

индокинами // Изв. вузов СССР. Химия и хим. технология.— 1978.— Т. 21, № 12.— С. 1802.

2. Полуянович В. Я. Новые композиционные материалы на основе полиэтилена // Химия и хим. технология.— Минск, 1984.— Вып. 19.— С. 61.

УДК 624.073:681.3

П. В. Алявдин, Л. И. Шевчук, А. Д. Маляренко,  
А. И. Крюковский

## РАСЧЕТ КРУГЛЫХ ПЛАСТИН ПЕРЕМЕННОЙ ЖЕСТКОСТИ, ЗАКРЕПЛЕННЫХ НА ТОНКОМ ПОЛИМЕРНОМ СЛОЕ

Оптические детали перед обработкой закрепляются полимерным клеем, который удерживает детали при их нагружении. Влияние клеевого слоя на деформацию детали под нагрузкой систематически не изучалось. Однако в связи с повышением требований к качеству обработки деталей появилась необходимость учета этого фактора.

В настоящей работе рассматривается расчет напряженно-деформированного состояния круглых оптических деталей на тонком клеевом слое при действии внешней нагрузки, распределенной по поверхности по любому закону. В качестве модели была избрана линейно-упругая пластина со слабоизогнутой срединной поверхностью на винклеровском слое с переменным коэффициентом постели; влиянием арочного эффекта при этом пренебрегли [1—3]. Решение возникающей двумерной задачи проводилось с помощью численного интегрирования линейного дифференциального уравнения четвертого порядка в частных производных с переменными коэффициентами.

При исследовании был использован вариационно-разностный метод, который основан на энергетическом критерии минимума полной потенциальной энергии системы с последующей ее дискретизацией сеточным методом [4]. Пластина разбивалась на отдельные ячейки сеткой радиальных и кольцевых линий с одинаковым шагом  $\lambda$  и  $\Theta$  соответственно (рис. 1). Переменные величины—толщина пластины  $h$ , жесткость  $D$ , радиус кривизны  $R$ , коэффициент постели  $k$  и нагрузка  $q$ —в ячейках в окрестности узла сетки принимались постоянными, что соответствует точности численного решения дифференциальных уравнений методом конечных разностей.

Коэффициент постели основания  $k_{ij}$ , жесткость которого в общем случае меняется в каждой  $ij$ -ой ячейке, вычисляется по формуле [5]

$$k_{ij} = \frac{(1 - \mu_0) E_0}{(1 + \mu_0)(1 - 2\mu_0) H_{ij}}, \quad (1)$$

где  $E_0$ ,  $\mu_0$  — модуль упругости и коэффициент Пуассона полимерного материала основания соответственно;  $H_{ij}$  — толщина слоя полимера.

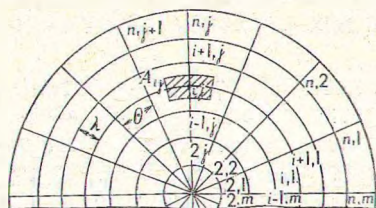


Рис. 1. Схема разбиения пластины

Уравнение для анализа напряженного состояния пластины выводится из энергетического принципа Лагранжа. Для рассматриваемых пластин потенциальная энергия деформаций  $U_e$  складывается из суммы энергий изгиба  $U_e^{\text{изг}}$  и кручения  $U_e^{\text{кр}}$ , вычисляемых для отдельных  $ij$ -х ячеек пластины, и деформаций основания этих ячеек

$$U_e = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (U_{e_{ij}}^{\text{изг}} + U_{e_{ij}}^{\text{кр}} + 0,5 A_{ij} \cdot k_{ij} \cdot \omega_{ij}^2), \quad (2)$$

где  $n$ ,  $m$  — количество радиальных и кольцевых линий аппроксимирующей сетки соответственно;  $A_{ij}$  — площадь ячейки;  $\omega_{ij}$  — прогиб ее центрального узла. Работа внешних сил  $U_F$  записывается как

$$U_F = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m q_{ij} \cdot A_{ij} \cdot \omega_{ij}. \quad (3)$$

