**ОСЕВОЕ РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ**

Растяжение и сжатие часто встречаются в элементах конструкций машин и аппаратов химической технологии. Например, трубы в кожухотрубчатом теплообменнике (рис 1.7, б).

Растяжение возникает в тросе любого подъемника (рис. 2.1, а). На сжатие под действием собственного веса при отсутствии ветровой нагрузки работают сооружения башенного типа (рис 2.1, б).

*a*

*a*

*б*

*a*

Рис. 2.1 Примеры реальных объектов работающих на растяжение (сжатие):

а – трос подъемника, б – труба

Тонкий и длинный прямой брус, работающий на растяжение или сжатие, обычно называют стержнем (рис 1.7, а, 2.1, а). Вертикально стоящий брус, предназначенный для восприятия сжимающей нагрузки от вышележащих конструкций, называется колонной или стойкой (рис. 2.1, б).

Тонкостенные сосуды и аппараты подвергаются в процессе работы одновременному растяжению или сжатию по одному или двум направлениям.

Чаще всего растягивающие или сжимающие силы действуют по одной оси (оси стержня), такой вид деформации называется осевым (центральным) растяжением или сжатием.

Осевым растяжением или сжатием называется такой вид деформации бруса, при котором внутренние силы в его поперечных сечениях приводятся к одной равнодействующей силе *N*, направленной вдоль оси бруса (оси *x*). Эта сила, как показывалось выше, называется *продольной или нормальной*, т.к. она перпендикулярна (нормальна) поперечному сечению.

**Определение внутренних усилий.**

Продольную силу *N* определяют методом сечений. Брус рассекают воображаемой плоскостью, перпендикулярной к его оси, мысленно отбрасывают одну из частей, а ее действие на оставшуюся часть заменяют неизвестной силой *N* (рис 2.2).

*F*

*F*

*N*

*x*

Рис. 2.2 Связь внешних и внутренних сил в стержне

После этого составляют единственное уравнение равновесия оставшейся части , из которого определяют значение *N*.

***Правило знаков.*** *Силу N принято считать положительной при растяжении, т.е. когда она направлена от сечения (см рис 2.2). При сжатии, наоборот, продольная сила отрицательна и направлена к сечению.*

Если направление силы *N* неизвестно, то ее условно принимают положительной, полагая, что брус растянут. Знак «минус» при решении уравнения равновесия укажет на ошибочность выбранного направления, и в действительности брус окажется сжатым.

В тех случаях, когда значения продольной силы в различных сечениях бруса неодинаковы, строят эпюру продольных сил, которая представляет собой график изменения силы *N* по длине бруса.

***Эпюра*** *– графическое представление закона изменения внутреннего силового фактора по длине бруса.*

Эпюра необходима для расчета бруса на прочность. Она позволяет быстро находить опасные сечения.

***Опасное сечение*** *– сечение, где внутренний силовой фактор достигает наибольшего абсолютного значения.*

Эпюра строится в пределах *участков*. Метод сечений применяется последовательно на каждом из выделенных участков.

***Участок*** *это отрезок между двумя* ***ключевыми точками****.*

Построение эпюр рассмотрим на примере.

Задан невесомый, защемленный левым концом прямой брус, вдоль оси которого действуют активные силы *F* и 3⋅*F* (рис 2.3, а).

*F*

*F*

*3F*

*A*

*B*

*C*

*1*

*1*

*x1*

*F*

*A*

*x*

*N1*

*x*

*2*

*2*

*x2*

*F*

*A*

*N2*

*x*

*3F*

*B*

*Эпюра N*

*l*

*l*

*2F*

*+*

*−*

*а*

*б*

*в*

*г*

Рис. 2.3 Пример построения эпюры *N* при растяжении (сжатии)

Изображенный на рисунке брус имеет два участка, их границами являются сечения, где приложены внешние силы. Расчет защемленного бруса целесообразно начинать от свободного конца, тогда отпадает необходимость в предварительном определении реакции заделки.

