

**Апериодическое управление в дискретной модели
Леонтьева многосекторной экономики**

В последние десятилетия в качественной теории управления активно изучаются системы неразрешенные относительно производной [1,2], дискретные аналоги которых имеют вид

$$Sx(t+1) = Ax(t) + Bu(t), x(0) = x_0 \in M.$$

Такие системы в литературе называют либо сингулярными системами, либо вырожденными, либо неясными, либо дескрипторными. Последний термин, происходящий от английского description — описание, встречается наиболее часто и, видимо, хорошо отражает специфику систем.

Одним из классических примеров дискретной дескрипторной системы является модель Леонтьева многосекторной динамической экономики [1,2]. Она записывается в виде

$$x(k) = Ax(k) + B(x(k+1) - x(k)) + d(k),$$

где $x(k)$ — уровень производства секторов экономики в момент k .

Эта продукция делится на три части, соответствующие трем слагаемым в правой части. $Ax(k)$ — это сумма продукции, требуемая как потребление для текущего производства причем матрица A положительно определена. Второе слагаемое есть вклад, требуемый для расширенного воспроизводства, т.е. вклады в фондообразующие отрасли для того, чтобы обеспечить возможность производства $x(k+1)$. Матрица B называется матрицей коэффициентов капитала и, так как не все отрасли являются фондообразующими, то матрица B обязательно вырожденная. Естественно предположить, что вклады передаются с задержками, т.е. имеем дискретную дескрипторную систему с запаздыванием в виде:

$$Sx(t+1) = Ax(t) + A_1x(t-h) + Bu(t), \quad (1)$$

где S, A, A_1 — $n \times n$ постоянные матрицы, B — $n \times r$ постоянная матрица, $\det S = 0$, h — натуральное число. Начальные условия будем предполагать принадлежащими такому множеству, при котором решение данной системы существует и единственно. Такое требование обычно выдвигается при изучении регулярных дескрипторных систем [2].

В докладе для системы (1) рассмотрена задача аperiodического управления [3] т.е. задача о нахождении регулятора вида

$$u(t) = Fx(t+1) + \sum_{j=0}^{\infty} x(t-jh), \quad (2)$$

обеспечивающего в замкнутой системе (1), (2) выполнение тождества

$$x(N+i) = 0, \quad i = 1, 2, \dots$$

Доказано, что если система (1) является строго нормализуемой [4], т.е. существует матрица F , такая что $S - BF$ — единичная матрица, то достаточным условием аperiodического управления для одноходовой системы (1) ($r = 1$, $B = b$) является выполнение тождества

$$\det[b, (A+zA_1)b, \dots, (A+zA_1)^{n-1}b] = \text{const} \neq 0.$$

Для систем со многими входами приведен алгоритм, позволяющий с помощью линейной обратной связи вида (2) приводить поточечно управляемую [4] строго нормализуемую многоходовую систему к системе, обладающей теми же свойствами, но имеющей один вход. Такой метод позволяет получить достаточные условия аperiodического управления системы (1) в общем случае. Эти условия требуют, чтобы определитель матрицы, специальным образом выбранной из матрицы поточечной управляемости с помощью либо метода Бруновского, либо метода Луенбергера [4] был постоянным.

В докладе показано, что полученные результаты справедливы для систем со многими запаздываниями по состоянию, обсужден вопрос о возможных изменениях определения строгой нормализуемости систем для систем со многими запаздываниями по управлению.

Литература

1. Кантарович Л.В., Махаров В.Л. Дифференциальные и функциональные уравнения, возникающие в моделях экономической динамики // Сиб. мат. журн. - 1970, № 5. - с. 1046 — 1069.
2. Dai L. Singular Control Systems. Lecture Notes in Control and Information Sciences, Vol 118. - Berlin, Springer. - 1989.
3. Асмыкович И.К. Аperiodическое управление линейными дискретными системами с запаздыванием // Актуальные задачи теории управления. - Минск, 1989. - с. 19- 26.
4. Асмыкович И.К. Модальное управление в дескрипторных системах с запаздыванием // Труды БТИ, вып. 17- сеп. V, Минск. - с. 35-39

А.В. Ахрамович, БГЭУ

Моделирование в ценообразовании

Исследования конъюнктуры рынка приобретает все возрастающее значение. Основными элементами этого исследования являются: объем производства, как в целом так и отдельных товаров; уровень доходов, в том числе его составное по элементам: денежные, натуральные и другие доходы и их взаимосвязь (удельный вес доходов от приусадебных участков, например). Особое место занимает цена товара, как бы результат взаимодействия всех элементов конъюнктуры рынка.

Изучение уровня цен на товары и моделирование этих процессов находит отражение в разработке теории математических методов (см. В.М.Тарасевич "Экономико-математические методы и моделирование в ценообразовании. Изд. Ленинградского финансово-экономического института 1991г.). В практике же до сих пор не находят применение этих методов.

С 1991г. в центре научно-исследовательской работе студентов при кафедре статистики БГЭУ предпринимаются попытки такого исследования. Результатом явилась статья Портновой И.С. "Анализ факторов определяющих уровень розничных цен" (см. Актуальные проблемы экономики и социального развития Республики Беларусь. Мн. БГЭУ, 1995г.) и другие публикации.

Дальнейшие исследования подтверждают необходимость и сущность такого исследования.

Данные исследования заключаются в отборе существенных фак-