УДК 62-52621.923

А.А. Лялько, ст. преп. (БГТУ, г. Минск)

ВСТРОЕННЫЕ ФУНКЦИИ СИСТЕМЫ MATLAB ДЛЯ РАСЧЕТА РЕГУЛЯТОРОВ СОСТОЯНИЯ

Регуляторы состояния контролируют характеристики вектора переменных состояния объекта управления (ОУ), описанного уравнениями в пространстве состояний. При наличии полной информации о векторе состояния (полной обратной связи по состоянию) синтезируется закон управления на основе заданного критерия качества или желаемого характеристического уравнения САУ. Если некоторые переменные состояния невозможно измерить, то используются регуляторы с наблюдателем, восстанавливающие переменные состояния объекта.

Синтез регуляторов состояния основан на использовании модели системы в переменных состояния. Пусть модель переменных состояния имеет вид:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t). \end{aligned} \tag{1}$$

Вход объекта управления является функцией переменных состояния:

$$u(t) = f[x(t)].$$

Это уравнение обычно называют законом управления. При полной обратной связи по состоянию закон управления определяется как:

$$u(t) = -Kx(t) = -K_1 x_1(t) - K_2 x_2 - \ldots - K_n x_n x(t), \tag{2}$$

где K есть вектор постоянных коэффициентов размерности 1×n, где n – порядок ОУ.

В системе MATLAB для расчёта регуляторов состояния могут быть использованы такие встроенные функции как LQR, DLQR, LQRD, ACKER, PLACE.

Группа функций LQR, DLQR, LQRD реализуют метод расчёта, получивший название аналитического конструирования оптимальных регуляторов или линейный квадратичный регулятор.

Функция LQR решает задачу синтеза регулятора состояния для модели ОУ (1) согласно критерию качества следующего вида:

$$\mathrm{J} = \int_0^\infty (x^T Q x + u^T R u)dt \to \min_u ,$$

где Q и R – положительно определенные матрицы, определяющие затраты на управление и качество полученного управления.

Закон управления (2) будет иметь следующий вид:

$$u_0 = -R^{-1} \cdot B^T \cdot Sx$$

Матрица S находится из решения матричного уравнения типа Риккати:

$$SA - SBR^{-1}B^{T}S + Q + A^{T}S = 0$$

Пример расчёта линейный квадратичный регулятора:

W=tf([1.5 15],[30 45 30 1] % Передаточная функция объекта управления

x(1, 1)=1 % Начальные условия

x(2, 1)=2

x(3, 1)=3

sys=ss(W) % Переход в пространство состояний

[A B C D]=ssdata(sys) % Матрицы модели ОУ

[n m]=size(A) % Размерность ОУ

BB=B*ones(1, n)

C1=eye(n, m)

Q=0.5*eye(n)

R=Q

[K S e]=lqr(A, BB, Q, R)

Выходные переменные функции LQR следующие: К- матрица коэффициентов обратных связей оптимального регулятора; S – решение уравнения Риккати; е-полюса системы управления. Функция DLQR предназначена для синтеза оптимального регулятора для дискретной системы. Она рассчитывает матрицу коэффициентов обратных связей, такую, что закон управления u=-kx минимизирует квадратичный критерий качества:

$$J = \min_{u} \sum_{k=0}^{\infty} \{x^{T}(kT)Qx(kT) + u^{T}(kT)R^{-1}u(kT)\}$$

Для дискретной модели

$$x\big((k+1)T\big) = Ax(kT) + Bu(kT)$$

Пример расчёта:

W=tf([1.5 15],[30 45 30 1] % Передаточная функция объекта управления

T=1 % Период квантования

Wd=c2d(W,T) % Переход к дискретной модели ОУ

x(1, 1)=1 % Начальные условия

x(2, 1)=2

x(3, 1)=3

sys=ss(Wd) % Переход в пространство состояний

[A B C D]=ssdata(sys) % Матрицы модели ОУ

[n m]=size(A) % Размерность ОУ

BB=B*ones(1, n)

C1=eye(n, m)

Q=0.5*eye(n)

R=Q

[K S e]=dlqr(A, BB, Q, R)

Функция LQRD предназначена для синтеза оптимального дискретного регулятора для непрерывной системы. Динамические характеристики полученного оптимального регулятора аналогичны динамическим характеристикам непрерывного оптимального регулятора, найденного с помощью функции LQR. Эту функцию целесообразно использовать при построении цифровой реализации обратных связей системы управления после того, как выполнен синтез непрерывного оптимального регулятора. Функция ACKER предназначена для расчёта регулятора состояния на основе желаемого расположения полюсов, которое задаётся вектором p, используя управление вида u=-kx для одномерных систем. В основе этой функции лежит расчётная формула Аккермана. Расчёт выполняется таким образом, что собственные значения матрицы замкнутой системы A-Bk равны элементам вектора p с точностью до порядка следования.

Пример расчёта:

W=tf([1.5 15],[30 45 30 1] % Передаточная функция объекта управления

x(1, 1)=1 % Начальные условия

x(2, 1)=2

x(3, 1)=3

sys=ss(W) % Переход в пространство состояний

[A B C D]=ssdata(sys) % Матрицы модели ОУ

Po=pole(sys); % Полюса объекта управления

Pz=2*Po; %желаемые полюса системы управления, лежащие на комплексной плоскости левеее полюсов объекта управления

k=acker(A,B,Pz); %Расчет коэффициентов регулятора по формуле Аккермана. Функция PLACE также позволяет рассчитать регулятора состояния на основе желаемого расположения полюсов, которое задаётся вектором p, используя управление вида u=-kx для одномерных и многомерных систем. Синтаксис функции аналогичен функции ACKER

ЛИТЕРАТУРА

1. Изерман Р. Цифровые системы управления. М.: Мир, 1984. – 541 с

2. Филлипс Ч., Харбор Р. Системы управления с обратной связью. М.: Лаборатория базовых знаний, 2001. – 616 с

3. Бороденко В. А. Исследование систем управления в среде MATLAB. Павлодар : Кереку, 2011. – 318 с.