eta_{12}(\lambda, m), \eta_{22}(\lambda, m)$ соответствуют интегральной части. Будем искать эти функции в следующем виде:

$$\eta_{12}(\lambda, m) = c_0\frac{m-k}{\lambda-\xi};$$

$$\eta_{22}(\lambda, m) = (c_1 + c_2 m)\frac{m-k}{\lambda-\xi},$$

где $k = e^{-\xi h}$; c_0, c_1, c_2 – некоторые числа, подлежащие определению. Характеристическое уравнение замкнутой регулятором (6) системы (1) примет вид

$$\begin{vmatrix} a_0 + a_1 m - \lambda & b_0 + b_1 m + m^2 \\ a_{21}(m) + \eta_{11} + \eta_{12} & a_{22}(m) + \eta_{21} + \eta_{22} - \lambda \end{vmatrix} \equiv$$
$$\equiv \begin{vmatrix} a_0 + a_1 m - \lambda & b_0 + b_1 m + m^2 \\ a_{21}(m) + \eta_{11} & a_{22}(m) + \eta_{21} - \lambda \end{vmatrix} +$$
$$+\begin{vmatrix} a_0 + a_1 m - \lambda & b_0 + b_1 m + m^2 \\ \eta_{12} & \eta_{22} \end{vmatrix} = 0. \qquad (8)$$

Последнее слагаемое в (8) имеет вид

$$\begin{vmatrix} a_0 + a_1 m - \lambda & b_0 + b_1 m + m^2 \\ \eta_{12} & \eta_{22} \end{vmatrix} =$$
$$= \begin{vmatrix} a_0 + a_1 m - \lambda & b_0 + b_1 m + m^2 \\ c_0\dfrac{m-k}{\lambda-\xi} & (c_1 + c_2 m)\dfrac{m-k}{\lambda-\xi} \end{vmatrix} =$$
$$= \frac{m-k}{\lambda-\xi}\begin{vmatrix} a_0 + a_1 m - \lambda & b_0 + b_1 m + m^2 \\ c_0 & c_1 + c_2 m \end{vmatrix} =$$
$$= \frac{m-k}{\lambda-\xi}\left((a_0 + a_1 m - \lambda)(c_1 + c_2 m) - c_0\left(b_0 + b_1 m + m^2\right)\right). \qquad (9)$$

Поскольку для модальной управляемости определитель замкнутой системы должен быть квазиполиномом, подберем ξ, c_0, c_1, c_2 таким образом, чтобы выражение (9) представляло собой квазиполином. Выделив в (9) целую часть по переменной λ, получим

$$-(c_1 + c_2 m)(m-k) + \frac{m-k}{\lambda-\xi}\left((a_1 c_2 - c_0)m^2 +\right.$$
$$\left.+(a_0 c_2 + a_1 c_1 - b_1 c_0 - c_2\xi)m + a_0 c_1 - b_0 c_0 - c_1\xi\right).$$

Для того чтобы последнее выражение было квазиполиномом, c_0, c_1, c_2 должны удовлетворять следующей системе уравнений:

$$\begin{cases} a_1 c_2 - c_0 = 0, \\ a_0 c_2 + a_1 c_1 - b_1 c_0 - c_2\xi = 0, \\ a_0 c_1 - b_0 c_0 - c_1\xi = 0. \end{cases}$$

Перепишем последнюю систему в матричной форме:

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & a_1 \\ -b_1 & a_1 & a_0-\xi \\ -b_0 & a_0-\xi & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Чтобы система (10) имела нетривиальное решение, определитель матрицы системы должен быть равен нулю. Получим следующее уравнение:

$$\xi^2+\left(b_1a_1-2a_0\right)\xi+a_0^2+b_0a_1^2-a_0a_1b_1=0. \quad (11)$$

Пусть корни уравнения (11) действительны и различны.

