

УДК 655.26

Сипайло С. В., ассистент; Долгова Т. А., доцент

ФОРМАЛИЗОВАННОЕ ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССА ГЕНЕРИРОВАНИЯ СЕТЧАТЫХ И БОРДЮРНЫХ БЕЛОРУССКИХ ОРНАМЕНТОВ

In article the technique of the formalized description of synthesis of the "infinite" Byelorussian ornaments, based on use of symmetric transformations is characterized. The formalized description of creation of mesh ornaments for the most widespread kinds of symmetry is given. The conclusion about application of results of the done work for realization of synthesis of the Byelorussian ornaments is made.

Автоматизация процесса создания белорусских орнаментов является актуальной задачей в связи с достаточно широким применением орнаментальных узоров при оформлении полиграфической продукции (издательской, упаковочной и специальной). Используемые с этой целью изображения не отличаются большим разнообразием, поскольку процесс создания белорусских орнаментальных узоров достаточно трудоемок. Вместе с тем компьютерная база современных допечатных процессов предоставляет широкие возможности для автоматизации синтеза белорусских орнаментов.

В основу программной реализации синтеза должна быть положена формализация этого процесса, т. е. символическое описание создания орнаментальных узоров на базе какого-либо исходного изобразительного элемента.

Вопросы формализации синтеза орнаментов уже рассматривались в предыдущих работах [1-3], где был предложен способ описания процесса получения розеточных узоров, основанный на использовании симметрических преобразований. В этом случае формализованная запись синтеза простых орнаментальных розеток содержится в символическом виде последовательность преобразований орнаментального элемента, являющихся для формируемого узора или его части симметрическими. При описании генерирования сложных узоров также указывались различные варианты объединения составных элементов.

Помимо симметричных изображений розеточного типа, белорусские орнаменты также представлены так называемыми «бесконечными» узорами [3], т. е. бордюрными и сетчатыми. Указанные орнаменты отличаются от розеточных отсутствием так называемой особенной точки, т. е. точки, не имеющей симметричных эквивалентов. В этом случае любой элемент изображения с точки зрения симметрии имеет свой аналог. Для бордюров неотъемлемым симметрическим преобразованием является параллельный перенос изобразительного элемента в одном направлении, а для сетчатых орнаментов — в двух направлениях.

В целом разработанный ранее подход к формализации процесса получения орнаментальных розеток эффективен и для белорусских орнаментов, относящихся к бордюрному и сетчатому типам. Однако ввиду того, что «бесконечным» узорам свойственна симметрия другого вида, а также из-за необходимости учета дискретности белорусских орнаментальных изображений, систему символьных обозначений в рассматриваемом случае следует модифицировать. Во-первых, необходимо включить не используемые ранее симметрические движения (отражение, скользящее отражение). Кроме того, дискретность изображения требует, чтобы направление параллельного переноса определялось не углом наклона к горизонтали, а путем указания смещения в дискретных элементах по двум осям (т. е. задается количество исходных элементов, определяющих период переноса по горизонтали и вертикали).

Таким образом, синтез орнаментальных изображений бордюрного и сетчатого типов должен вестись путем дублирования базового изобразительного элемента посредством последовательных преобразований, которые входят в группу симметрии создаваемого орнамента или его составной части. При этом в качестве базового элемента целесообразно использовать орнаментальную розетку, которая является периодически повторяющимся фрагментом бордюрного или сетчатого узора. В свою очередь, процесс синтеза базовой розетки основывается на принципах, описанных в предыдущих работах.

В случае получения гетерогенных узоров, состоящих из нескольких периодических подструктур, каждую из них следует синтезировать отдельно с последующим совмещением в одном из двух режимов. При этом нужно однозначно установить расположение составных частей сложной фигуры друг относительно друга. Объединение подструктур может осуществляться путем наложения одного узора на другой либо путем инверсного сложения двух узоров. Последний режим целесообразно ис-