Применяем метод сечений, мысленно рассекаем стержень по сечению 1–1 на расстоянии *x*1 от свободного конца (0 ≤ *x*1 < *l*), отбросим левую часть и рассмотрим условие равновесия правой части (рис. 2.3, б)

, . 2.1

Продольная сила положительная, следовательно, ее первоначальное направление выбрано правильно, и участок работает на растяжение.

Путем аналогичных рассуждений в сечении 2–2 (рис. 2.3, в), на расстоянии *x*2 от правого края (*l* ≤ *x*2 < 2*l*) получим

, . 2.2

Продольная сила отрицательная, следовательно, ее первоначальное направление выбрано неправильно, и участок работает на сжатие.

Для построения эпюры *N* проводят ось абсцисс параллельно оси бруса. Значения нормальных сил откладывают в выбранном масштабе с учетом знаков. Эпюры штрихуют в направлении, перпендикулярном оси бруса, т.е. каждая штриховка дает в принятом масштабе значение *N*. Построенная таким образом эпюра *N* показана на рис. 2.3, г.

Из рассмотрения построенной эпюры видно, что в сечениях, где приложены внешние силы (на границах участков) внутренняя сила меняется скачкообразно, причем размер скачка равен соответствующей внешней силе.

Полученное значение продольной силы справедливо на всем протяжении участка, т.к. в любо его сечении удовлетворяется записанное уравнение равновесия. Следовательно, на участке внутренняя сила имеет постоянное значение.

Необходимо отметить, что аналогичный результат можно получить, если рассматривать левую часть, отбрасывая правую, но при этом необходимо предварительно определять реакцию заделки.

*Сформулируем общие правила построения эпюр внутренних силовых факторов:*

*– разбиваем брус (стержень, балку) на участки нагружения, при этом учитывая, что ключевыми точками могут быть: торцы элемента; точки приложения сосредоточенных нагрузок (внешние силы, моменты; реакции в опорах и заделке); начало и конец распределенной нагрузки (****положение равнодействующей силы от распределенной нагрузки не является ключевой точкой!!!****); изменение геометрического параметра сечения (площадь, момент инерции и др.)*

*– с помощью метода сечений определяем внутренние силовые факторы на каждом участке и закон их изменения (составляя выражения равновесия и выражая искомую неизвестную);*

*– подсчитываем значения внутренних силовых факторов в характерных сечениях;*

*– используя данные расчетов и закон изменения, строим эпюры внутренних силовых факторов.*

**Напряжения в поперечных сечениях при растяжении (сжатии).**

Определим закон изменения напряжений по сечению стержня при растяжении и сжатии. Если на призматический стержень нанести сетку линий, параллельных и перпендикулярных оси стержня (рис. 2.4, а), и приложить к нему растягивающую силу *F*, то можно убедиться, что линии сетки и после деформации остаются взаимно перпендикулярными, кроме малого участка, где приложена сила *F*. Согласно принципу Сен-Венана этот участок невелик, и его можно не учитывать при рассмотрении напряженного состояния элемента конструкции.

*F*

*F*

*F*

*x*

*σx=σ*

*N*

*l*

*Δl*

*a*

*a*

*б*

*a*

*в*

*a*

Рис. 2.4. Экспериментальная проверка гипотезы плоских сечений при растяжении

Все горизонтальные линии переместятся вниз, оставаясь прямыми и горизонтальными (рис. 2.4, б). Это дает возможность считать, что все поперечные сечения стержня, плоские и нормальные к его оси до деформации, останутся такими и после деформации (гипотеза плоских сечений или гипотеза Бернулли). Данное заключение подтверждается и опытным путем.

Такая картина деформации дает основание считать, что в поперечных сечениях стержня действуют только нормальные напряжения, равномерно распределенные по сечению, а касательные напряжения равны нулю (рис. 2.4, в).

Продольная сила *N* является равнодействующей внутренних сил , возникающих на бесконечно малых площадках поперечного сечения, ее можно представить в виде

. 2.3

Поскольку , из формулы получим

, 2.4

где *N* – продольный силовой фактор; *А* – площадь поперечного сечения.

Предложенные формулы справедливы и для сжатия, с той разницей, что сжимающие напряжения считают отрицательными.

