УДК 517.977.1

И.К.Асмыкович, доцент

О ЗАДАЧАХ КАЧЕСТВЕННОЙ ТЕОРИИ УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ ДЕСКРИПТОРНЫХ СИСТЕМ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

The brief analytical review of a modern condition of researches on descriptor systems with delay is given. Statements of the basic problems of the qualitative theory of control for such systems are described, some results are presented, unsolved problems are marked.

Начало исследованию функционально-дифференциальных систем с последействием было положено работами А.Д. Мышкиса, относящимся к системам с запаздывающим аргументом. В дальнейшем последовал "исследовательский взрыв" в этой области и усилиями математиков разных стран новое научное направление было доведено за сравнительно небольшой срок до уровня классической теории. Системы с последействием находят широкое применение в самых разнообразных областях современной науки и техники: в автоматике и телемеханике, в радиолокации, биологии и медицине (процессы размножения и распространения эпидемий), при моделировании регулируемых технологических процессов, связанных с переносом материала и тепла, и многих других.

В достаточно общем виде линейное функционально-дифференциальное уравнение с управлением может быть записано в форме

$$\frac{d}{dt}(D(t)x_t) = A(t)x_t + B(t)u_t, t > t_0, \tag{1}$$

где $D(t), A(t), B(t)$ - линейные ограниченные операторы, действующие из пространств $L_p([-h,o],R^n), Z_p([-h,o],R^n), Z_p([-h,o],R^r)$ соответственно в пространство $R^n, t > t_0$. При этом обычно предполагается, что оператор $D(t)$ не вырожден и поэтому система (1) может быть разрешена относительно производной.

В физически реальных переменных технологические процессы и системы автоматического управления более адекватно описываются дескрипторными системами, т. е. системами вида (1), когда $D(t)$ вырожден. Их теория является новым разделом качественной теории управления, поэтому в ней еще не установилась даже единая терминология. Такие системы называют либо вырожденными, либо сингулярными, либо системами, неразрешенными относительно производной, либо системами с обобщенным пространством состояний, либо дескрипторными, причем последнее название превалирует. По нашему мнению, это название наиболее точно отражает специфику таких систем. Теория обыкновенных дескрипторных систем, т. е. систем без запаздывания вида (1), разработана достаточно полно [1, 9, 10, 14, 53, 56]. В случае регулярных систем подробно изучены вопросы существования и единственности решения для непрерывных и дискретных систем, поставлены и решены различные задачи управляемости и наблюдаемости, подробно исследованы возможности изменения качественных характеристик дескрипторных систем с помощью линейной обратной связи по выходу и с помощью регуляторов, содержащих производные.

Дескрипторные системы с запаздыванием представлены в научной периодике значительно слабее. Одной из первых работ в этом направлении является статья [35], в которой для общих дифференциальных систем, куда, как частный случай, вкладываются и дескрипторные системы с запаздыванием, получены достаточные условия возможности управления отдельными модами системы. Первое исследование существования и единственности решения дескрипторной системы с запаздыванием провел Campbell S.L. в статье [50]. Он ввел понятие совместимых начальных условий и получил достаточные условия существования решения. В работе [55] получено представление решения дескрипторной системы с запаздыванием через обратную матрицу Дрэзина [52], описан класс совместимых начальных условий и показано, как, используя линейную обратную связь по состоянию, можно обеспечить единственность и непрерывность решения.

Подробное исследование существования и единственности решения как непрерывных, так и дискретных систем с запаздыванием, а также представления решения в различных формах и решения некоторых задач управляемости проведено в работах В.В.Крахотко [34,37,38], В.В.Игнатенко [31-34], Г.П.Размысловича [37, 38, 42-46]. Приведем некоторые результаты.

Рассмотрим стационарную линейную неоднородную систему с запаздыванием [37].

$$A_0\dot{x}(t) + Ax(t) + A_1x(t-1) = f(t); \tag{2}$$

$$x_0(\cdot) = \{x(t) = \varphi(t), -1 \le t < 0, x(0) = x_0\}, \tag{3}$$

где $x \in R^n, A_0, A, A_1 \in C^{n\times n}, \det A_0 = 0, f(t), \varphi(t)$ - кусочно- непрерывные n-вектор-функции, $x_0 \in R^n$.