Применяемые условные обозначения

Обозначение	Описание
$a_{i,j,n}$	Параллельный перенос дубликата мотива $n - 1$ раз со смещением i по горизонтали и со смещением j по вертикали
$\tilde{a}_{i,j,x,n}$	Скользящее отражение дубликата мотива $n - 1$ раз со смещением на j позиций вдоль горизонтальной (x) либо вертикальной (y) оси, расположенной ниже или правее центра узора на расстоянии i
$\tilde{a}'_{i,j,x,n}$	Скользящее отражение дубликата мотива $n - 1$ раз со смещением на j позиций вдоль горизонтальной (x) либо вертикальной (y) оси, расположенной ниже или правее края узора на расстоянии i
$b_{i,j}$	Смещение сетчатой или бордюрной составляющей относительно базовой точки на i позиций вправо по горизонтали и на j позиций вниз по вертикали
$m_{i,x}$	Отражение дубликата мотива относительно горизонтальной (x) либо вертикальной (y) линии симметрии, отстоящей от центра фигуры на расстоянии i
$m'_{i,x}$	Отражение дубликата мотива относительно горизонтальной (x) либо вертикальной (y) линии симметрии, отстоящей от нижнего либо правого края фигуры на расстоянии i
\cup	Сложение двух узоров (наложение двух узоров друг на друга)
\cap	Инверсное сложение двух узоров (наложение двух узоров друг на друга с удалением пересекающихся частей)
\rightarrow	Переход к следующей операции над текущим мотивом
M1, M2	Базовые мотивы, используемые для создания сетчатых и бордюрных орнаментов
R (M)	Габаритный размер мотива (Rh, Rv, Rd — по горизонтали, вертикали, диагонали соответственно)

пользовать в случае так называемой антисимметрии [3], когда имеет место периодическое изменение цветов мотива на противоположные. При этом в качестве накладываемого узора будет выступать изображение с периодически повторяющимися черными областями требуемой формы (чаще всего прямоугольной).

Предлагаемые условные обозначения преобразований, требуемых для реализации синтеза сетчатых и бордюрных белорусских орнаментов, а также обозначения параметров узоров (для составления системы ограничений), приведены в таблице. Из таблицы видно, что для решения поставленной задачи достаточно использовать три вида преобразований (параллельный перенос, скользящее отражение и простое отражение), а также два режима наложения узоров.

Разработанная методика формализации процесса получения сетчатых и бордюрных узоров была использована для описания белорусских орнаментов наиболее распространенных видов симметрии.

Так, генерирование орнаментов симметрии вида $(a:a):4\cdot m$ (соответствует обозначениям из [4, 5]) может быть описано следующим образом:

$$M1 \rightarrow a_{i,0,n} \rightarrow a_{0,i,m}, \quad (1)$$

где M1 — размножаемый базовый мотив, представленный розеткой.

В случае антисимметрии формализованная запись синтеза усложняется и принимает следующий вид:

$$[M1 \rightarrow a_{i,0,n} \rightarrow a_{0,i,m}] \cap [M2 \rightarrow \tilde{a}_{i/2,i,x,n} \rightarrow a_{0,i,m/2}],$$

где M2 — сплошной квадрат, чаще всего имеющий размер i (период сетчатого орнамента), т. е. $R(M2) = i$.

Величина периода i может совпадать с габаритными размерами переносимого орнаментального мотива либо быть меньше, т. е. $i \leq R(M1)$.

Для орнамента, изображенного на рисунке (а), $i = R(M1) = 15$. Тогда его синтез характеризуется выражением

$$M1 \rightarrow a_{15,0,3} \rightarrow a_{0,15,2}.$$

Приведенная запись означает, что орнаментальную розетку в виде решетчатого мотива следует продублировать по горизонтали путем двукратного параллельного переноса с периодом 15 дискретных единиц орнамента. После этого нужно создать дубликат образованной цепочки розеток, выполнив ее параллельный перенос по вертикали на 15 единиц.

Получение орнаментов, имеющих симметрию вида $[(a:a):4\cdot m] \cap [(a:a):4\cdot m]$, в общем виде описывается следующим образом:

$$[M1 \rightarrow a_{i,0,n} \rightarrow a_{0,i,m}] \cup [(M2 \rightarrow a_{i,0,n} \rightarrow a_{0,i,m}) \rightarrow b_{i/2,i/2}], \quad (2)$$

где M1 — размножаемый мотив большего размера; M2 — второстепенный «узловой» мотив.

