

Козулина Н.С., Сныткова Т.А., Василенко А.В., Михайлец М.А., Липшин А.Г., Таран О.П. Разработка азотсодержащего удобрения на основе коры сосны и изучение его эффективности при выращивании пшеницы в земледельческой зоне Красноярского края // Журнал Сибирского федерального университета. Химия. – 2020. – Т. 13. – № 4. – С. 578-592.

3. Аристов Ю.И., Гордеева Л.Г., Токарев М.М. Композитные сорбенты «соль в пористой матрице»: синтез, свойства, применение // Рос. акад. наук, Сиб. отд-ние, Ин-т катализа им. Г.К. Борескова. – Новосибирск: Издательство СО РАН. – 2008. – 362 с.

4. Socrates G. Infrared and Raman characteristic group frequencies: Tables and charts // John Wiley – Sons. – 2004. – 347 p.

УДК 004.021

**П.В. Бернацкий, И.А. Алексеев, В.В. Смелов**  
Белорусский государственный технологический университет  
Минск, Беларусь

### **ПЛОТНЫЙ НЕЛИНЕЙНЫЙ РАСКРОЙ ПЛОСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ФОРМЫ: ФОРМАЛЬНОЕ ОПИСАНИЕ**

*Аннотация.* В статье формально описан алгоритм плотного раскроя поверхности произвольной формы на фрагменты заданной формы, предназначенный для применения в массовом производстве. Сформулированы числовые характеристики алгоритма позволяющие оценить его эффективность.

**P.V. Bernacki, I.A. Alekseev, V.V. Smelov**  
Belarusian State Technological University  
Minsk, Belarus

### **DENSE NONLINEAR CUTTING OF A FLAT SURFACE OF ARBITRARY SHAPE: FORMAL DESCRIPTION**

*Abstract.* The article formally describes an algorithm for dense cutting of a surface of arbitrary shape into fragments of a given shape, intended for use in mass production. Numerical characteristics of the algorithm are formulated to evaluate its effectiveness.

**Введение.** Алгоритм плотного нелинейного раскроя плоской поверхности произвольной формы (далее АПР) применяется при раскросе кожи (производство обуви, одежды и мебели), раскросе дерева (производство изделий из дерева) и раскросе металла (металлообработка). Некоторые предприятия Республики Беларусь используют проприетарное зарубежное программное обеспечение, реализующее этот алгоритм, в которое в силу лицензионного соглашения невозможно самостоятельно вносить изменения. Это приводит к тому, что через некоторое время программное обеспечение морально устаревает и перестает устраивать пользователя по ряду показателей. В Республике Беларусь не осуществлялась разработка подобного алгоритма. Предлагаемое далее формальное описание АПР ориентировано на применение его в массовом производстве, в технологическом цикле которого применяется раскрой плоского материала.

АПР относится к классу трудоемких задач (NP-задача) [1], не имеющих общепринятого решения. В общем случае задача не имеет оптимального решения в виду того, что для его вычисления потребуются неоправданно большие вычислительные ресурсы и/или чрезмерное время. Обычно для решения таких задач применяются эвристические алгоритмы, основанные на переборе [2] вариантов раскроя.

**Формальное описание алгоритма.** Рассмотрим множество поверхностей  $P = \{p_i, i = \overline{1, n}\}$ , для которых задан способ вычисления их меры  $\|p_i\|$  (значение в общем случае не совпадает с площадью). Поверхности  $P$  представляют собой простые многоугольники (далее, полигоны). Известно также множество  $L = \{l_j, j = \overline{1, m}\}$  с вычислимыми мерами  $\|l_j\|$ , служащих образцами (лекалами) для раскроя поверхностей  $P$ . Будем далее предполагать, что  $\forall(p, l) | p \in P, l \in L: \|p\| > \|l\|$ .

В результате раскроя поверхности  $p_i$  образуются полигоны подобные  $l \in L$ , которые будем называть деталями. В производстве детали служат для производства изделия (предполагаем, что изделие единственное), которое состоит (включает в себя, применяет) несколько деталей, причем некоторые детали могут входить в изделие несколько раз. Введем множество  $K = \{k_j, j = \overline{1, m}\}$ , каждый элемент  $k_j$  которого является кратностью вхождения детали в изделие.

В общем случае операция раскроя одной и той же поверхности  $p_i$  осуществляется несколько раз. Будем говорить о вариантах (попытках) раскроя  $v_i^t = \langle p_i, L_i^t \rangle$ , где  $t$  – номер варианта,

а  $L_i^t = \{l_{i,r}^t, r = \overline{1, r_i^t}\}$  – множество полигонов  $l_{i,r}^t = \alpha_{i,r}^t(l)$ ,  $l \in L$ , полученных в результате выбора из множества  $L$  лекала  $l$  и аффинного его преобразования  $\alpha_{i,r}^t$ . Будем считать, что  $\|l_{i,r}^t\| = \|l\|$ , а величину  $\|L_i^t\| = \sum_{r=1}^{r_i^t} \|l_{i,r}^t\|$  будем называть мерой множества  $L_i^t$ . Будем также предполагать, что множество  $L_i^t$  обладает свойством полноты, которое означает, что  $\nexists l \in L \|l \cup L_i^t\| \leq p_i$ . Другими словами, мера объединения множества  $L_i^t$  с любым элементом (лекалом) множества  $L$  превышает меру поверхности  $p_i$ .