Начальное условие (3) назовем допустимым, если система (2) имеет хотя бы одно решение. Если для каждого допустимого начального условия система (2) имеет единственное решение, то такую систему будем называть совместной. Очевидно, что система (2) совместна тогда и только тогда, когда совместна соответствующая ей однородная система

$$A_0\dot{x}(t)+Ax(t)+A_1x(t-1)=0. \qquad (4)$$

Справедливо утверждение:

Теорема 1. Если для параметров системы (2) выполняется равенство

$$A_0(A+mA_1)=(A+mA_1)A_0 \qquad (5)$$

для всех $m, m\in C$, то для любых n - вектора q и кусочно-непрерывной n - вектор-функции $\psi(\tau)$, $-1\le\tau<0$, вектор-функция

$$x(t)=F(t)A_0^DA_0q+\int_{-1}^{0}F(t-\tau-1)A_0^DA_1A_0^DA_0\psi(\tau)d\tau, \qquad (6)$$

где $F(t)$ есть решение уравнения

$$\begin{aligned}&\dot{F}(t)A_0^DA_0F(t)+A_0^DA_1F(t-1)=0,\\&F(0)=E_n, F(t)\equiv 0,\ t<0\end{aligned} \qquad (7)$$

является решением системы (4).

Если к требованию (5) добавить условие

$$Ker\,A_0\cap Ker(A+mA_1)=\varnothing, \qquad (8)$$

то вектор-функция (6) дает общее решение системы (4), причем $\psi(\tau)$ из множества

$$\left\{\psi(\cdot): A_1(E_n-A_0^DA_0)\psi(t)\equiv 0, -1\le t<0\right\}. \qquad (9)$$

Для неоднородной системы (2) имеем:

Теорема 2. При выполнении условий (5), (8) общее решение системы (2) задается формулой.

$$x(t)=F(t)A_0^DA_0q+\int_{-1}^{0}F(t-\tau-1)A_0^DA_1A_0^DA_0\psi(\tau)d\tau+$$

$$+A_0^D\int_0^tF(t-\tau)f(\tau)d\tau+\left(E-A_0^DA_0\right)\sum_{i=1}^{h_0-1}(-1)^iA_0^i\left[(A+e^{-p}A_1)^D\right]^{i+1}f^{(i)}(t),$$

где $F(t)$ определяется из (7), $q\in R^n$, $\psi(\tau)$ - произвольная кусочно-непрерывная n - вектор-функция из множества (9).

Дальнейшие работы Г.П.Размысловича были посвящены вопросам численного решения дескрипторных систем с запаздыванием [43, 46], алгоритмам вычисления передаточной матрицы [53], специальным задачам управляемости для таких систем и их дискретных аналогов [42, 44], численному решению нестационарных систем [46].

Первыми работами по управляемости дескрипторных систем с запаздыванием была работа В.И.Булатова [16]. В его дальнейших работах была подробно изучена проблема регуляризации [53], которая для обыкновенных дескрипторных систем формулируется следующим образом: стационарная система

$$A_0\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$
$$y(t) = Cx(t)$$

называется регуляризуемой обратной связью по выходу $u(t) = Qy(t)$, если замкнутая система $A_0\dot{x}(t) = (A + BQC)x(t)$ является регулярной, т. е. $\det[\lambda A_0 - (A + BQC)] \not\equiv 0$.

Было доказано [22], что критерием регуляризуемости является выполнение двух условий, т. е. существование $\lambda_0 \in C$, для которого

$$rank\,[\,\lambda_0 A_0 - A \,\vdots\, B\,] = n, \quad rank\begin{bmatrix}\lambda_0 A_0 - A \\ C\end{bmatrix} = n.$$

Эти результаты были обобщены [22] на общие дескрипторные системы с запаздыванием вида

$$A_0\dot{x}(t) = Ax(t) + A_1x(t-h) + \int_0^h k(\tau)x(\tau - h)d\tau + Bu(t).$$

Так как среди систем с запаздыванием наиболее простым классом являются системы с конечным спектром, то, естественно, возникает вопрос о существовании таких дескрипторных систем с запаздыванием.