При этом величина периода i может совпадать с габаритными размерами переносимого мотива M1 (при наличии обрамления мотива), а также отличаться: быть меньше (в том числе на

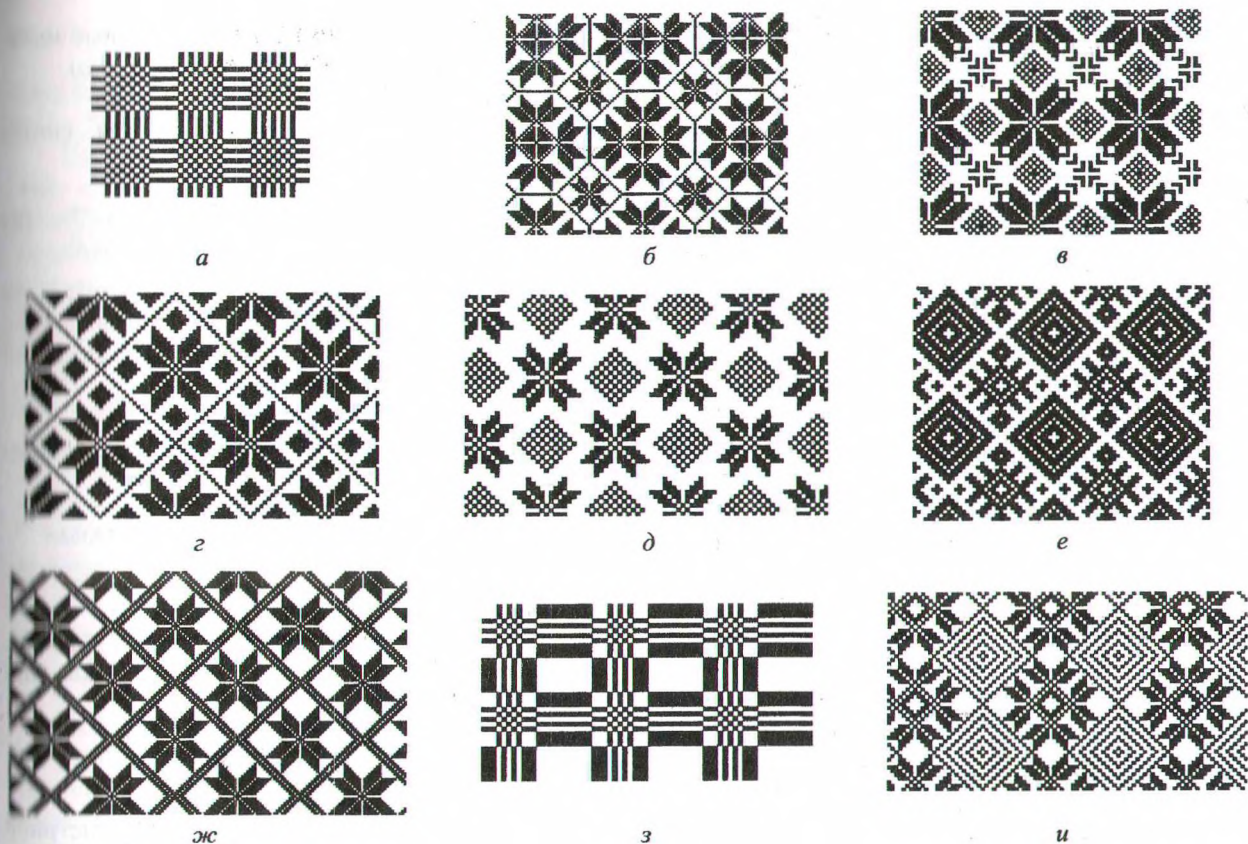


Рисунок. Примеры сетчатых орнаментов

толщину обрамления) либо больше (при отсутствии обрамления).

При наличии сетчатой антисимметрии, двойственной решетчатым узорам, выражение преобразуется к следующему виду:

$$[[M1 \rightarrow a_{i,0,n} \rightarrow a_{0,i,m}] \cup [(M2 \rightarrow a_{i,0,n} \rightarrow a_{0,i,m}) \rightarrow b_{i/2,i/2}] \cap [M3 \rightarrow \bar{a}_{i/2,x,n} \rightarrow a_{0,i,m/2}], \quad (3)$$

где $M3$ — сплошной квадрат, имеющий размер решетчатого мотива $M1$ (период сетки), т. е. $R(M3) = R(M1)$.

Для примера, приведенного на рисунке (б), выражение (2) конкретизируется:

$$[M1 \rightarrow a_{42,0,3} \rightarrow a_{0,42,2}] \cup [(M2 \rightarrow a_{42,0,3} \rightarrow a_{0,42,2}) \rightarrow b_{21,21}].$$

В этом случае $i = R(M1) - 1 = 42$.

