УДК 532.529

В.М.Собин

МЕТОД РАСЧЕТА КАСАТЕЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ НА ПОВЕРХНОСТИ РАЗДЕЛА ФАЗ ДВУХФАЗНОГО ЗАКРУЧЕННОГО ПОТОКА В КОЛЬЦЕВОМ РЕЖИМЕ ТЕЧЕНИЯ

Для проведения расчетов по гидродинамике и тепломассообмену в двухфазных потоках в кольцевом режиме течения необходимо знать касательные напряжения на поверхности раздела фаз. Величина и характер изменения касательных напряжений на поверхности раздела фаз определяют закономерности течения пленки жидкости, состояние ее поверхности, а в итоге и интенсивность протекания процессов тепло- и массообмена.

Однако касательные напряжения на поверхности раздела фаз не могут быть найдены прямыми методами. В связи с этим они определяются расчетным путем. Насколько известно [1,2], касательные напряжения на поверхности раздела фаз определяются из баланса сил, составленного для газовой фазы. Из баланса сил, составленного для пленки жидкости, находится распределение касательного напряжения по толщине пленки. При этом в большинстве случаев пренебрегается влиянием ускорения в пленке жидкости [1, 2] . В закрученном потоке добавляется уравнение моментов. Таким методом можно получить только средние значения касательного напряжения на некотором участке. В двухфазном закрученном потоке определение касательных напряжений существенно усложняется, поскольку должны быть известны распределения составляющих скорости и статического давления газовой фазы.

Другой путь – определение касательного напряжения на поверхности раздела фаз из баланса сил и моментов, составленного для пленки жидкости. Подобный подход плодотворно используется при определении касательных напряжений на стенке при стекании слоя жидкости [3].

Рассматривается восходящее течение пленки жидкости под действием турбулентного закрученного потока газа в цилиндрической трубе. Тогда уравнения движения пленки жидкости в приближении пограничного слоя и в предположении ее гладкости можно записать в виде [4]

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{du}{dr} = -g - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho r}\frac{\partial (r\tau_1)}{\partial r};$$

$$u\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{v}{r}\frac{\partial (rw)}{\partial r} = \frac{1}{\rho r^2}\frac{\partial (r^2\tau_2)}{\partial r}; \qquad (1)$$

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \rho\frac{w^2}{r}, \quad \frac{\partial (ru)}{\partial x} + \frac{\partial (rv)}{\partial r} = 0.$$

Граничные условия

$$r = R, \quad u = v = w = 0;$$

$$r = R - \delta, \quad u = u_\delta, \quad w = w_\delta, \tau_1 = \tau_{1i}, \tau_2 = \tau_{2i}. \qquad (2)$$

В (1) и (2) u, v, w – осевая, радиальная и тангенциальная составляющие скорости; τ_1, τ_2 – осевая и тангенциальная составляющие касательного напряжения; τ_{1i}, τ_{2i} – значения τ_1 и τ_2 на поверхности раздела фаз; δ – средняя толщина пленки жидкости. Остальные обозначения – общепринятые.

Перейдем обычным путем от уравнений (1) к интегральным соотношениям. В результате получим

$$\frac{d}{dx}\left(\int_{R-\delta}^{R}\rho u^2 r dr\right) = -\int_{R-\delta}^{R}\rho g r dr - \int_{R-\delta}^{R}\frac{\partial p}{\partial x} r dr + \tau_{1i}(R-\delta) - R\tau_{10};$$

$$\frac{d}{dx}\left(\int_{R-\delta}^{R}\rho u w r^2 dr\right) = (R-\delta)^2\tau_{2i} - R^2\tau_{20}. \qquad (4)$$

Здесь τ_{10} и τ_{20} - значения τ_1 и τ_2 на стенке. Считая $\delta \ll R$ и переходя к координате $y=R-r$, из (3) и (4) имеем

$$\frac{d}{dx}\left(\int_0^\delta \rho u^2 dy\right) = -\rho g\,\delta - \int_0^\delta \frac{\partial p}{\partial x}\,dy + \tau_{1i} - \tau_{10}, \qquad (5)$$

$$\frac{d}{dx}\left(\int_0^\delta \rho u w dy\right) = \tau_{2i} - \tau_{20}. \qquad (6)$$