В работе [24] рассмотрена задача о спектральной приводимости системы

$$A_0\dot{x}(t) = Ax(t) + A_1x(t-h) + Bu(t);$$
$$y(t) = Cx(t)$$

с помощью динамического регулятора

$$\sum_{i=0}^{\alpha}\sum_{j=0}^{k} G_{ij}u^{(i)}(t - jh) = \sum_{i=0}^{\beta}\sum_{j=0}^{l} Q_{ij}y^{(i)}(t - jh),$$

т. е. вопрос о существовании чисел α, k, β, l и матриц G_{ij}, Q_{ij} таких, что спектр соответствующей замкнутой системы конечен, т. е. конечно множество корней функции

$$\delta(\lambda) = \det\begin{bmatrix} D(\lambda) & B \\ Q(\lambda) & G(\lambda) \end{bmatrix},$$

где

$$D(\lambda) = \lambda A_0 - A - A_1 \exp(-\lambda h);$$

$$G(\lambda) = \sum_{i=0}^{\alpha} \sum_{j=0}^{k} G_{ij} \lambda^i e^{\lambda jh};$$

$$Q(\lambda) = \sum_{i=0}^{\beta} \sum_{j=0}^{l} Q_{ij} \lambda^i e^{\lambda jh}.$$

Если при замыкании обыкновенных линейных систем использовать обратную связь по производной, что часто используется в инженерных разработках [26, 57], то мы переходим к дескрипторным системам. Применение же такого регулятора в дескрипторных системах иногда позволяет перейти к обыкновенным системам. В работах L. Dai [53] такие системы были названы нормализуемыми. Для нормализуемых дескрипторных систем с запаздыванием в работах Асмыковича И.К. были рассмотрены задачи модального управления [2, 3], апериодического управления [8, 9], расщепимости с помощью линейной обратной связи по выходу [5, 7]. В этих работах получены достаточные условия разрешимости поставленных задач, приведены численные примеры.

На XIII конгрессе ИФАК в г.Сан-Франциско в июне-июле 1996 года большое внимание было уделено дескрипторным системам, в том числе и дескрипторным системам с запаздыванием. В докладе [55] подробно изучены вопросы разрешимости, единственности и представления решений системы

$$Ax(t) = Bx(t) + Cx(t-r) + f(t) \tag{10}$$

с начальным условием

$$x_{t_0} = \psi, \textit{ где } \psi \in ([-r, 0], R^n). \tag{11}$$

Отмечено, что решение такой задачи в [50] требует бесконечной дифференцируемости функции $f(t)$ и выполнения для этих производных специальных условий, которые не являются необходимыми. В указанной работе подробно описаны условия совместимости с помощью преобразования системы (10) к виду

$$\begin{bmatrix} I_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} & B_{14} \\ B_{21} & I_2 & 0 & 0 \\ B_{31} & 0 & 0_3 & 0 \\ B_{41} & 0 & 0 & 0_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_4(t) \end{bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} \\ C_{31} & C_{32} & I_3 & 0 \\ C_{41} & C_{42} & 0 & 0_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t-r) \\ x_2(t-r) \\ x_3(t-r) \\ x_4(t-r) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \\ f_3(t) \\ f_4(t) \end{bmatrix}. \qquad (12)$$

При различных предположениях на соотношения между частями системы (12) изучен вопрос о существовании и несуществовании решения задачи (10), (11), а также о единственности этого решения. Показано, что результаты [49-51] являются частными случаями приведенных рассуждений.

Вопросы стабилизации системы (10) с выходом $y(t) = Dx(t)$ с помощью регулятора

$$u(t) = Ky(t) + Hy(t-r)$$

изучены в докладе [60]. В этом докладе подробно изучены условия устойчивости системы (10) и в терминах псевдообратных матриц доказаны достаточные условия стабилизируемости.