Ограничим максимальное количество попыток (вариантов) раскрытия величиной  $\bar{t}$  и введем множество  $V_i = \{v_i^t, t = \overline{1, \bar{t}}\}$ ,  $t_i \leq \bar{t}$  вариантов раскрытия. Введем меру эффективности для вариантов раскрытия  $\mu(v_i^t) = \frac{\|L_i^t\|}{\|p_i\|}$  и величину  $\bar{\mu}$ , которую будем называть достаточной эффективностью варианта.

Обозначим процедуру формирования варианта  $v_i^t$ , оператором **gen** и будем записывать:  $v_i^1 = \mathbf{gen}(p_i, L, K)$ ,  $v_i^2 = \mathbf{gen}(p_i, L, K)$ , ...,  $v_i^{t_i} = \mathbf{gen}(p_i, L, K)$ ,  $t_i \leq \bar{t}$ . Аргументами оператора **gen** являются  $p_i \in P$  – поверхность, множество образцов  $L$  и множество  $K$  описывающее кратность образцов. Будем далее предполагать, что при каждом выполнении **gen** случайным образом формируется вариант  $v_i^t$  (оператор не является детерминированным). Другими словами, при каждом выполнении **gen** случайным образом генерируется множество  $L_i^t$ , но при этом обладающее свойством полноты. Кроме того, распределение вероятностей подобрано таким образом, что вероятность выбора образца  $l_j \in L$  при формировании  $L_i^t$  пропорционально величине  $k_j \in K$  – кратности соответствующей детали.

Введем оператор **while** описывающий принцип построения ранее введённого множества вариантов раскрытия  $V_i$ . Запись  $V_i = \mathbf{while}(\mu(\mathbf{gen}(p_i, L, K)) < \bar{\mu}), t \leq \bar{t})$  обозначает цикл выполнения оператора **gen** и два условия, при выполнении которых, цикл генерации вариантов  $v_i^t$  продолжается. Первое условие  $\mu(\mathbf{gen}(p_i, L, K)) < \bar{\mu}$ : эффективность сгенерированного варианта меньше достаточной  $\bar{\mu}$ . Второе условие  $t \leq \bar{t}$ : количество сгенерированных вариантов не превышает максимальное количество попыток раскрытия величиной  $\bar{t}$ .

Если нарушено первое условие, то множество  $V_i$  дополняется вариантом  $v_i^{t_i}$ , эффективность которого  $\mu(v_i^{t_i}) \geq \bar{\mu}$ . Если нарушено

второе условие, то  $V_i$  дополняется вариантом  $v_i^{\bar{t}}$ . В обоих случаях генерация вариантов останавливается.

Построим множество  $\bar{V} = \{\bar{v}_i, i = \overline{1, n}\}$ , содержащее варианты  $\bar{v}_i$  выбранные по одному из множеств  $V_i$  в соответствии со следующим

выражением: 
$$\bar{v}_i = \begin{cases} v_i^{t_i}, t_i < \bar{t} \\ \max_{\mu(v_i^t)} \{v_i^t, t = \overline{1, t_i}\}, t_i = \bar{t} \end{cases} \text{ где } v_i^{t_i} \in V_i, i = \overline{1, n}.$$

Другими словами, элементы  $\bar{v}_i = \langle p_i, \bar{L}_i \rangle$  – это наиболее эффективные варианты (попытки) раскрыя поверхностей  $P$ .

Для множеств  $\bar{V}$  и  $P$  определим меры  $\|\bar{V}\| = \sum_{i=1}^n \|\bar{L}_i\|$  и  $\|P\| = \sum_{i=1}^n \|p_i\|$ , а также эффективность  $\mu(\bar{V}) = \frac{\|\bar{V}\|}{\|P\|}$ .

Сформулируем две характеристики алгоритма плотного нелинейного раскрыя плоской поверхности произвольной формы:  $\mu_{\text{АПР}} = \mu(\bar{V})$  – плотность раскрыя (с повышением плотности раскрыя снижаются производственные издержки),  $T_{\text{АПР}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i$  – среднее количество попыток затраченных на раскрыя 1 поверхности (чем выше среднее количество попыток, тем медленнее работает программное обеспечение, реализующее алгоритм).

### Заключение

1. АПР ориентирован на массовое производство: характеристики алгоритма позволяют адекватно оценить его эффективность только при многократном применении. Характеристики могут быть использованы заказчиком при формулировке требований к алгоритму.

2. Очевидно, что характеристики  $\mu_{\text{АПР}}$  и  $T_{\text{АПР}}$  являются взаимозависимыми, повышение значения одной из них влечет снижение другой.

3. Два параметра алгоритма:  $\bar{\mu}$  (достаточная эффективность варианта) и  $\bar{t}$  (максимальное количество вариантов) могут быть использованы для настройки работы алгоритма.

4. Выполнение процедур, реализующих оператор **gen**, допускает их одновременное (независимое) выполнение, что может существенно улучшить значение характеристики  $T_{\text{АПР}}$ .

### Список использованных источников

1. Т. Кормен, Ч. Лейзерсон, Р. Ривест. Алгоритмы: построение и анализ. М.: МЦМНО: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2004. – 960 с.

2. В. В. Смелов, А. И. Бракович. Комбинаторные алгоритмы оптимизации. – Минск: БГТУ, 2011. – 178 с.