УДК 621.311

Д. С. Карпович, кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой (БГТУ);
М. Ю. Подобед, аспирант (БГТУ)

РЕАЛИЗАЦИЯ АЛГОРИТМА ВЫЧИСЛЕНИЯ КООРДИНАТ ОБЪЕКТА ПО ПОКАЗАНИЯМ СИСТЕМЫ НАВИГАЦИИ ПРЯМОЙ ВИДИМОСТИ

В статье рассмотрены проблемы реализации алгоритма вычисления координат объекта по показаниям радиосистемы ближней навигации. Задача, подлежащая решению на борту, состоит в том, чтобы по известным измерениям $s_r(t)$, $A_r(t)$ и $h(t)$ и по заранее заданным координатам B_r, L_r, h_r местоположения маяка вычислить текущие геодезические координаты $B(t)$, $L(t)$ объекта.

The problems of implementing the algorithm to calculate the coordinates of the object near the testimony of radio navigation. The problem to be solved on the board, is that the known dimensions $s_r(t)$, $A_r(t)$ and $h(t)$ and along the given coordinates B_r, L_r, h_r to calculate the current location of the beacon geodetic coordinates of $B(t)$, $L(t)$ by object.

Введение. Навигационное оборудование современного подвижного комплекса – это сложный измерительно-информационный аппарат, предназначенный для снабжения систем управления данными, необходимыми для движения аппарата по заданному маршруту. Комплекс включает в себя измерительные устройства (датчики) и вычислительную систему, используемую для обработки, поступающей от измерителей информации и выдачи ее в требуемой форме внешним потребителям. При необходимости вычислительная система обеспечивает и обратную передачу уже обработанной информации к первичным датчикам для улучшения их работы [1, с. 3].

Разнообразие применяемого оборудования является причиной того, что при разработке навигационного комплекса и создании его алгоритмического обеспечения приходится пользоваться достижениями различных областей науки и техники. К ним прежде всего следует отнести: теорию гироскопических устройств, теорию радионавигации и теорию фильтрации случайных процессов. И только системный подход позволяет в полном объеме и на одинаковом уровне точности рассматривать вопросы, связанные как с самим построением навигационного комплекса, так и с организацией в нем необходимой обработки информации.

Основная часть. Радиосистема ближней навигации (РСБН) позволяет в зоне прямой видимости маяка измерять два навигационных параметра: прямолинейное расстояние $s_r(t)$ между объектом и радиомаяком и обратный азимут $A_r(t)$ (азимут от маяка на объект). Значения $s_r(t)$ и $A_r(t)$, измеряемые с помощью РСНБ, не позволяют однозначно определить положение объекта в трехмерном пространстве. Поэтому мы будем предполагать, что на борту объекта с величинами $s_r(t)$ и $A_r(t)$ известна и высота $h(t)$ его нахождения. Измерение этого параметра может обеспечиваться с помощью уровнемера.

Задача, подлежащая решению на борту, состоит в том, чтобы по известным измерениям $s_r(t)$, $A_r(t)$ и $h(t)$ и по заранее заданным координатам (B_r, L_r, h_r) местоположения маяка вычислить текущие геодезические координаты $B(t)$, $L(t)$ объекта. Сформулированную задачу вычисления координат B и L будем называть задачей, противоположной вычислению показаний s_r и A_r прибора по известным геодезическим координатам (B, L, h) объекта и (B_r, L_r, h_r) маяка. Прямая задача решается с помощью следующей вычислительной процедуры [2, с. 153]:

$$(B, L, h) \to (x, y, z); \quad (1)$$

$$(B_r, L_r, h_r) \to (x_r, y_r, z_r); \quad (2)$$

$$s_r = \left[(x - x_r)^2 + (y - y_r)^2 + (z - z_r)^2 \right]^{\frac{1}{2}}; \quad (3)$$