Подробное исследование стабилизации двумерных дескрипторных систем

$$S\dot{x}(t) = Ax(t) + A_1x(t-h) + bu(t), n = 2$$

с помощью регулятора

$$u(t) = q_0'x(t) + q_1'x(t-h)$$

выполнено в работах Борковской И.М. [13, 41]. В них получены в явной форме уравнения стабилизирующих регуляторов, а также рассмотрены случаи, когда необходим интегральный регулятор вида

$$u(t) = \int_{-h}^{0} dQ(s)x(t+s),\ t > 0.$$

Обобщение этих результатов на системы нейтрального типа

$$\dot{x}(t) = A_0 x(t) + A_1 x(t-h) + A_2 \dot{x}(t-h) + bu(t),$$

которые, как было отмечено в [4, 47, 65], могут быть записаны в дескрипторной форме

$$D(e^{-ph}, p)x(t) = A_0 x(t) + A_1 x(t-h) + bu(t),$$

выполнено в работе А.А.Якименко [47]. В этой работе получены достаточные условия существования и дан алгоритм синтеза стабилизирующего линейного разностного регулятора для системы нейтрального типа.

Отметим, что изучение дескрипторных систем с последействием только начинается, поэтому существенными вопросами является проблема естественной постановки задач управляемости и наблюдаемости для таких систем, выяснение двойственной связи между ними и нахождение параметрических критериев разрешимости для разных классов систем. Задачи синтеза для дескрипторных систем с отклоняющимся аргументом , т.е. задачи разработки алгоритмов построения регуляторов, обеспечивающих необходимые изменения качественных характеристик в замкнутой системе, являются основными при реальном изучении систем автоматического управления. При этом важно обеспечить изменения с помощью наиболее простых регуляторов, т.е. решить задачу А.М. Летова о минимальных полях регулирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Асмыкович И.К. Линейная обратная связь в дескрипторных системах /Белорусский техн. ин-т, Минск, 1988. / Рукопись деп. в ВИНИТИ 06.07.88. Деп. № 5453-1388.
2. Asmykovich I.K. Decoupling by linear regulator for time-delay systems // Bulletin of the Polish A.S. Techn. Sci. -V. 37, 1989. - № 1-2. - P.1-6.
3. Асмыкович И.К. Модальное управление в дескрипторных системах с запаздыванием. // Труды БТИ, выпуск 1,- сер.V. Минск 1993.- С.27-34.
4. Асмыкович И.К. Об исследовании управляемых систем с запаздыванием нейтрального типа как дескрипторных систем с параметрами //Тез. докл. Матем. конф. "Еругинские чтения-II" Гродно, 1995.- С.7.
5. Асмыкович И.К. Линейная обратная связь в дескрипторных системах с запаздыванием // Интеллектуальные системы. Труды II Международного симпозиума "ИНТЕЛС'96". Том 1.-Москва, 1996.-С.193-198
6. Асмыкович И.К. О представлении линейных управляемых систем в дескрипторной форме // Тез. докл. Математической конференции "Еругинские чтения-III".-Брест, 1996.-С.40.