*При сжатии длинного тонкого стержня может произойти потеря устойчивости, когда стержень изгибается и изменяет свою первоначальную форму. Следовательно, кроме расчета на прочность при сжатии таких стержней необходимо проводить расчет на устойчивость.*

В тех случаях, когда нормальные напряжения в различных сечениях бруса неодинаковы, строят эпюру нормальных напряжений, которая по аналогии с эпюрой *N* представляет собой график изменения напряжений по длине стержня. При этом следует иметь в виду, что у бруса постоянного сечения эпюры *N* и σ подобны (ординаты отличаются на величину *A*).

Знак нормальных напряжений устанавливается так же, как для продольных сил: при растяжении – «плюс», при сжатии – «минус». Эпюру σ строят после построения эпюры *N*, на тех же участках.

Для стержня переменного сечения (рис. 2.5, а) построим эпюру напряжений σ.

*F*

*2F*

*2A*

*A*

*x*

*F*

*Эпюра N*

*F/A*

*+*

*−*

*−*

*Эпюра σ*

*+*

*−*

*−*

*F*

*F*

*F/A*

*F/2A*

*а*

*б*

*в*

*т.A*

*т. B*

*т. C*

*т. D*

Рис. 2.5. Пример расчета стержня (*а*) и построенные эпюры *N* (*б*) и σ (*б*)

Строим эпюры *N*, как было показано выше (см. рис. 2.3). Разобьём стержень на участки нагружения, начиная от свободного края. Границами участков будут сечения, в которых приложены внешние нагрузки и изменяется площадь поперечного сечения. Для данного стержня три участка, на которых необходимо применять метод сечений.

На участке *AB*: , .

На участке *BC*: , .

На участке *CD*: , .

Построенная эпюра *N* показана на рис. 2.5, б.

Расчет напряжений производится по формуле (2.4) на участках, где определяли внутреннюю продольную силу *N*.

На участке *AB*: .

На участке *BC*: .

На участке *CD*: .

Эпюра напряжений σ строится с соблюдением тех же правил, что и при построении эпюр *N*. Полученная эпюра напряжений для стержня представлена на рис. 2.5, в.

**Продольные деформации при растяжении или сжатии**

Для характеристики интенсивности изменения размеров и формы элемента конструкции при нагружении используют понятие *деформации*.

При осевом растяжении (сжатии) в брусе возникает только *линейная* деформация.

Представим прямой жесткий брус постоянного поперечного сечения *A*, длиной *l*0, жестко защемленный одним концом и нагруженный на другом конце растягивающей силой *F* (рис. 2.6, а). Собственным весом бруса пренебрегаем.

*F*

*x*

*l0*

*Δl*

*l*

*A*

*d0*

*d*

*Δd/2*

*а*

*б*

Рис. 2.6. Линейные деформации стержня:

а – продольные, б – поперечные

Под действием силы *F* стержень удлинится и его абсолютное удлинение составит величину Δ*l* (рис. 2.6, а)

, 2.5

где Δ*l* – абсолютная продольная деформация (абсолютное удлинение), *l* – конечная длина стержня, *l*0 – начальная длина стержня.

Отношение абсолютного удлинения к первоначальной длине называется относительной продольной деформацией:

Относительное удлинение число отвлеченное, выражается в долях единицы, иногда в процентах (значение не ограничено):

 или . 2.6

Формула для определения относительной продольной деформации отражает геометрическую сторону задачи о растяжении (сжатии): при растяжении , , при сжатии – наоборот.

**Закон Гука при растяжении и сжатии**

Эксперименты показывают, что при растяжении длина стержня увеличивается прямо пропорционально нагрузке до определенного предела, а при сжатии – уменьшается.

В упругой стадии работы большинства конструкционных материалов напряжения и деформации связаны зависимостью, которая носит название *закон Гука*

, 2.7

где  – напряжение; *E* – коэффициент пропорциональности между нагрузкой и деформацией;  – относительная деформация стержня.

***Закон Гука*** *– нормальное напряжение прямо пропорционально относительному удлинению или укорочению.*

Коэффициент пропорциональности *E* называется *модулем продольной упругости при растяжении или модулем упругости первого рода* или *модулем Юнга*.