$$A_r = \operatorname{arctg} \frac{S_E}{S_N} [0; 2\pi]; \quad (4)$$

$$s_N = -(x - x_r)\sin B_r \cos L_r - (y - y_r)\sin B_r \times \times \sin L_r + (z - z_r)\cos B_r; \quad (5)$$

$$s_E = -(x - x_r)\sin L_r + (y - y_r)\cos L_r. \quad (6)$$

Процедура (4) включает в себя вычисления только явных функций, поэтому является точной, что дает возможность применять прямой алгоритм вида (B, L, h, B_r, L_r, h_r) → (s_r, A_r) для определения погрешностей (ΔB, Δl) обратного алгоритма (s_r, A_r, B_r, L_r, h_r) → (B, L), носящего уже итеративный, и в силу этого приближенный, характер.

Прямой алгоритм может быть использован для вычисления выходных сигналов РСБН, необходимых для улучшения первичной обработки сигналов в приемнике РСБН. Кроме того, он может быть использован при моделировании функционирования РСБН в движении с целью имитации ее показаний.

Основная задача, решаемая на борту, состоит в вычислении координат B, L объекта по известным значениям s_r, A_r, h, B_r, L_r, h_r.

При этом нужно рассматривать совместную нелинейную систему (3) и (4) относительно двух неизвестных B и L:

$$\left[\left(x-x_r\right)^2+\left(y-y_r\right)^2+\left(z-z_r\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}-s_r=0; \quad (7)$$

$$\sin A_r s_N-\cos A_r s_E=0. \quad (8)$$

Если к системе уравнений (7), (8) дописать уравнение

$$h\left(x,y,z\right)=h, \quad (9)$$

то объединенную систему из трех уравнений можно рассматривать как новую систему относительно трех неизвестных x, y, z.

Будем предполагать, что первоначальные значения B_0 и L_0 искомых величин B и L нам известны приближенно, а значение высоты h – точно.

В таком случае можно вычислить прямоугольные координаты (x_0, y_0, z_0) соответствующие геодезическим координатам (B_0, L_0, h).

Значения величин x, y, z связаны со значениями x_0, y_0, z_0 соотношениями

$$x=x_0-\Delta x_0;\ \ y=y_0-\Delta y_0;\ \ z=z_0-\Delta z_0; \quad (10)$$

где Δx_0, Δy_0, Δz_0 – погрешности нулевого (первоначального) приближения.

Если величины x, y, z форме (10) подставить в уравнения (7–8) и провести линеаризацию левых частей этих уравнений, то мы получим систему линейных уравнений относительно неизвестных Δx_0, Δy_0, Δz_0:

$$\frac{x_0-x_r}{s_0}\Delta x_0+\frac{y_0-y_r}{s_0}\Delta y_0+$$

$$+\frac{z_0-z_r}{s_0}\Delta z_0=s_0-s_r; \quad (11)$$

$$\left(-\sin L_r\cos A_r+\sin B_r\cos L_r\sin A_r\right)\Delta x_0+$$

$$+\left(\cos L_r\cos A_r+\sin B_r\sin L_r\sin A_r\right)\Delta y_0+$$

$$+\left(-\sin A_r\cos B_r\right)\Delta z_0=$$

$$=\cos A_r s_{E0}-\sin A_r s_{N0}; \quad (12)$$

$$\cos B_0\cos L_0\Delta x_0+\cos B_0\sin L_0\Delta y_0+\sin B_0\Delta z_0=$$

$$=\left(\left(\sqrt{x_0^2+y_0^2}-a\xi_0\cos B_0\right)+\right.$$

$$\left.+\left(z_0-\left(1-e^2\right)a\xi_0\sin B_0\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}-h, \quad (13)$$

где

$$s_0=\left(\left(x_0-x_r\right)^2+\left(y_0-y_r\right)^2+\left(z_0-z_r\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}; \quad (14)$$

$$s_{E0}=\left(x_0-x_r\right)\sin L_r+\left(y_0-y_r\right)\cos L_r; \quad (15)$$

$$s_{N0}=-\left(x_0-x_r\right)\sin B_r\cos L_r+$$

$$+\left(y_0-y_r\right)\sin B_r\sin L_r+\left(x_0-x_r\right)\cos B_r. \quad (16)$$

Уравнение (12) следует из соотношений $s_E = s_{E0} - \Delta s_{E0}$, $s_N = s_{N0} - \Delta s_{N0}$ и линеаризации уравнения (8) около точки (x_0, y_0, z_0).