Одна из сетчатых структур, входящих в состав орнамента на рисунке (б), образована на основе звездообразной розетки сложной формы $M1$. Синтез начинается с двукратного параллельного переноса дубликата розетки по горизонтали с шагом 42 дискретные единицы. Далее следует однократное дублирование полученного бордюра путем параллельного переноса на 42 единицы по вертикали. Вторая сетчатая структура, где в качестве базовой выступает более простая по форме орнаментальная розетка, создается аналогично с теми же числовыми параметрами.

Для обеспечения нужного взаимного расположения составных частей рассматриваемого орнамента она подлежит смещению на 21 единицу по горизонтали и вертикали перед объединением сетчатых структур.

Гетерогенные орнаменты, характеризующиеся симметрией $[(a:a):4 \cdot m] \cap [(a:a):4 \cdot m] \cap [(a_d:a_d):4 \cdot m]$, могут быть сформированы на основе следующей записи:

$$[M1 \rightarrow a_{i,0,n} \rightarrow a_{0,i,m}] \cup [(M2 \rightarrow a_{i,0,n} \rightarrow a_{0,i,m}) \rightarrow b_{i/2,i/2}] \cup [(M3 \rightarrow \bar{a}_{-i/4,i/2,x,2n} \rightarrow a_{0,i,m}) \rightarrow b_{0,i/2}], \quad (4)$$

где $M1$ — основной мотив (как правило в виде звезды); $M2$ — второстепенный мотив; $M3$ — мотив в углах диагональной сетки.

При отсутствии обрамления орнаментальных розеток, входящих в состав сетчатой композиции, величина периода i больше габаритного размера мотива $M1$ (наибольшего), т. е. $i > R(M1)$. В противном случае i либо меньше $R(M1)$ на толщину обрамления, либо равна $R(M1)$, т. е. $i \leq R(M1)$.

Применительно к рисунку (в) формализованное описание синтеза можно представить так:

$$[M1 \rightarrow a_{28,0,3} \rightarrow a_{0,28,3}] \cup [(M2 \rightarrow a_{28,0,3} \rightarrow a_{0,28,3}) \rightarrow b_{14,14}] \cup [(M3 \rightarrow \bar{a}_{-7,7,x,6} \rightarrow a_{0,28,3}) \rightarrow b_{0,14}].$$

При этом $i = R(M1) + 5 = 28$.

В соответствии с приведенной записью первая из трех частей орнамента образуется путем двукратного параллельного переноса дубликата звездообразной розетки M1 по горизонтали с последующим двукратным переносом дубликата сформированного бордюра по вертикали. Периодичность смещения составляет 28 дискретных единиц. Сетчатая подструктура, включающая розетки M2 в виде стилизованного изображения веток, формируется аналогично (числовые параметры операций трансформирования те же).

После этого она переносится по горизонтали и вертикали на расстояние, равное 14 единицам. Создание третьей подструктуры гетерогенного орнамента отличается от двух предыдущих. На первой стадии розетка M3, состоящая из концентрических квадратов, дублируется 5 раз путем скользящего отражения. При этом линия скользящего отражения ориентирована вдоль горизонтали и расположена выше геометрического центра розетки M3 на 7 единиц. Расстояние переноса при выполнении скользящего отражения также составляет 7 единиц. Далее цепочка из 6 розеточных элементов дважды дублируется по вертикали с периодом 28 путем параллельного переноса. На заключительной стадии образованная сетчатая структура смещается вниз на 14 единиц.

Синтез орнамента, имеющего симметрию $(a_d:a_d):4\cdot m$, в общем виде описывается выражением

$$M1 \rightarrow \tilde{a}_{i/4, i/2, x, 2n} \rightarrow a_{0, i, m}, \quad (5)$$

где M1 — размножаемый базовый мотив.

В случае антисимметрии, свойственной белорусским орнаментам с таким периодическим повторением составных фрагментов, запись принимает вид

$$[M1 \rightarrow \tilde{a}_{i/4, i/2, x, 2n} \rightarrow a_{0, i, m}] \cap [M2 \rightarrow a_{i, 0, n} \rightarrow a_{0, i, m}], \quad (6)$$

где M2 — квадрат со сплошной заливкой, стоящий на вершине.

При этом $R(M2) = R(M1)$.

В обоих случаях величина i равна или больше размеров дублируемого мотива на несколько дискретных единиц орнамента, т. е. $i \geq R(M1)$.

Для орнамента на рисунке (з) выражение (5) трансформируется к следующему виду:

$$M1 \rightarrow \tilde{a}_{10, 20, x, 6} \rightarrow a_{0, 40, 2}.$$

Для данного примера $i = R(M1) - 1 = 40$.