$$\xi_1=a_0-\frac{a_1b_1}{2}+\frac{\sqrt{a_1^2b_1^2-4a_1^2b_0}}{2};$$

$$\xi_2=a_0-\frac{a_1b_1}{2}-\frac{\sqrt{a_1^2b_1^2-4a_1^2b_0}}{2}, \quad (12)$$

что эквивалентно условию

$$a_1^2b_1^2-4a_1^2b_0>0. \quad (13)$$

Нетрудно проверить, что нетривиальные решения системы (10) c_{ij}, $i=0, 1, 3,$ $j=1, 2,$ соответствующие корням ξ_i уравнения (11), определенным в (12), имеют вид

$$c_{01}=a_1t_1,\ c_{11}=\frac{a_1b_1+\sqrt{a_1^2b_1^2-4a_1^2b_0}}{2a_1}t_1,\ c_{21}=t_1,\ t_1\in\mathbb{R};$$

$$c_{02}=a_1t_1,\ c_{12}=\frac{a_1b_1-\sqrt{a_1^2b_1^2-4a_1^2b_0}}{2a_1}t_2,\ c_{22}=t_2,\ t_2\in\mathbb{R}.$$

Обозначим $k_1=e^{-\xi_1h}$, $k_2=e^{-\xi_2h}$. В качестве компоненты $\eta_{12}(\lambda, m)$ возьмем

$$\eta_{12}(\lambda, m)=a_1t_1\frac{m-k_1}{\lambda-\xi_1}+a_1t_2\frac{m-k_2}{\lambda-\xi_2}, \quad (14)$$

а в качестве $\eta_{22}(\lambda, m)$

$$\eta_{22}(\lambda, m)=\left(\frac{a_1b_1+\sqrt{a_1^2b_1^2-4a_1^2b_0}}{2a_1}t_1+t_1m\right)\frac{m-k_1}{\lambda-\xi_1}+$$

$$+\left(\frac{a_1b_1-\sqrt{a_1^2b_1^2-4a_1^2b_0}}{2a_1}t_2+t_2m\right)\frac{m-k_2}{\lambda-\xi_2}. \quad (15)$$

Замкнем систему (1) регулятором

$$U(\lambda, m)=$$

$$=\left[\eta_1(\lambda, m)-a_{21}(m)\ \ \eta_2(\lambda, m)-a_{22}(m)\right], \quad (16)$$

где соответствующие компоненты регулятора определены в (14), (15). Определитель замкнутой системы имеет вид

$$\lambda^2-\left(ma_1+a_0+\eta_{21}(m)\right)\lambda+a_1m\eta_{21}(m)-$$

$$-b_1\left(m\eta_{11}(m)+\frac{t_1+t_2}{2}\right)+a_0\eta_{21}(m)-b_0\eta_{11}(m)-$$

$$-m\left(m\eta_{11}(m)+t_1+t_2\right)-\frac{\left(t_1-t_2\right)\sqrt{a_1^2\left(b_1^2-4b_0\right)}}{2a_1}.$$

Введем обозначения

$$\mu_1=\tilde{\alpha}_{10}+\tilde{\alpha}_{11}m+\tilde{\alpha}_{12}m^2, \quad (17)$$

$$\mu_2=\tilde{\alpha}_{00}+\tilde{\alpha}_{01}m+\tilde{\alpha}_{02}m^2+\tilde{\alpha}_{03}m^3+\tilde{\alpha}_{04}m^4, \quad (18)$$

где $\tilde{\alpha}_{ij}$, $i=0,$ $j=0, 1, 3, 4;$ $i=1,$ $j=0, 1, 2$ – произвольные числа. Потребуем, чтобы

$$ma_1+a_0+\eta_{21}(m)=-\mu_1.$$

Тогда

$$\eta_{21}(m)=-\mu_1-ma_1-a_0. \quad (19)$$

Замкнутая регулятором (16) с учетом (19) система (1) имеет следующее характеристическое уравнение:

$$\lambda^2+\mu_1\lambda-m^2\left(a_1^2+\eta_{11}(m)+t_1+t_2\right)-m\left(2a_0a_1+\right.$$