Исключим из (5) слагаемое, содержащее градиент давления, для чего разложим $p(x, y)$ в ряд Тейлора в окрестности поверхности раздела фаз. Ограничиваясь двумя первыми членами ряда, найдем

$$p(x,y) = p(x,\delta) - \rho\,\frac{w_\delta^2}{R}\,(y-\delta). \qquad (7)$$

Вычисляя интеграл и учитывая соотношение

$$-\frac{\partial p(x,\delta)}{\partial x} = 2\,\frac{\tau_{1i}}{R},$$

получим

$$-\int_0^\delta \frac{\partial p}{\partial x}\,dy = 2\,\frac{\tau_{1i}}{R}\,\delta - \rho\,\frac{w_\delta\, w_\delta'}{R}\,\delta^2 - \rho\,\frac{w_\delta^2}{R}\,\delta\delta'. \qquad (8)$$

При ламинарном течении пленки жидкости будем искать профиль скорости u, необходимый для определения левой части (5) и τ_{10}, в виде полинома второй степени с неизвестными коэффициентами. Находя коэффициенты из граничных условий, имеем

$$u = u_\delta\left(\frac{2y}{\delta} - \frac{y^2}{\delta^2}\right) - \frac{\tau_{1i}}{\mu}\left(y - \frac{y^2}{\delta}\right) \text{ [5]}; \qquad (9)$$

$$u_\delta = \frac{3}{2}\,\frac{g}{\delta} + \frac{1}{4}\,\frac{\tau_{1i}}{\mu}\,\delta, \quad g = Q/2\pi R = \int_0^\delta u\,dy; \qquad (10)$$

$$\tau_{10} = \mu\,\frac{du}{dy}\Big|_{y=0} = 3\,\frac{\mu g}{\delta^2} - \frac{\tau_{1i}}{2}. \qquad (11)$$

С учетом (9) левая часть (5) примет вид

$$\rho\frac{d}{dx}\int_0^{\delta} u^2 dy=\rho\left[-\frac{6}{5}\frac{q^2}{\delta^2}\delta'+\frac{1}{20}\frac{q}{\mu}(\tau'_{1i}\delta+\tau_{1i}\delta')+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{120}\frac{1}{\mu^2}(2\tau_{1i}\delta^3\tau'_{1i}+3\tau^2_{1i}\delta^2\delta^1)\right]. \qquad (12)$$

В (12) второе и третье слагаемые в квадратной скобке являются величинами второго порядка малости и ими можно пренебречь. С учетом сказанного и зависимостей (8), (11) и (12) из (5) окончательно находим

$$1{,}2\rho\frac{q^2}{\delta^2}\delta' = -\rho g\delta - \rho\frac{w_\delta w'_\delta}{R}\delta^2 - \frac{w^2_\delta}{R}\delta\delta' -$$

$$-3\frac{\mu g}{\delta^2} + \left(1{,}5+2\frac{\delta}{R}\right)\tau_{1i}. \qquad (13)$$

Скорость w_δ можно выразить через u_δ по соотношению $w_\delta = u_\delta \cdot s$, где s – тангенс угла закрутки потока, составленного с осью трубы.

Аналогичным образом можно преобразовать уравнение (6), считая при этом $s = s(x)$, что вполне допустимо ввиду малости толщины пленки. В результате получается дифференциальное уравнение первого порядка относительно s, которое легко интегрируется.

Таким образом, τ_{10} и s, строго говоря, должны определяться их двух взаимосвязанных уравнений. Однако, чтобы не усложнять определение τ_{1i}, считаем, что s, как и δ, известно из эксперимента. В этом случае для расчета касательных напряжений на поверхности фаз достаточно уравнения (13).

Второе и третье слагаемые в правой части (13) характеризуют поперечный градиент давления в пленке и в большинстве случаев ими можно пренебречь. Если в уравнении (13) дополнительно не учитывать влияние ускорения и силы тяжести в пленке жидкости, то оно преобразуется в простейшее соотношение

$$\tau_{1i} = 2\frac{\mu g}{\delta^2}, \qquad (14)$$

которое справедливо и для осевого двухфазного потока.