Формирование белорусских орнаментальных узоров, симметрия которых выражается символами $[(a_d:a_d):4\cdot m] \cap [(a_d:a_d):4\cdot m]$, может быть реализовано по следующей записи:

$$[M1 \rightarrow \tilde{a}_{i/4, i/2, x, 2n} \rightarrow a_{0, i, m}] \cup [M2 \rightarrow \tilde{a}_{i/4, i/2, x, 2n} \rightarrow a_{0, i, m} \rightarrow b_{i/2, 0}], \quad (7)$$

где M1 и M2 — дублируемые розеточные мотивы (основной и «узловой» соответственно).

При этом $i \geq 2R(M1)$.

Когда имеет место антисимметрия, синтез орнаментов описывается выражением

$$[[M1 \rightarrow \tilde{a}_{i/4, i/2, x, 2n} \rightarrow a_{0, i, m}] \cap [M2 \rightarrow a_{i, 0, n} \rightarrow a_{0, i, n}]] \cup [(M3 \rightarrow \tilde{a}_{i/4, i/2, x, 2n} \rightarrow a_{0, i, m}) \rightarrow b_{i/2, 0}], \quad (8)$$

где M1 — основной мотив; M2 — квадрат со сплошной заливкой, стоящий на вершине; M3 — узловой мотив, образующий сетчатый рисунок.

В этом случае $R(M2) = R(M1)$.

Применительно к рисунку (д) запись синтеза (7) конкретизируется:

$$[M1 \rightarrow \tilde{a}_{7, 5, 15, x, 4} \rightarrow a_{0, 30, 2}] \cup [(M2 \rightarrow \tilde{a}_{7, 5, 15, x, 4} \rightarrow a_{0, 30, 2}) \rightarrow b_{15, 0}].$$

При этом $i = 2 \cdot R(M1) = 30$.

Получение сетчатых орнаментов с симметрией $[(a:a):2\cdot m] \cap [(a:a):4\cdot m]$ описывается следующим выражением:

$$[M1 \rightarrow a_{i, 0, n} \rightarrow a_{0, i, m}] \cup [(M2 \rightarrow a_{i, 0, n} \rightarrow a_{0, i, m}) \rightarrow b_{i/2, i/2}], \quad (9)$$

где M1 — повторяющийся мотив с симметрией $4\cdot m$; M2 — мотив с симметрией $2\cdot m$.

Величина периода i может совпадать с габаритными размерами наибольшего из переносимых мотивов либо быть больше, т. е. $i \geq R(M)$.

Для узора, изображенного на рисунке (е), $i = R(M) + 3 = 28$, исходя из чего, формализованное описание синтеза орнамента (9) принимает вид

$$[M1 \rightarrow a_{28, 0, 3} \rightarrow a_{0, 28, 2}] \cup [(M2 \rightarrow a_{28, 0, 3} \rightarrow a_{0, 28, 2}) \rightarrow b_{14, 14}].$$

Орнаменты с симметрией $(a/a):\{2\cdot m \cap 4\cdot m\}$, содержащие такие симметрические элементы, как оси параллельного переноса, которые пересекаются под непрямым углом, поворотные оси 2-го и 4-го порядков, плоскости симметрии, могут быть сформированы по следующей записи:

$$M1 \rightarrow \tilde{a}_{j/4, i/2, x, 2n} \rightarrow a_{0, j, m}, \quad (10)$$

где M1 — периодически повторяющийся мотив с симметрией $4\cdot m$.

Необходимым условием переноса вдоль осей, неперпендикулярных друг другу, является неравенство периода повторения розетки относительно горизонтали и вертикали, т. е. $i \neq j$. Разница между i и j , как правило, составляет несколько дискретных элементов. Также максимальное из этих двух значений не должно быть меньше габаритного размера дублируемой орнаментальной розетки, что можно записать как $\max(i, j) \geq R(M1)$.

Общее описание синтеза (10) для конкретного орнамента, представленного на рисунке (ж), преобразуется к виду

$$M1 \rightarrow \bar{a}_{11,5,25,x,6} \rightarrow a_{0,46,2},$$

поскольку в рассматриваемом случае $i = R(M1) + 1 = 50$ и $j = i - 4 = 46$.