***Модуль Юнга*** *этот упругая характеристика материала, определяемая экспериментально – характеризует способность материала упруго сопротивляется деформированию.*

Модуль *E* – физическая константа (постоянная), характеризующая жесткость материала. Чем больше *E*, тем меньше деформируется материал при одном и том же напряжении.

Модуль упругости и напряжение выражаются в одинаковых единицах (Па, ГПа).

Нормативные значения модуля продольной упругости для наиболее распространённых материалов представлены в табл. 2.1.

Таблица 2.1.

Значения модуля продольной упругости и коэффициента Пуассона

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Материал | Модуль Юнга, ГПа | Коэффициент Пуассона |
| Сталь | 190–220 | 0,25–0,33 |
| Чугун | 75–160 | 0,23–0,27 |
| Сплав алюминия | 69–71 | 0,32-0,36 |

Формула (2.7) представляет собой математическое выражение закона Гука при растяжении (сжатии), установленное экспериментальным путем и описывающего свойства материала.

Для практических расчетов более удобна формула, которая получается после подставления выражений  и  в исходную формулу и выражения из последней абсолютного удлинения (укорочения):

. 2.8

Произведение  называется *жесткостью сечения* при растяжении и характеризует одновременно физико-механические свойства материала и геометрические размеры поперечного сечения бруса.

Отношение  называется *жесткостью бруса* при растяжении или сжатии.

Зависимость (2.8) описывает свойства не материала, а бруса, и ее следует рассматривать как *закон Гука для конструкции*. Данная формула позволяет определять изменение длины бруса (или его отдельного участка) постоянного сечения, если известны геометрические размеры (*l*, *A*) и материал, из которого выполнен брус (*E*), а продольная сила постоянна.

В общем случае, когда *N* и (или) *A* на отдельных участках бруса различаются, то вычисление  производят в пределах каждого участка, а затем полученные результаты алгебраически суммируются:

, 2.9

где  – абсолютная деформация на отдельных участках,  – длина участка, для которого  и  являются постоянными.

Вследствие деформации поперечные сечения бруса *перемещаются* в продольном направлении. Перемещение является следствием деформации, но эти два понятия необходимо четко разграничивать.

Итак, *деформация бруса* при растяжении и сжатии характеризуется абсолютным и относительным удлинением или укорочением.

*Перемещение* – это новое положение точек элемента конструкции после деформации.

Взаимное перемещение двух сечений равно изменению длины части бруса, заключенной между этими сечениями.

Для нормальной эксплуатации конструкции деформации отдельных элементов должны быть, как правило, упругими, а вызванные ими перемещения не должны превышать по величине определенных допускаемых значений.

**Поперечные деформации при растяжении и сжатии**

Опыт показывает, что при растяжении поперечные сечения бруса уменьшаются, а при сжатии – увеличиваются. Это характерно для растяжения и сжатия всех материалов.

Рассмотрим деформации, которые возникают в поперечных сечениях стержня при его растяжении (рис. 2.6, б).

По аналогии с продольной деформацией поперечная деформация  выражается отношением

, 2.10

где  – абсолютное изменение поперечных размеров бруса, *d*0 – начальный диаметр стержня, *d* – конечный диаметр стержня.

Поперечная деформация изотропного материала по всем направлениям одинакова. При растяжении поперечные деформации отрицательные (сужение), а при сжатии – положительные (расширение).

Относительная поперечная деформация выражается в долях единицы или в процентах (не может быть более 100%).

Отношение величин поперечной и продольной относительной деформации называется *коэффициентом поперечной деформации* или *коэффициентом Пуассона*

. 2.11

Опытным путем установлено, что при одноосном растяжении или сжатии коэффициент Пуассона является для данного материала величиной постоянной. Оно лежит в пределах 0 – 0,5. Для наиболее распространенных материалов μ составляет 0,2–0,3 (см. табл. 2.1).

Коэффициент Пуассона – величина безразмерная, характеризует упругие свойства материала (способность материала к поперечным деформациям) и называется *упругой постоянной*.