7. Асмыкович И.К. О некоторых задачах расщепимости для дескрипторных систем с последействием // VII Белорусская математическая конференция. Тез. докл. Часть 2.-Минск, 1996.-С.157.
8. Асмыкович И.К. Апериодическое управление в дискретных дескрипторных системах с запаздыванием // Труды БГТУ. Выпуск 3. Физико-математические науки.-Минск, 1996.-С.21-27.
9. Асмыкович И.К. Некоторые задачи качественной теории управления для дескрипторных систем // Весцi АН Беларусi. Сер. фiз.-мат.навук.-1996.-№4.-С.115.
10. Асмыкович И.К., Габасов Р., Кириллова Ф.М., Марченко В.М. Задачи управления конечномерными системами // Автоматика и телемеханика. - 1986. - №11. - С.5-29.
11. Asmykovich I.K., Marchenko V.M. To the theory of duality for linear nonstationary descriptor systems //Proc. of Inter. Workshop "Singular solutions and perturbations in control systems (SSPCS-95)".- June 26-30, 1995, Pereslavl-Zalessky, Russia.- P.6-7.
12. Ахундов А.А. Обзор некоторых результатов по теории линейных дифференциальных уравнений, неразрешенных относительно производной // Mathematical control theory / Banach Contr. Publ. Warsaw, 1985. - Vol. 14.- P.7-16.
13. Борковская И.М. Об одном подходе к построению стабилизирующего регулятора для систем с запаздыванием // Материалы V Межгосударственной научной конференции (14-18 мая 1996г.).-Минск,1996.-С.178.
14. Бояринцев Ю.Е. Регулярные и сингулярные системы обыкновенных дифференциальных уравнений. - Новосибирск: Наука, 1980.
15. Бояринцев Ю.Е. Методы решения вырожденных систем обыкновенных дифференциальных уравнений.- Новосибирск, 1988.
16. Булатов В.И. К управляемости систем с запаздыванием, неразрешенных относительно производной // Управление многосвязными системами: Тез. докл. V Всесоюз. совещ., Тбилиси, 1984.- М., 1984.- С.78.
17. Булатов В.И. Об одном свойстве управляемых линейных систем, не разрешенных относительно производной. // Вестн. БГУ. Сер.1 - 1989. №1. - С.63-64.
18. Булатов В.И. К управляемости одного класса систем с запаздыванием. // Вестн. Белорусского ун-та. Сер.1: Физ. Мат. Мех. 1990, № 1.-С.66-67.
19. Булатов В.И. К стабилизации систем управления с запаздыванием, не разрешенных относительно производной.// Республиканские научные чтения по обыкновенным диф. уравнениям. Минск, 1990. С.26-27.

20. Булатов В.И. К стабилизируемости одного класса систем с отклоняющимся аргументом.// Тез. докл. "Моделирование и исследование устойчивости процессов". Ч.I. Киев, 1992.- С.27-28.
22. Булатов В.И. Критерий спектральной приводимости систем с запаздыванием регуляторами по выходу.// Материалы Республиканской научно-методической конференции, посвященной 25-летию ФПМИ. Ч.II. Минск, 1995. - С.89-92.
23. Булатов В.И. К регуляризуемости систем с отклоняющимся аргументом.// Тез. докл. Республиканской научно-технической конференции «Автоматический контроль и управление производственными процессами». Минск, 1995. - С.45.
24. Булатов В.И. К спектральной приводимости линейных дескрипторных систем с запаздыванием // VII Белорусская Математическая конференция. Тез. докл. Часть 2.-Минск,1996-С. 159.
25. Булатов В.И., Калюжная Т.С., Наумович Р.Ф. Управление спектром дифференциальных уравнений // Дифференц. уравнения. - 1974.- Т.10, №11. - С. 1946-1952.
26. Востриков А.С. Управление динамическими объектами: Учеб. пособие. - Новосибирск, 1979.
27. Гайшун И.В., Горячкин В.В. Условия разрешимости в построениии решений некоторых распределенных дискретных систем. Мн.,1986. (Препринт/АН БССР. Ин-т математики; №11(247)).
28. Гайшун И.В., Горячкин В.В. Построение решений одного класса распределенных дискретных систем // Вестн. БГУ. Сер.I. - 1987. - №2. - С.58-60.
29. Дескрипторные системы управления: Библ. указ./ АН БССР. Ин-т математики: Сост.: Габасов Р., Кириллова Ф.М., Асмыкович И.К.- Мн., 1988.
30. Игнатенко В.В. К управляемости дискретных дескрипторных систем с запаздыванием // Конференция математиков Беларуси / Тез. докл. / Часть 4. - Гродно, 1992 - С.126.
31. Игнатенко В.В. К вопросу разрешимости дискретных дескрипторных систем с запаздыванием // Республиканская научно-метод. конференция, посвященная 25-летию ФПМИ. Тез. докл.- Часть 1.- Минск, 1995,- С.95.
32. Игнатенко В.В., Крахотко В.В. К управляемости систем, неразрешенных относительно производной // Краевые задачи. - Пермь, 1986. - С.82-85.