Приведенная запись означает, что на первой стадии образования сетчатого узора орнаментальная розетка M1 дублируется 5 раз посредством скользящего отражения. В данном случае линия скользящего отражения ориентирована вдоль горизонтали и расположена ниже геометрического центра розетки на 11,5 единицы. Расстояние переноса при выполнении скользящего отражения составляет 25 единиц. Далее дубликат цепочки, образованной из 6 розеточных элементов, переносится по вертикали на 46 единиц.

Формализовать процесс генерирования орнаментов, имеющих симметрию $(b:a):2 \cdot m$, на основе мотива M1 можно следующим образом:

$$M1 \rightarrow a_{i,0,n} \rightarrow a_{0,j,m}. \quad (11)$$

Исходя из разновидности рассматриваемой сетчатой симметрии, обязательным является условие неравенства периодов повторения розеточного узора по горизонтали и вертикали: $i \neq j$ (в количественно различается выражается несколькими дискретными элементами орнамента). Также минимальное из двух значений периодов должно быть меньше габаритного размера дублируемой орнаментальной розетки, т. е. $\min(i, j) < R(M1)$.

Для рисунка (з) запись (11) принимает вид

$$M1 \rightarrow a_{22,0,3} \rightarrow a_{0,18,2}.$$

Для данного примера $j = i - 4$.

Формирование гетерогенного орнамента, включающего две периодические структуры и имеющего симметрию $[(b:a):\{2 \cdot m \cap 4 \cdot m\}] \cap [(b:a):\{2 \cdot m \cap 4 \cdot m\}]$, можно представить выражением

$$[M1 \rightarrow a_{i,0,n} \rightarrow a_{0,j,m}] \cup [(M2 \rightarrow a_{i,0,n} \rightarrow a_{0,j,m}) \rightarrow b_{i/2,j/2}], \quad (12)$$

где M1 и M2 — дублируемые орнаментальные мотивы.

В этом случае $i < j$ (разница — несколько дискретных элементов). Если обрамление розеточного мотива отсутствует, то величина i может отличаться от $R(M)$ на несколько дискретных элементов либо быть равной этому параметру мотива. В противном случае i меньше $R(M)$ на толщину обрамления либо равно $R(M)$, т. е.

$$R(M) - d \leq i \leq R(M),$$

где d — толщина обрамления.

Для рисунка (и) выражение (12) преобразуется к виду

$$[M1 \rightarrow a_{36,0,3} \rightarrow a_{0,26,2}] \cup [(M2 \rightarrow a_{36,0,3} \rightarrow a_{0,26,2}) \rightarrow b_{18,13}].$$

В этом случае розетка сложной формы M1 дважды дублируется по горизонтали путем параллельного переноса с шагом 36 дискретных единиц. Дубликат полученного бордюра смещается вниз на 26 единиц. Вторая составляющая сетчатого гетерогенного орнамента формируется аналогичным образом с теми же числовыми параметрами на основе розетки из концентрических квадратов. На завершающей стадии сетчатая подструктура переносится на 18 единиц по горизонтали и 13 единиц по вертикали.

Таким образом, проделанная работа позволила полно и вместе с тем компактно представить в символьном виде генерирование белорусских орнаментальных узоров «бесконечного» типа. Разработанная методика формализации процесса создания белорусских орнаментов является важным шагом в решении задачи автоматизированного проектирования орнаментальных изображений, позволяя приступить к программной реализации синтеза узоров со сложной симметрией.

Литература

1. Сипайло С. В. Разработка принципа синтеза белорусских орнаментов // Издательско-полиграфический комплекс на пороге третьего тысячелетия: Материалы Междунар. науч.-техн. конф. / БГТУ. — Мн., 2001. — С. 133—138.
2. Сипайло С. В. Долгова Т. А. Анализ подходов к синтезу цифровых изображений белорусских орнаментов // Технология і техника друкарства: Збірник наукових праць. — 2003. — Вып. 2. — С. 147—153.
3. Долгова Т. А., Сипайло С. В. Автоматизированное проектирование белорусских орнаментов на основе теории групп // Труды БГТУ. Сер. VI. Физико-математические науки и информатика. — 2005. — Вып. XIII. — С. 27—29.
4. Шубников А. В., Копчик В. А. Симметрия в науке и искусстве. — М.: Наука, 1972. — 340 с.
5. Сипайло С. В., Долгова Т. А. Применение теории групп для описания симметрии белорусских орнаментов // Труды БГТУ. Сер. IX. Издат. дело и полиграфия. — 2003. — Вып. XI. — С. 49—55.