Суммирование проводится здесь по всем  $ij$ -м ячейкам. Необходимое и достаточное условие минимума энергии  $U$  можно представить в виде уравнений равновесия  $ij$ -й ячейки:

$$\frac{\partial U}{\partial \omega_{ij}} = 0, \dots; \quad \frac{\partial U}{\partial \omega_{ij}} = 0, \dots; \quad \frac{\partial U}{\partial \omega_{nm}} = 0, \quad (4)$$

где  $U$  — полная потенциальная энергия системы,  $U = U_c + U_F$ ;  $\omega_{11}, \dots, \omega_{ij}, \dots, \omega_{n,m}$  — неизвестные перемещения свободных узлов.

Подставляя выражения (2) и (3) в уравнение (4), получаем окончательное расчетное уравнение. В частности, для внутренних  $ij$ -х узлов оно имеет следующий вид:

$$B_1\omega_{i-2,j} + B_2\omega_{i-1,j-1} + \dots + B_7\omega_{ij} + \dots \\ \dots + B_{12}\omega_{i+1,j+1} + B_{13}\omega_{i+2,j} = C_{ij}, \quad (5)$$

где коэффициенты уравнения  $B_1, B_2, \dots, B_{13}$  зависят от геометрических размеров  $ij$ -й и смежной с ней ячеек, упругих постоянных материала, а в коэффициенте  $B_7$ , кроме того, учитывается работа упругого основания в соответствии с формулой (1). Свободный член уравнения (5)  $C_{ij}$  представляет собой равнодействующую внешней нагрузки в ячейке

$$C_{ij} = q_{ij}\theta\lambda^2(i-1). \quad (6)$$

Приведенные уравнения (1) — (6) послужили основой алгоритма расчета напряженно-деформированного состояния тонких оптических деталей на ЭВМ с учетом различных случаев их закрепления и нагружения.

С целью проверки достоверности принятых теоретических предпосылок и надежности численного метода было проведено экспериментальное исследование прогиба центральной части сферической детали, шарнирно опертой по контуру при отсутствии упругого основания. Ее диаметр  $d = 5,1 \cdot 10^{-2}$  м, радиус кривизны вогнутой поверхности  $R_1 = 8,37 \cdot 10^{-2}$  м, выпуклой —  $R_2 = 30,13 \times 10^{-2}$  м, толщина в центре  $h = 3 \cdot 10^{-3}$  м, материал детали — стекло ТФ-1. Нагружение производилось гидростатическим давлением, которое изменялось от  $5 \cdot 10^{-3}$  до  $5 \cdot 10^{-2}$  МПа. Максимальные прогибы в центре измерялись микрокатером с ценой деления шкалы  $5 \cdot 10^{-7}$  м. Экспериментально была подтверждена линейная зависимость прогибов от нагрузки, что свидетельствует о применимости принятой линейной теории пластин с малыми прогибами к решению данной задачи. Математическое ожидание максимальных прогибов при нагрузке  $q = 0,02$  МПа получилось равным  $2,02 \cdot 10^{-6}$  м, среднее квадратичное отклонение —  $0,223 \cdot 10^{-6}$  м. В результате численного расчета, выполненного на ЭВМ, при разбиении радиуса детали на десять участков при ана-

логичных исходных данных максимальный прогиб оказался равен  $1,97 \cdot 10^{-3}$  м, т. е. на 2,6% меньше опытного.

