М.М. Ревяко, А.И. Крюковский

ВНУТРЕННИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ В КОМПОЗИЦИОННЫХ ПОЛИМЕРНЫХ МАТЕРИАЛАХ

Вывод формул для расчета напряжений в компонентах при действии механических напряжений осуществлялся в работах [1, 2]. В данной работе получены формулы для расчета внутренних напряжений в компонентах при действии температурного поля. Для более удобного математического описания композиционного материала рассмотрим такую его модель, у которой распределение частиц наполнителя по всему объему матрицы равномерно, а их ориентация и искривление по всем направлениям равновероятны. Компоненты композиции изотропны, размеры модели намного превышают характерные размеры для наполнителя. Модель необходимо рассматривать как сплошное тело. В связи с этим мы полагаем, что адгезия частиц наполнителя к полимерной матрице происходит по всей поверхности частиц и остается достаточно прочной в течение времени действия поля температуры.

В композиции отсутствуют трещины и другие дефекты. Упругие, термоупругие и теплофизические характеристики материала матрицы и наполнителя монотонно изменяются с изменением температуры. Учет температурных зависимостей характеристик особенно важен для полимерных композиционных материалов, так как свойства полимерной матрицы значительно зависят от температуры.

Учитывая предыдущие замечания о качествах рассматриваемой модели композиционного материала и налагаемого температурного поля, предположим, что составляющие композиции подчиняются термодинамическому уравнению линейной термоупругости в переменных $(\varepsilon_{jк}, \theta)$:

$$\sigma_{jк} = (\lambda\varepsilon_{rr} - \beta\theta)\delta_{jк} + 2\mu\varepsilon_{jк}, \tag{1}$$

где $\sigma_{jк}$ – тензор напряжений в переменных $\varepsilon_{jк}, \theta$; $\varepsilon_{jк}$ – тензор деформаций; λ, μ – изометрические модули упругости (постоянные Ляме); β – термоупругая постоянная, $\beta = (3\lambda + 2\mu)\alpha$, α – коэффициент линейного температурного расширения; $\theta = T - T^{o}$, T^{o} – начальная температура, ^{o}K, T – температура эксплуатации, ^{o}K.

Произведем преобразование уравнения (1) в интегральное уравнение относительно флуктуаций. При этом величины напряжений, деформаций, перемещений, упругих постоянных, термоупругой постоянной считаем флуктуирующими. Используя при выводе расчетных формул математический аппарат, разработанный в [1, 3], окончательную зависимость между напряжениями в компонентах, средними напряжениями композиционного материала и температурой запишем следующим образом:

$$\langle \sigma_{jк_1} \rangle = \frac{1}{c_1 \mu^*(\mu_1 - \mu_2)} \Big[\mu_1(\mu^* - \mu_2)\langle \sigma_{jк} \rangle + \frac{\mu^* K_1(\mu_1 - \mu_2)(K^* - K_2) - K^* \mu_1 (K_1 - K_2)(\mu^* - \mu_2)}{3K^*(K_1 - K_2)} \times$$

$$\times \langle \sigma_{rr} \rangle \delta_{jк} + \frac{K_1 \mu^*(\mu_1 - \mu_2)}{K^*(K_1 - K_2)} (K^* \langle \beta \rangle - K_2 \beta^*) \theta \delta_{jк} \Big] -$$

$$- \beta_1 \theta \delta_{jк};$$

$$(2)$$

$$\langle \sigma_{j к_2} \rangle = \frac{1}{c_2 \mu^*(\mu_2 - \mu_1)} \Big[(\mu^* - \mu_1)\mu_2 \langle \sigma_{jк} \rangle + \frac{\mu^* K_2(\mu_2 - \mu_1)(K^* - K_1) - K^* \mu_2 (K_2 - K_1)(\mu^* - \mu_1)}{3K^*(K_2 - K_1)} \times$$

$$\times \langle \sigma_{rr} \rangle \delta_{jк} + \frac{K_3 \mu^*(\mu_2 - \mu_1)}{K^*(K_2 - K_1)} (K^* \langle \beta \rangle - K_1 \beta^*) \theta \delta_{jк} \Big] -$$

$$- \beta_2 \theta \delta_{jк},$$

где K_1 и K_2 – объемные модули упругости наполнителя и связующего; $K^* = \lambda^* + \frac{2}{3}\mu^*$; c_1 и c_2 – объемные концентрации наполнителя и связующего соответственно.

Положим, $\langle \sigma_{jк} \rangle = 0$. Согласно гипотезе эргодичности, напряжения в компонентах распределяются обратно пропорционально концентрациям этих компонентов и противоположны по знаку:

$$\frac{\langle \sigma_{jк_1} \rangle}{\langle \sigma_{jк_2} \rangle} = -\frac{c_2}{c_1}.$$

В этом случае выражения для внутренних напряжений:

$$\langle \sigma_{jк_1} \rangle = \frac{3K_2 K_1 (\langle \alpha \rangle - \alpha^*)}{c_1(K_1 - K_2)} \theta \, \delta_{jк};$$

$$\langle \sigma_{jк_2} \rangle = \frac{3K_1 K_2 (\langle \alpha \rangle - \alpha^*)}{c_2(K_2 - K_1)} \theta \, \delta_{jк}; \tag{3}$$

где $\langle \alpha \rangle = c_1\alpha_1 + c_2\alpha_2$, α_1 и α_2 – коэффициенты линейного теплового расширения наполнителя и связующего.