$$+a_1\mu_1+b_1\eta_{11}(m)+\frac{b_1\left(t_1+t_2\right)}{2}-k_1t_1-k_2t_2+$$

$$\left.+\frac{\left(t_1-t_2\right)\sqrt{a_1^2\left(b_1^2-4b_0\right)}}{2a_1}\right)+\frac{b_1k_1t_1+b_1k_2t_2}{2}+$$

$$+\frac{\left(k_1t_1-k_2t_2\right)\sqrt{a_1^2\left(b_1^2-4b_0\right)}}{2a_1}-a_0^2-a_1\mu_1-b_0\eta_{11}(m).$$

Потребуем, чтобы

$$a_1^2+\eta_{11}(m)+t_1+t_2=0.$$

Отсюда

$$\eta_{11}(m)=-t_1-t_2-a_1^2. \quad (20)$$

Замкнутая регулятором (16) с учетом (19), (20) система (1) имеет следующее характеристическое уравнение:

$$\lambda^2+\mu_1\lambda-m\left(-b_1a_1^2+a_1\left(\mu_1+2a_0\right)-k_1t_1-k_2t_2-\right.$$

$$\left.-\frac{\left(t_1+t_2\right)b_1}{2}+\frac{\left(t_2-t_1\right)\sqrt{a_1^2\left(b_1^2-4b_0\right)}}{2a_1}\right)+$$

$$+b_1a_1^2-a_0^2-a_0\mu_1+b_0\left(t_1-t_2\right)+\frac{b_1\left(k_1t_1+k_2t_2\right)}{2}-$$

$$-\frac{\left(k_2t_2-k_1t_1\right)\sqrt{a_1^2\left(b_1^2-4b_0\right)}}{2a_1}=0.$$

Потребуем, чтобы коэффициент при m в последнем соотношении был равен нулю. Выразив оттуда t_1, получим

$$t_1=$$

$$=\frac{-t_2\sqrt{b_1^2-4b_0}-2a_1^2b_1+\left(4a_0+2\mu_1\right)a_1-t_2\left(b_1+2k_2\right)}{-\sqrt{b_1^2-4b_0}+b_1+2k_1}. \quad (21)$$

Потребуем теперь, чтобы

$$+b_1a_1^2-a_0^2-a_0\mu_1+b_0\left(t_1-t_2\right)+\frac{b_1\left(k_1t_1+k_2t_2\right)}{2}-$$

$$-\frac{\left(k_2t_2-k_1t_1\right)\sqrt{a_1^2\left(b_1^2-4b_0\right)}}{2a_1}=\mu_2.$$

Выразив отсюда t_2, с учетом (21), получим

$$t_2=1\Big/\Bigg(\left(\left(-b_1-2k_2\right)k_1-k_2b_1-2b_0\right)\sqrt{b_1^2-4b_0}+$$

$$+4\left(k_1-k_2\right)\left(-\frac{b_1^2}{4}+b_0\right)\Bigg)\Bigg(\Bigg(a_1^2b_0-a_0^2-\mu_1a_0-\mu_2-$$

$$-2a_1\left(-\frac{a_1b_1}{2}+a_0+\frac{\mu_1}{2}\right)k_1\Bigg)\sqrt{b_1^2-4b_0}+$$

$$+\Bigg(a_1^2b_1^2-2a_1\left(a_0+\frac{\mu_1}{2}\right)b_1-2a_1^2b_0+2a_0^2+2\mu_1a_0+$$

$$+2\mu_2\Bigg)k_1+\left(a_1^2b_0+a_0^2+\mu_1a_0+\mu_2\right)b_1-$$

$$-4a_1\left(a_0+\frac{\mu_1}{2}\right)b_0\Bigg). \quad (22)$$

Замкнутая регулятором (16) с учетом (19), (20), (21), (22) система (1) имеет следующее характеристическое уравнение:

$$\lambda^2+\mu_1\lambda+\mu_2=0,$$

что, с учетом (17), (18), свидетельствует о решении задачи модального управления. Из (21) и (22) следует, что регуляторы, решающие задачу модального управления, могут быть построены при выполнении следующих условий:

