УДК 517.92

Студ. С.А. Адамович, З.С. Строха
Науч. рук. канд. физ.-мат. наук И.Ф. Соловьева
(Кафедра высшей математики, БГТУ)

О ПРИМЕНЕНИИ МНОГОГРАННИКОВ В АРХИТЕКТУРЕ

На плоскости существует бесконечно много правильных многоугольников, а в пространстве – всего пять правильных многогранников.

Рассмотрим правильные пятиугольники, из которых не получится составить мозаику, так как их углы не стыкуются друг с другом, однако, из двенадцати правильных пятиугольников в пространстве можно, например, составить прекрасный многогранник – додекаэдр, имеющий 20 вершин, 30 ребер и 12 граней. Очень красиво выглядит икосаэдр с 12 вершинами, 30 ребрами и 20 гранями.

Многограннику также можно поставить в соответствие плоский граф, который будет иметь то же число ребер Р, то же число вершин В и то же число граней Г: Г-1 – число многоугольников, 1 – внешняя часть плоскости (грань, состоящая из части плоскости, ограничивающей плоскости, ограничивающей граф). Тогда, по индукции при Г=2 получится единственный многоугольник и В=Р, или, что аналогично, Г+В = Р+2. Это соотношение Эйлер вывел еще в XVIII веке, и оно актуально и в наши дни для любых выпуклых многогранников.

Всемирно известный архитектор Антонио Гауди при построении храма Святого Семейства в испанском городе Барселоне использовал многогранники, зная, что у куба и октаэдра двенадцать ребер, у додекаэдра – двенадцать граней, а у икосаэдра – двенадцать вершин. Соотношения всех его архитектурных элементов были представлены делителями числа 12.

Пусть Г=n - число вершин =В, число ребер = Р, и предполагается (по методу индукции), что $n+B_n=P_n+2$, тогда при Г=n+1 рассмотрим (n+1)-ю грань. Когда число граней станет равным n+1, к графу с n гранями добавится некоторое число вершин КиК+1 ребро. Следовательно,

$$Г+B_{n+1}=n+1+B_n+K=(n+B_n)+(K+1)=(P_n+2)+(K+1)=(P_n+K+1)+2=P_{n+1}+2.$$

Эта теорема означает, что соотношение выполняется для любого выпуклого многогранника независимо от формы его граней, углов на гранях и углов между гранями, от длин ребер и т.д.

Формула, которая корректна для бесконечно большого числа разнообразных фигур, не может не привлекать внимание. Подобных формул, справедливых для столь непохожих фигур, практически не существует. Ювелиры при создании шедевров из бриллиантов и драгоценных камней также всегда брали за основу правильные многогранники. В Минске красоту многогранника подтверждает Национальная библиотека, имеющая красивое оригинальное здание в виде *ромбокубооктаэдра* – сложного многогранника из 18 квадратов и 8 треугольников, расположенного на подставке-подиуме.

В окружающем нас мире бесконечное множество изумительно красивых и необычайно сложных фигур, состоящих из многогранников и привлекающих к себе внимание математиков, художников, скульпторов и ювелиров.

УДК 517.91

Студ. Е.А. Мекта
Науч. рук. доц. А.М. Волк
(Кафедра высшей математики, БГТУ)

ЦЕПНАЯ ЛИНИЯ И ГИПЕРБОЛИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

Кривая, которая описывает форму однородной гибкой нерастяжимой тяжелой нити, закрепленной с обоих концов, находящейся под действие силы тяжести в инерциальной систему отсчета, называется цепной линией. Вполне логично предположить, что при описанных выше условиях, цепная линия является плоской кривой. То есть все её точки лежат в одной плоскости.

Примерно в 17 веке Галилео Галилей выдвинул предположение о том, что цепная линия не является параболой. Правда предположение было без доказательств. Впервые строгое решение этой задачи смогли найти Готфрид Лейбниц, Иоганн Бернулли и Христиан Гюйгенс примерно в 1691 году.

Вывод формы цепной линии был получен двумя способами.

1. Центр тяжести цепной линии – самый низкий из всех форм нитей равной длины, соединяющих две опоры, т.е. имеет минимум потенциальной энергии. Основы вариационного вычисления дают уравнение Эйлера-Лагранжа, которое приводит к обыкновенному дифференциальному уравнению второго порядка:

$$y'' \cdot y - \left(y'\right)^2 - 1 = 0, \text{ при начальных условиях } y'(0) = 0. \qquad (1)$$

2. У подвешенной цепочки на каждое отдельное звено действуют три силы: сила тяжести и сила упругих деформаций со стороны двух ближайших соседей. Равновесие достигается в том случае, когда сумма всех трех сил равна нулю. Подвижность цепочки гарантирует, что упругие силы на концах каждого звена лишь растягивают его, то