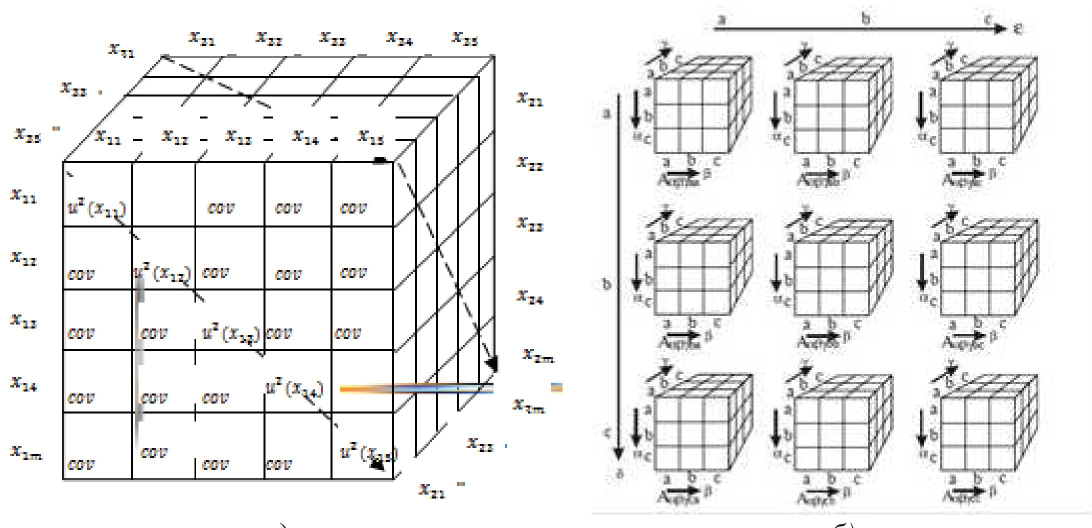
УДК 535.67

Е.Н. Савкова, доц., канд. техн. наук;
М.А. Гундина, доц., канд. физ.-мат. наук (БНТУ, г. Минск)

ТЕНЗОРНО-ФРАКТАЛЬНОЕ ОПИСАНИЕ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ЦВЕТА ЦИФРОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Измерение цвета объектов по цифровым изображениям заключается в определении координат цвета и цветности в выбранном цветовом пространстве (XYZ, CIE*La*b**, CIE*Lu*v**, YIQ, YCbCr, CIECAM16, ITU-TH.273, ITU-TH.265, SDTV и др.) при обеспечении условий метрологической прослеживаемости. Неопределенность измерения, обусловленная бесконечным множеством реализаций объектов в виде цифровых изображений и неизбежными потерями данных, представляет собой геометрическое место точек в цветовом пространстве и описывается произвольным числом входных и выходных величин. В этой связи эффективна разработанная валидационная модель информационно-измерительного канала: цифровое изображение является результатом свертки гамутов элементов «осветитель» X_1, «освещаемая поверхность» X_2, «регистрирующее устройство» X_3, «программное обеспечение» X_4 и «устройство отображения» X_5 и информационной моделью любого из них при условии, что все остальные элементы валидированы (верифицированы). Данная модель сводится к феномену ковариационного гиперкуба, показанного на рисунке 1*а*.



а) *б*)

Рисунок 1 – Феномен ковариационного гиперкуба:
***а* – триадное представление;**
б – разложение гиперкуба на составляющие

Выходной параметр Y_k определен набором координат цветности в аппаратно независимом пространстве:

$$Y_k = A\begin{pmatrix} r \\ g \\ b \end{pmatrix}, \tag{1}$$

где A – матрица перехода в координаты цветности аппаратно независимого пространства; r, g, b – координаты цветности в пространстве *RGB*.

Каждый элемент информационно-измерительного канала представлен множеством из W переменных, характеризующих многовариантные состояния системы (рисунок *2б*), реализации которой отображаются в виде набора ковариационных матриц:

$$u_{1ij} = \begin{cases} u^2(x_{1j}) & i = j \\ u(x_{1i}, x_{1j}) & i \neq j \end{cases}, \tag{2}$$

Переход к ортогональным матрицам высоких размерностей осуществляется посредством структурного цветового тензора ***G***, для цветового пространства *RGB* имеющего вид [1]:

$$G = \begin{pmatrix} \overline{R_x^2 + G_x^2 + B_x^2} & \overline{R_x R_y + G_x G_y + B_x B_y} \\ \overline{R_x R_y + G_x G_y + B_x B_y} & \overline{R_y^2 + G_y^2 + B_y^2} \end{pmatrix} \tag{3}$$

Тензор позволяет осуществлять «прошивку» цветового пространства, соединяя элементы и состояния системы с соответствующими реализациями. Так, если цветовой тензор описывает двумерную структуру в определенной точке изображения, то для него можно определить его собственное значение по формуле (верхний индекс T обозначает операцию транспонирования) [2]:

$$\lambda_1 = 0{,}5(\overline{f_x^T f_x}\ \overline{f_y^T f_y} + \sqrt{(\overline{f_x^T f_x} - \overline{f_y^T f_y})^2 + (2\overline{f_x^T f_y})^2}\,) \tag{4}$$

Тогда тензоры, выходящие из нулевой точки и пересекающие плоскость локуса цветового пространства XYZ, могут быть объединены в семейства векторов $X^k{}_0Y^k{}_0Z^k$, $X^k{}_jY^k{}_jZ^k$, $X^h{}_jY^h{}_jZ^h{}_{j,}$, $X^k{}_qY^k{}_qZ^k{}_q$, $X^h{}_qY^h{}_qZ^h{}_q$, формирующих направленные поля [1], удовлетворяющие выражениям для расчета координат цветности на цветовом локусе.