$$-\sqrt{b_1^2-4b_0}+b_1+2k_1\neq 0;$$

$$\left(\left(-b_1-2k_2\right)k_1-k_2b_1-2b_0\right)\sqrt{b_1^2-4b_0}+$$

$$+4\left(k_1-k_2\right)\left(-\frac{b_1^2}{4}+b_0\right)\neq 0.$$

Пример. Рассмотрим систему (1) с матрицами

$$A_0=\begin{bmatrix}3 & -8\\ 0 & 0\end{bmatrix},\ A_1=\begin{bmatrix}-1 & 2\\ 0 & 0\end{bmatrix},\ A_2=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{bmatrix},\ b=\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}.$$

Тогда матрица $A(m)$ имеет вид

$$A(m)=\begin{bmatrix}3-m & -8+2m+m^2\\ 0 & 0\end{bmatrix}.$$

Система (10) записывается в виде

$$\begin{bmatrix}1 & 0 & 1\\ 2 & 1 & \xi-3\\ -8 & \xi-3 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}c_0\\ c_1\\ c_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\ 0\\ 0\end{bmatrix}. \quad (23)$$

Уравнение (11) примет вид

$$\xi^2-8\xi+7=0,$$

корни которого $\xi_1=1, \xi_2=7$.

Нетривиальные решения системы (23), соответствующие корню $\xi_1=1$: $c_{10}=-t_1$, $c_{11}=4t_1$, $c_{12}=t_1$, а корню $\xi_2=7$: $c_{20}=-t_2, c_{21}=-2t_2, c_{22}=t_2$.

Выполнив все вычисления, заключим, что компоненты регулятора, решающего задачу модального управления, имеют вид

$$\eta_{11}(m)=\frac{4\frac{7\mu_1+\mu_2+49}{-6k_2-24}+\mu_1+k_2\frac{7\mu_1+\mu_2+49}{-6k_2-24}+8}{k_1-2}-$$

$$-\frac{7\mu_1+\mu_2+49}{-6k_2-24}-1;$$

$$\eta_{21}(m)=m-\mu_1-3;$$

$$\eta_{12}(\lambda, m)=\frac{m-k_1}{\lambda-1}\times$$

$$\times\frac{-\left(4\frac{7\mu_1+\mu_2+49}{-6k_2-24}+\mu_1+k_2\frac{7\mu_1+\mu_2+49}{-6k_2-24}+8\right)}{k_1-2}+$$

$$+\frac{m-k_2}{\lambda-7}\frac{-\frac{7\mu_1+\mu_2+49}{-6k_2-24}}{k_1-2};$$

$$\eta_{22}(\lambda, m)=\frac{m-k_1}{\lambda-1}\times$$

$$\times\Bigg(4\frac{7\mu_1+\mu_2+49}{-6k_2-24}+\mu_1+k_2\frac{7\mu_1+\mu_2+49}{-6k_2-24}+8+$$

$$+m\left(4\frac{7\mu_1+\mu_2+49}{-6k_2-24}+\mu_1+k_2\frac{7\mu_1+\mu_2+49}{-6k_2-24}\right)\Bigg)+$$

$$+\frac{m-k_2}{\lambda-7}\left(-2\frac{7\mu_1+\mu_2+49}{-6k_2-24}+m\frac{7\mu_1+\mu_2+49}{-6k_2-24}\right).$$

Нетрудно убедиться, что $k_1-2\neq 0$ и $-6k_2-24\neq 0$.

Заключение. В статье получен способ нахождения регуляторов по принципу обратной связи, решающих задачу модального управления для двумерной системы запаздывающего типа с двумя соизмеримыми запаздываниями и одним входом. Указаны дополнительные условия существования таких регуляторов. Также рассмотрен иллюстративный пример

Список литературы

1. Марченко В. М. О проблеме модального управления в линейных системах с запаздыванием // Доклады Академии наук БССР. 1978. № 5. С. 401–404.