Уравнение (13) вытекает из линеаризации уравнения $h(x, y, z) = h$ [3, с. 117]. Высоты h_0 и h двух близких точек $M_0(x_0, y_0, z_0)$ и М(x, y, z) связаны с точностью до малых первого порядка (включительно) соотношением

$$h_0=h+\left(i\cos B_0\cos L_0+j\cos B_0\sin L_0+\right.$$

$$\left.+k\sin B_0\right)\left(i\Delta x_0+j\Delta y_0+k\Delta z_0\right), \quad (17)$$

где $i\cos B_0\cos L_0 + j\cos B_0\sin L_0 + k\sin B_0$ – нормаль к эллипсоиде в точке M_0.

Решая систему уравнений (11, 12, 13) относительно неизвестных Δx_0, Δy_0, Δz_0, мы получим поправки к исходным значениям x_0, y_0, z_0. За новые приближенные значения прямоугольных координат могут быть приняты величины $x_1 = x_0 - \Delta x_0$, $y_1 = y_0 - \Delta y_0$, $z_1 = z_0 - \Delta z_0$.

Для проведения следующей итерации необходимо по (11) вычислить B_1, соответствующую точке с координатами (x_1, y_1, z_1). По этой причине после определения (x_1, y_1, z_1) вычисляются L_1 и B_1 с помощью приводимого ниже итеративного процесса:

$$L_1=\operatorname{arctg}\left(\frac{y_1}{x_1}\right),\ [-\pi,\ \pi]; \quad (18)$$

$$\xi_{k-1}=\left(1-e^2\sin^2 B_{1k-1}\right)^{\frac{1}{2}},\ k=1,2,3; \quad (19)$$

$$B_{1k}=\operatorname{arctg}\frac{z_1\left(a\xi_{k-1}+h\right)}{m\left(a\left(1-e^2\right)\xi_{k-1}+h\right)},$$

$$m=\sqrt{x_1^2+y_1^2}. \quad (20)$$

Повторять процесс уточнения прямоугольных координат по алгоритму (12) следует либо фиксированное число итераций, либо до тех пор, пока поправка $\Delta x_i^2 + \Delta y_i^2 + \Delta z_i^2$ (i – номер итерации) не станет меньше заданного значения. В конечном итоге получим прямоугольные x, y, z и геодезические B, L координаты объекта с заранее гарантированной точностью вычислений.

Алгоритм (11–20) вычисления геодезических координат имеет свои достоинства и недостатки. К основному достоинству его следует отнести то, что он одинаково хорошо работает во всех точках местоположения объекта. Это его свойство объясняется тем, что итеративные вычисления точки местоположения объекта происходят в прямоугольной системе координат. К недостаткам алгоритма следует отнести не прямое вычисление координат B и L, а косвенное, осуществляемое через промежуточное вычисление прямоугольных координат x, y, z, что удлиняет расчеты.

Рассмотрим теперь другой алгоритм, который позволяет непосредственно вычислять значения B и L по показаниям РСБН, не обращаясь к промежуточному вычислению прямоугольных координат. Этот алгоритм может обеспечивать любую заранее заданную точность вычислений. В сравнении с предыдущим алгоритмом он является более экономным.