33. Игнатенко В.В., Крахотко В.В. Некоторые вопросы управляемости линейных сингулярных дискретных систем // Актуальные задачи теории динамических систем управления. - Мн., 1989. - С.134-139.
34. Игнатенко В.В., Крахотко В.В. Управляемость линейных дескрипторных систем с запаздыванием// Вестник БГУ. Сер.I. 1993. № 3. - С.70-73.
35. Калюжная Т.С. Управляемость общих дифференциальных систем // Дифференц. уравнения. - 1978. Т.14. №3. -С.451-459.
36. Кантарович Л.В., Макаров В.Л. Дифференциальные и функциональные уравнения, возникающие в моделях экономической динамики // Сиб. мат. журн. - 1970. №5. - С.1046-1069.
37. Крахотко В.В., Размыслович Г.М. Линейные сингулярные системы с запаздыванием // Вестн. БГУ. Сер.I.- 1988. №2. - С.76-77.
38. Крахотко В.В., Размыслович Г.М. Линейные системы с запаздыванием, неразрешенные относительно старшей производной // Актуальные задачи теории динамических систем управления. - Мн.1989.- С.51-59.
39. Курина Г.А. Сингулярные возмущения задач управления с уравнением состояния, не разрешенных относительно производной (Обзор) // Изв. РАН. Техническая кибернетика. - 1992. №4. - С. 20-48.
40. Марченко В.М., Асмыкович И.К., Янович В.И. Исследование качественных характеристик управляемых линейных динамических дескрипторных систем // Тез. докл. 3-й Международный семинар "Негладкие и разрывные задачи управления, оптимизации и их приложения", - Санкт-Петербург, 1995, Ч.1- С.86-88.
41. Marchenko V.M., Borkovskaja I.M., Jakimenko A.A. Linear state-feedback for after-effect systems: stabilization and modal control // Proc. of 13th World Congress of IFAC.-San Francisko, June 30-July 5, 1996.- Vol.D.-P.441-446.
42. Размыслович Г.П. Управляемость линейных дискретных сингулярных систем с запаздыванием // Межгосудар. конф. "Динамические системы: устойчивость, управление, оптимизация".- Минск, 1993.-С.72.
43. Размыслович Г.П. Численные методы решения сингулярных дескрипторных систем с запаздыванием. // Конф. "Автоматизация, контроль и управление производственными процессами" - Минск: БГТУ, 1995.- С.46.
44. Размыслович Г.П. Управляемость каузальных линейных дескрипторных дискретных систем с запаздыванием // Вест. БГУ. Сер.I, №3, 1996.- С.72-74.
45. Размыслович Г.П. Алгоритм вычисления передаточной матрицы для сингулярных систем с запаздыванием //Вест. БГУ. Сер.I, №1, 1996.- С.52-54.

46. Размыслович Г.П. Численное решение нестационарных алгебраическо-дифференциальных систем с запаздыванием // Материалы V Межгосударственной научной конференции (14-18 мая 1996г.).- Минск, 1996.-С.284.
47. Якименко А.А. К вопросу о стабилизации линейных систем нейтрального типа // Материалы V Межгосударственной научной конференции (14-18 мая 1996г.).-Минск,1996.-С.201.
48. Campbell S.L. Nonregular singular dynamic Leontief systems // Econometrica. - V.47, № 3.- 1975.- P.1265-1268.
49. Campbell S.L. Singular systems of differential equations.I.-London: Pitman Publishing Company, 1980.
50. Campbell S.L. Singular systems of differential equations with delays //Applicable analysis.-1980.- Vol.11, № 2.-P.129-136.
51. Campbell S.L. Singular Systems of Differential Equations.II.- London: Pitman Publishing Company, 1982.
52. Campbell S.L.,Meyer C.D., Rose N.J. Application of the Drazin inverse to linear systems of differential equations with singular constant coefficients //SIAM J. on Applied Mathematics.- 1976.- Vol.31, № 3.- P.411-425.
53. Dai L. Singular Control Systems. Lecture Notes in Control and information Sciences, Vol.118.- Berlin, Springer-Verlag, 1989.
54. Kaczorek T. Linear control systems, vol I, vol II Research Studies Press LTD. j. Wiley, New York 1993.
55. Kociecki M. On solutions of singular equations with delays // V Polish-English on "Real-time procese control" Radziejowice, Sept. 8-12, 1986.- Warsaw, 1986.- P.227-235.
56. Lewis F.L. A survey of linear singular systems // J. Circ. Syst. Sign.Proc: Special Issue: Semistate System.- 1986,V.5. - №1.- P.3-36.
57. Lewis F.L. A tutorial on the geometric analysis of linear time-invariant implicit systems // Automatica.- 1992.-28, № 1.- P.119-137.
58. Lewis F.L., Syrmos V.L. A geometric theory for derivative feedback // IEEE Trans. Autom. Contr.- 1991.- 36, № 9.-P.1111- 1116.
59. Li Y., Liu Y. Basic theory of singular systems of linear differential difference equations // Preprints of the 13th World Congress IFAC / San Francisco, USA, 30th June - 5th Jule 1996 / V.D.- - P. 79-84.
60. Liu Y., Xie X. Stabilization using output feedback for linear singular systems with delay // Preprints of the 13th World Congress IFAC / San Francisco, USA, 30th June - 5th Jule 1996 / V.D.- P.73-77.
61. Luenberger D.G. Time invariant descriptor systems // Automatica.- 1978.- Vol.14, №5.- P.473-480.
62. Luenberger D.G. Nonlinear descriptor systems // J. Economic Dynamics and Control.- 1979.- Vol.1, №2.-P.219-242.