Связывание реперных точек цветового пространства, обладающих подобными свойствами (например, лежащих на векторах, выходящих начала координат; или соответствующих одной интенсивности, цветности и т. д.) предлагается осуществлять с помощью неориентированных графов. Вершины графов соответствуют точкам координатами цвета (X, Y, Z) пространства, таким, что $X \in [0; P], Y \in [0; R], Z \in [0; S]$, а ребра графа – связям между точками, равным номинальным ступеням квантования в выбранном направлении.

Пусть x, y – координаты точки в цветовом пространстве. Тогда для $i=1\ldots W$, $j=1\ldots H$ каждой паре (x, y) можно поставить точку в пятимерном пространстве [3]:

$$G = (V. E, Z, T, L) \tag{5}$$

где V – множество вершин графа; E – множество ребер графа; Z – глубина цвета; T – время экспозиции; L – количество слоев изображения.

Фрактальный подход, рассматриваемый в [4] как «модель, состоящая из совокупности непересекающихся слоев, и их отображений в информационном пространстве», использован авторами при описании неопределенности в программно-аппаратных средах, поскольку позволяет отображать переходы между уровнями (множествами состояний) «пиксель» - «область пикселей» - «элемент информационно-измерительного канала» - «информационно-измерительный канал» - «параметр элемента канала» и т.д. При этом каждый уровень характеризуется дисперсией, достоверностью и метрологической прослеживаемостью. Рассмотрим граф $\boldsymbol{G}$, у которого V – множество вершин, E – множество ребер, $v_i \in V(G)$ – i-тая вершина ($i=1\ldots W$), $e_{kl} = v_k, v_l$, где $v_k, v_l \in V(G)$ – ребро, соединяющее вершины с индексами k, l. Обозначим через M_n – конечный n-вершинный граф с множеством вершин v_1, v_2, …, v_w. Известно, что неориентированный граф $\boldsymbol{G}$ с n вершинами связен, если имеет больше, чем $0{,}5(W\text{-}1)(W\text{-}2)k$ ребер. Пусть $W = 5$, $W = 8$. Обозначим следующий граф как M_5. Такой граф называют затравкой [5] (это необходимо для введения понятия фрактал для графа). Рассмотрим процедуру расщепления вершин графа. Пусть при q=1 графу соответствует M_5. Далее на каждом следующем этапе каждой вершине полученного на предыдущем шаге графа вновь ставим в соответствие затравку. На этапе $q = Q$ получим граф, который называют предфрактальным (n, Q) – графом. Процесс порождения предфрактального графа является процессом построения последовательности предфрактальных графов, называемый траекторией. В системе Wolfram Mathematica он может быть построен с помощью команды Graph[graph,VertexSize- > Medium, VertexStyle- > Green], где входной параметр *graph* – это граф, построенный на предыдущем этапе. Операции комплексирования (движение «вверх») и разложения (движение «вниз») можно определить через фрактальную размерность n-мерного множества самоподобных объектов:

$$D = -\lim_{\varepsilon \to 0} \frac{\ln(N_\varepsilon)}{\ln(\varepsilon)}, \tag{6}$$

N_ε – минимальное число n-мерных шаров (значений величины) радиуса ε (равного расширенной неопределенности), необходимых для покрытия множества [6].

Заключение.

Фрактальный граф определяет граф с бесконечной траекторией. Заметим, что все ребра сохраняются и называются старыми ребрами по отношению к ребрам, появившимся при построении графа на данном этапе. Тензорно-фрактальное описание неопределенности цвета цифровых изображений позволяет фиксировать состояния информационно-измерительной системы, увязывая их с реализациями в виде цифровых изображений, и осуществлять оптимизацию состояний по критерию минимума неопределенности в дискретных системах с произвольным числом входных и выходных величин на основе нисходящего и восходящего подходов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ложкин, Л. Д. Преобразование цветового пространства МКО в строго равноконтрастное на основе тензорного исчисления / Л. Д. Ложкин, А. А. Вороной, А. А. Солдатов // Физика волновых процессов и радиотехнические системы, 2016. – Т. 19, № 4. – С. 50–59.

2. Макаров, Д. Г. Цифровая обработка телевизионных измерительных сигналов / Д. Г. Макаров // Цифровая обработка сигналов, 2007. – № 3. – С. 30–36.

3. Штанчаев, Х. Б. Математическая модель представления изображения в системах распознавания образов / Х. Б. Штанчаев // Мир науки. Научный интернет-журнал. ISSN 2309-4265 Выпуск 2 - 2015 апрель - июнь http://mir-nauki.com/issue-2-2015.html. URL статьи: http://mir-nauki.com/PDF/29TMN215.pdf. (дата доступа: 02.01.2022).

4. Потапов, А. А. Фрактальный конденсатор, дробные операторы и фрактальные импедансы / А. А. Потапов, А. А. Потапов (мл.), В. А. Потапов // Нелинейный мир, 2006, 4(4-5). – С. 172–187.

5. Божокин С. В., Паршин Д. А. Фракталы и мультифракталы. – Москва – Ижевск, 2001. – С. 15-18. – 128 с. – ISBN 5-93972-060-9.

6. Гуляев, Ю. В. Применение теории фракталов, дробных операторов, текстур, эффектов скейлинга и методов нелинейной динамики в синтезе новых информационных технологий для задач радиоэлектроники (в частности, радиолокации) / Ю. В. Гуляев, А. А. Потапов. Радиотехника и электроника, 2019, 64(9):839–854.