Scanned by TapScanner

При турбулентном течении пленки жидкости зададим степенной профиль осевой скорости, что косвенно подтверждается экспериментальными данными [2]:

$$\frac{u}{u_\delta} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{1/7}, \quad u_\delta = \frac{8}{7}\,\frac{q}{\delta}. \tag{15}$$

Касательное напряжение τ_{10} определим по соотношению, аналогичному для течения однофазного потока в пограничном слое, что также не противоречит действительным условиям [2]:

$$\tau_{10} = c_f\,\rho\,\frac{u_\delta^2}{2}, \tag{16}$$

где c_f – коэффициент поверхностного трения в осевом направлении. Коэффициент c_f найдем по выражению, полученному нами для турбулентного пограничного слоя начальных участков труб с закруткой потока на входе

$$c_f = \frac{0{,}594}{\ln^2\left(z_o \frac{x}{x_o}\right)}, \quad z_o = \exp\left[0{,}545\left(\frac{2}{c_{f_o}}\right)^{1/2}\right], \tag{17}$$

в котором c_{f_o} и x_o – значения c_f и x в начальном сечении.

Подставляя (15), (16) в (5), имеем для турбулентной пленки

$$-\frac{64}{63}\,\rho\,\frac{q^2}{\delta^2}\,\delta' = -\rho g\delta - \rho\,\frac{w_\delta w_\delta'}{R}\,\delta^2 - \rho\,\frac{w_\delta^2}{R}\,\delta\delta' -$$

$$-\, c_f\,\rho\,\frac{u_\delta^2}{2} + \left(1 + 2\,\frac{\delta}{R}\right)\tau_{1i}. \tag{18}$$

Принимая допущения, которые были использованы при выводе (14) из (18), находим

$$\tau_{1i} = \frac{32}{49}\,c_f\,\frac{q^2}{\delta^2}. \tag{19}$$

Как показано в [5], зависимость (19) применима и для осевого двухфазного потока при турбулентном течении пленки, но с заменой выражения для c_f соответствующим выражением для осевого потока.

Правомерность использования упрощенных зависимостей (14) и (19) показана в [5, 6]. Из (13) и (18) или (14) и (19) следует существование однозначной функциональной зависимости между касательным напряжением на поверхности раздела фаз и толщиной пленки.

В этой связи необходимо указать на попытки эмпирического отыскания такой функциональной зависимости между коэффициентом трения на границе раздела фаз и безразмерной толщиной пленки жидкости для осевого двухфазного потока [1, 7]. Например, в [1] найдена линейная зависимость между коэффициентом трения и толщиной пленки, что, как видно из (13) и (18) или из (14) и (19), не согласуется с теоретическими выводами. Расчеты, проведенные по найденным зависимостям, показывают, что при таком представлении опытные данные при относительно высоких скоростях газа и небольших плотностях орошений действительно приближенно укладываются на прямую линию, а при небольших скоростях газа и больших плотностях орошений существенно отклоняются от прямой линии.

Ввиду недостаточности данных по касательным напряжениям на поверхности раздела фаз в закрученном потоке более полное сопоставление по найденным зависимостям пока не представляется возможным.

Литература

1. Уоллис Г. Одномерные двухфазные течения. - М.,
1972. 2.Хьюитт Дж., Холл-Тейлор Н. Кольцевые двух-
фазные течения/Под ред. С.С.Кутателадзе.-Новосибирск, 1973.
4. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая
гидромеханика, - М., 1963, ч.2. 5. Собин В.М. Об авто-
модельном течении пленки жидкости под действием турбулент-
ного потока газа. - Изв. АН БССР. Сер. физ.-энерг. наук,
1978, №2, с.118. 6. Собин В.М., Новосельская Л. В.,
Ершов А.И. Восходящее течение тонкой пленки жидкости под
действием закрученного потока газа в коротких трубах. - В
сб.: Общая и прикладная химия. Минск, 1974, вып. 6, с. 162.
7. Charvonia D.A. A study of the mean thich-
ness of the filue and the characteristics of the
interfacial surface in annular two- phase flow in the
vertical pipe.1959, - Set Propulsion Center Re -
port N1 - 59-1. 1959.