2. Salamon D. Control and Observation of Neutral Systems. London: Pitman Press, 1984. 362 p.

3. Wonham W. M. On pole assignment in multi-input controllable systems // IEEE Trans. Automat. Contr. 1967. Vol. AC-12, no. 6. P. 660–665.

4. Кириллова Ф. М., Марченко В. М. Функциональные преобразования и некоторые канонические формы в линейных системах с запаздывающим аргументом. Минск, 1978. 28 с. (Препринт / Акад. наук Белорус. Сов. Социалист. Респ. № 7 (39)).

5. Spong M. W. A semistate approach to feedback stabilization of neutral delay systems // Circuits Systems Signal Process. 1986. Vol. 5, no. 1. P. 69–84.

6. Якименко А. А. Модальное управление одной запаздывающей системой // Труды БГТУ. 2013. № 6: Физ.-мат. науки и информатика. С. 3–7.

7. Якименко А. А. Модальное управление одной системой нейтрального типа // Труды БГТУ. 2016. № 6: Физ.-мат. науки и информатика. С. 18–21.

8. Якименко А. А. Модальное управление одной системой нейтрального типа в общециклическом случае // Труды БГТУ. Сер. 3, Физ.-мат. науки и информатика. 2017. № 2. С. 25–27.

9. Якименко А. А. Модальное управление одной системой нейтрального типа в общециклическом случае при кратных корнях // Труды БГТУ. Сер. 3, Физ.-мат. науки и информатика. 2018. № 1 (206). С. 5–8.

References

1. Marchenko V. M. On problem of modal control in linear systems with delay. *Doklady Akademii nauk BSSR* [Reports of the BSSR Academy of Science], 1978, no. 5, pp. 401–404 (In Russian).

2. Salamon D. Control and Observation of Neutral Systems. London, Pitman Press Publ., 1984. 362 p.

3. Wonham W. M. On pole assignment in multi-input controllable systems. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 1967, vol. AC-12, no. 6, pp. 660–665.

4. Kirillova F. M., Marchenko V. M. *Funktsional'nyye preobrazovaniyya i nekotoryye kanonicheskiye formy v lineynykh sistemakh s zapazdyvayushchim argumentom* [Functional transforms and some canonical forms for linear retarded systems]. Minsk, 1978. 28 p. Preprint Institute of mathematics AS BSSR, no. 7 (39) (In Russian).

5. Spong M. W. A semistate approach to feedback stabilization of neutral delay systems. *Circuits Systems Signal Process*, 1986, vol. 5, no. 1, pp. 69–84.

6. Yakimenka A. A. Modal control for one delayed system. *Trudy BGTU* [Proceedings of BSTU], 2013, no. 6: Physics and Mathematics. Informatics, pp. 3–7 (In Russian).

7. Yakimenka A. A. Modal control for one neutral type system. *Trudy BGTU* [Proceedings of BSTU], 2016, no. 6: Physics and Mathematics. Informatics, pp. 18–21 (In Russian).

8. Yakimenka A. A. Modal control for one neutral type system in general cyclic case. *Trudy BGTU* [Proceedings of BSTU], issue 3, Physics and Mathematics. Informatics, 2017, no. 2, pp. 25–27 (In Russian).

9. Yakimenka A. A. Modal control for one neutral type system in general cyclic case with double roots. *Trudy BGTU* [Proceedings of BSTU], issue 3, Physics and Mathematics. Informatics, 2018, no. 1, pp. 5–8 (In Russian).

Информация об авторе

Якименко Андрей Александрович – кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры высшей математики. Белорусский государственный технологический университет (220006, г. Минск, ул. Свердлова, 13а, Республика Беларусь). E-mail: yakimenko@belstu.by

Information about the author

Yakimenka Andrei Aliaksandravich – PhD (Physics and Mathematics), Associate Professor, Assistant Professor, the Department of Higher Mathematics. Belarusian State Technological University (13a, Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: yakimenko@belstu.by

Поступила после доработки 30.11.2022