63. Luenberger D.G., Arbel A. Singular dynamic Leontief system // Econometrica.- 1977.- Vol.45, № 4.- P.991-995.
64. Pandolfi L. Some mathematical methods in the theory of linear control systems (Italian).-Bologna:Pitagora Editrice XII,1986.
65. Pandolfi L. Generalized control systems, boundary control systems, and delayed control systems // Math. Control Systems.-1990, №3.- P.165-181.
66. Schraft R.D., Wanner M.I. The aircraft cleaning robot Skywash // Industrial Robot. - 1993, V.20. - P.21 - 24.
67. Spong M.W. A semistate approach to feedback stabilization of neutral delay systems // Circ. Systems Sing. Proc.- 1986.- Vol.5, № 1.- P.69-85.
68. Willems J.C. Paradigms and purzles in the theory of dynamical systems // IEEE Tr. Aut. Contr.- 1991, V.36.- №3.- P.259-294.
69. Xu H., Mizukami K. On linear - quadratic optimal regulator for continuous - time descriptor systems // Proc 31st IEEE Conf. Dec. and Control.- 1992. - V.2. - P. 987 - 988.
70. Zou Yan, Yang Chengwu Algorithms for computation of the transfer function matrix for two - dimensional regular and singular general state - space models // Automatica, 1995, V.31, №9,-P. 1311 - 1315.

УДК 517.977.1

А.А.Якименко, ассистент

СТАБИЛИЗАЦИЯ ОДНОЙ ЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ НЕЙТРАЛЬНОГО ТИПА РАЗНОСТНЫМИ РЕГУЛЯТОРАМИ

The algorithm for constructing of stabilizing regulators for a linear neutral type system is given.

Рассмотрим следующую систему:

$$\dot{x}(t) = A_0\, x(t) + A_1\, x(t-h) + A_2\, \dot{x}(t-h) + b\, u(t),\ \ t > 0, \tag{1}$$

где $x(\cdot), b \neq 0 \in \mathbf{R}^2;\ A_i \in \mathbf{R}^{2\times 2}, i = 0,1,2;\ u(\cdot), h \in \mathbf{R}, h > 0$. Не ограничивая общности, можно считать $b = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$. Стабилизирующий регулятор будем искать в классе линейных регуляторов:

$$u(x) = q_{00}' x(t) + \sum_{i=1}^{L} \sum_{j=0}^{M} q_{ij}' x^{(j)}(t - jh), \tag{2}$$

где $q_{ij} \in \mathbf{R}^2, i = 0,1,\ldots,L, j = 1,2,\ldots,M$; $x^{(j)}$- j-я производная вектора $x(t)\,(x^{(0)}(t) \equiv x(t))$, знак (′) означает транспонирование.