Формула для расчета приведенного коэффициента линейного теплового расширения хаотически наполненных композиций в отличие от формулы, полученной в работе [4], полнее учитывает моментные свойства композиционного материала путем введения поправок вида $3l + 2m$.

$$\alpha^* = \frac{\langle \beta \rangle \; (3\langle \lambda + 2\mu \rangle + 3l + 2m) - (3F^{1,0,1}_{(0)} + 2F^{0,1,1}_{(0)})}{(3\langle \lambda + 2\mu \rangle + 3l + 2m)\langle 3\lambda + 2\mu \rangle - 9F^{2,0,0}_{(0)} - 12F^{1,1,0}_{(0)} - 4F^{0,2,0}_{(0)}},$$

где $F^{2,0,0}_{(0)} = c_1 c_2 (\lambda_1 - \lambda_2)^2$; $F^{1,1,0}_{(0)} = c_1 c_2 (\mu_1 - \mu_2)(\lambda_1 - \lambda_2)$;

$F^{0,2,0}_{(0)} = c_1 c_2 (\mu_1 - \mu_2)^2$; $F^{1,0,1}_{(0)} = c_1 c_2 (\lambda_1 - \lambda_2)(\beta_1 - \beta_2)$;

$F^{0,1,1}_{(0)} = c_1 c_2 (\mu_1 - \mu_2)(\beta_1 - \beta_2)$; $l = (c_2 - c_1)(\lambda_1 - \lambda_2)$;

$m = (c_2 - c_1)(\mu_1 - \mu_2)$.

Таблица 1. Расчетные величины для композиции ПЭВД-стекловолокно

Показатели	Концентрации стекловолокна, вес.%		
	10	20	30
Коэффициент линейного теплового расширения $\alpha^{*} \cdot 10^{-6}$ 1/град, средний по интервалу 20 - 100°С	310	150	70
Внутренние напряжения в связующем ПЭВД при $\theta = 80^{\circ}$С, σ_2, кг/см^2	37	76	96

Важно отметить, что никаких ограничений относительно концентрации и свойств компонентов не делается. Это обеспечивает широкое применение полученных формул.

По (3) и (4) произведены расчеты для композиции ПЭВД-стекловолокно, представленные в табл. 1.

В качестве исходных данных для ПЭВД принимаем следующие: плотность $\rho = 0{,}92$ г/см^3; модуль Юнга, средний по интервалу температур $E = 0{,}004 \cdot 0{,}981 \cdot 10^{10}$ н/м^2 [5] ; коэффициент Пуассона, осредненный по интервалу 20 - 100°С, $\delta = 0{,}45$ [6]. Коэффициент линейного теплового расширения в интервале температур 20 - 100°С: $\alpha = 480 \cdot 10^{-6}$ 1/град.

Для алюмоборосиликатного бесщелочного стекловолокна ($\rho = 2{,}5$ г/см^3, $E = 7 \cdot 0{,}981 \cdot 10^{10}$ н/м^2, $\delta = 0{,}2$; $\alpha = 5 \cdot 10^{-6}$ 1/град [7]. Значения этих констант мало изменяются в связи с колебанием температуры в интервале 20 - 100°С. Поэтому для расчета нами взяты характеристики, измеренные при нормальной температуре.

Согласно справочным данным, предел прочности при растяжении ПЭВД равен 120 - 160 кг/см^2. По расчетным формулам, величина максимальных внутренних напряжений при 30%-ном наполнении достигает 96 кг/см^2, т.е. связующее в случае объемного напряженного состояния должно деформироваться при охлаждении композиции без образования трещин. Однако микротрещины могут появляться в местах концентрации напряжений на концах стекловолокна. В острых углах наполненных изделий могут возникать и макротрещины.

По данным табл. 1, коэффициент линейного теплового расширения композиции ПЭВД-стекловолокно при изменении концентрации наполнителя от 0 вес.% до 30 вес.% уменьшается в шесть - семь раз. Это означает: температурная усадка ПЭВД, наполненного 30% стекловолокна, уменьшается в шесть-семь раз, что хорошо согласуется с данными опыта.

Литература

1. Хорошун Л.П. К теории изотропного деформирования упругих тел со случайными неоднородностями. - Прикладная механика, 1967, т. 3, вып. 9, с. 12 - 18. 2. Хорошун Л. П. Статистическая теория деформирования однонаправленных волокнистых материалов. - Прикладная механика, 1968, т.4, вып.7, с. 8 - 15. 3. Лифшиц И.М., Розенцвейг Л.Н. К теории упругих свойств поликристаллов. - Журнал экспериментальной и теоретической физики, 1946, т. 16, вып. 11, с. 967-975. 4. Хорошун Л.П. Термоупругие свойства стохастически армированных сред. - Прикладная механика, 1966, т. 2, вып. 9, с. 99-106. 5. Шифрина В.С., Самосатский Н.Н. Полиэтилен. Изд. 3-е, доп. и испр. Л., 1961, с. 176. 6. Брехова В.Д. Исследование коэффициента Пуассона при сжатии некоторых кристаллических полимеров. - "Механика полимеров", 1965, № 4, с. 43 - 46. 7. Зак А.Ф. Физико-химические свойства стеклянного волокна. М., 1962, с. 224.