Исследовалось также влияние толщины полимерного слоя  $H$  на величину прогиба детали, представленной на рис. 2, при действии равномерно распределенной нагрузки  $q = 0,02$  МПа. Материал детали — стекло К-8. Модуль упругости полимерного клеевого слоя принимался

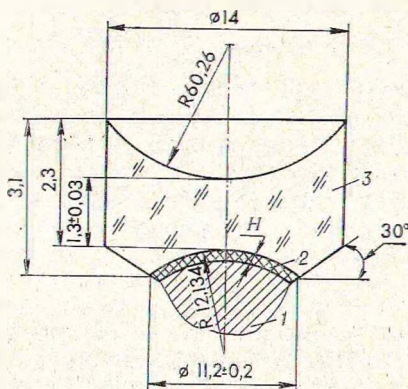


Рис. 2. Схема закрепленной детали:  
1—наклеиваемое приспособление; 2—полимерный слой; 3—деталь

равным  $10^3$ ;  $10^2$ ;  $10^1$  и  $10^0$  МПа, коэффициент Пуассона — 0,25; 0,35 и 0,40; 0,42. Толщина слоя  $H$  — 0,03; 0,3 и  $1,0 \cdot 10^{-3}$  м.

Рассматривался также случай отсутствия полимерного слоя, когда пластина шарнирно опиралась по контуру. Результаты расчета представлены ниже, где относительный прогиб  $\omega/d$  в центре детали выражается через безразмерный параметр жесткости  $K$  системы деталь — слой ( $K = kd/E$ ), одновременно учитывающий соотношение упругих постоянных детали и клея  $E$ ,  $\mu$ ,  $E_0$ ,  $\mu_0$  соответственно, толщины слоя  $H$  и диаметра детали  $d$ :

$\omega/d$	$K$
0,0181	14,53
0,208	1,543
1,464	0,145
1,607	0,122
1,850	0,091
2,843	0,015
32,48	0

Поэтому представленные результаты с помощью интерполяции можно использовать и для анализа любых промежуточных исходных данных детали и основания.

С уменьшением параметра жесткости  $K$  относительный прогиб увеличивается, зависимость  $\omega/d$  от  $\ln K$  имеет линейный характер в интервале  $\ln K$  от 0,5 до  $-3$ . При допустимом прогибе в центре детали  $0,25 \cdot 10^{-6}$  м (одно интерференционное кольцо) относительный прогиб равен  $2 \cdot 10^{-5}$ , что соответствует значению  $K \leq 0,01$ . Для рассмотренной детали полимерный слой может обладать малой жесткостью, т. е. иметь модуль упругости  $E \approx 1$  МПа и  $\mu_0 = 0,42$  при его толщине  $H = 3 \cdot 10^{-5}$  м.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Тимошенко С. П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки.— М., 1966.— 635 с.
2. Коваленко А. Д. Круглые пластины переменной толщины.— М., 1959.— 294 с.
3. Мартыненко М. Д., Ильинкова Н. И. Изгиб свободно опертой пластинки переменной толщины с начальной кривизной срединной поверхности // Теорет. и прикл. механика.— Минск, 1983.— Вып. 10.— С. 35—41.
4. Крючков А. А. Исследование изгиба круглых цилиндрических ортотропных пластин вариационно-разностным методом // Строит. механика и строит. конструкции.— Минск, 1980.— Вып. 6.— С. 57—66.
5. Горбунов-Посадов М. И., Маликова Т., Соломин В. И. Расчет конструкций на упругом основании.— М., 1984.— 679 с.

УДК 678.742:674.817

✓ В. В. Яценко, М. М. Ревяко, Т. А. Николаева,  
Я. М. Паушкин, Е. Г. Горлов

#### РЕГУЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ШИВАНИЯ И СВОЙСТВ ПОЛИЭТИЛЕНА ВВЕДЕНИЕМ ОРГАНИЧЕСКИХ НАПОЛНИТЕЛЕЙ

Использование полиэтилена в качестве конструкционного материала ограничено его низкой теплостойкостью. Повышение теплостойкости полиэтилена и композиционных материалов на его основе является одной из актуальных задач материаловедения полимеров.

Для увеличения теплостойкости полиэтилена можно использовать его структурную химическую модификацию в сочетании с наполнением.

В исследовании, выполненном с этой целью, наполнителями были древесная мука, мелкодисперсная уголь-