Из геометрии нетрудно получить, что вариации (Δx_0, Δy_0, Δz_0) перемещения точки в прямоугольной системе координат связаны с вариациями (ΔB, ΔL, Δh) в геодезической системе координат соотношениями [1, с. 178]:

$$\Delta x = -Q\sin B\cos L\Delta B - G\cos B\sin L\Delta L + \cos B\cos L\Delta h; \quad (21)$$

$$\Delta y = -Q\sin B\sin L\Delta B - G\cos B\cos L\Delta L + \cos B\sin L\Delta h; \quad (22)$$

$$\Delta z = -Q\cos B\Delta B - \sin B\Delta h. \quad (23)$$

Соотношения (21–23) вытекают из того, что величины $Q\Delta B$, $G\cos B\Delta L$ и Δh представляют собой смещения на север J_2, на восток J_1 и вверх J_3 соответственно. Проектируя их на оси системы координат XYZ, мы получим выражения (21–23).

Выражения (11) и (12) можно преобразовать к виду

$$a_{11}\Delta B_0 + a_{12}\Delta L_0 = b_1; \quad (24)$$

$$a_{21}\Delta B_0 + a_{22}\Delta L_0 = b_2; \quad (25)$$

если в них подставить (Δx_0, Δy_0, Δz_0), соответственно равными

$$\Delta x_0 = -Q_0\sin B_0\cos L_0\Delta B_0 - G_0\cos B_0\sin L_0\Delta L_0; \quad (26)$$

$$\Delta y_0 = -Q_0\sin B_0\sin L_0\Delta B_0 - G_0\cos B_0\cos L_0\Delta L_0; \quad (27)$$

$$\Delta z_0 = -Q_0\cos B_0\Delta B_0. \quad (28)$$

Последние выражения следуют из (21–23), если учесть, что в рассматриваемом случае $\Delta h = 0$.

При указанной подстановке будем иметь

$$a_{11} = \frac{x_0 - x_r}{s_0}Q_0\sin B_0\cos L_0 - \frac{y_0 - y_r}{s_0}Q_0\sin B_0\sin L_0 + \frac{z_0 - z_r}{s_0}Q_0\cos B_0; \quad (29)$$

$$a_{12} = \frac{x_0 - x_r}{s_0}G_0\cos B_0\sin L_0 + \frac{y_0 - y_r}{s_0}G_0\cos B_0\cos L_0; \quad (30)$$

$$a_{22} = -\mu_x G_0\cos B_0\sin L_0 + \mu_y G_0\cos B_0\cos L_0; \quad (31)$$

$$\mu_x = \left(-\sin L_r\cos A_r + \sin B_r\cos L_r\sin A_r\right); \quad (32)$$

$$\mu_y = \cos L_r\cos A_r + \sin B_r\sin L_r\sin A_r; \quad (33)$$

$$\mu_z = -\sin A_r\cos B_r; \quad (34)$$

$$b_1 = s_0 - s_r; b_2 = \cos A_r s_{E0} - \sin A_r s_{N0}. \quad (35)$$

Вычислив поправки, получим новое (уточненное) приближение

$$B_1 = B_0 - \Delta B_0; L_1 = L_0 - \Delta L_0. \quad (36)$$

Описанный итеративный процесс можно повторить столько раз, сколько требуется для достижения заданной точности.

Заключение. Вопросы вычисления координат объекта по показаниям отдельных позиционных навигационных датчиков представляет собой самостоятельный интерес.

Рассмотренный прямой алгоритм может быть использован для вычисления выходных сигналов РСБН, необходимых для улучшения первичной обработки сигналов в приемнике РСБН. Кроме того, он может быть использован при моделировании функционирования РСБН в движении с целью имитации ее показаний.

Основная задача, подлежащая решению, заключается в том, чтобы по известным измерениям $s_r(t)$, $A_r(t)$ и $h(t)$ и по заранее заданным координатам (B_r, L_r, h_r) местоположения маяка вычислить текущие геодезические координаты $B(t)$, $L(t)$ объекта. Благодаря приведенному алгоритму можно провести итеративный процесс вычисления координат объекта несколько раз подряд, при этом на каждой новой стадии будут вычислены более точные значения координат объекта.

Литература

1. Бабич, О. А. Обработка информации в навигационных комплексах / О. А. Бабич. – М.: Машиностроение, 1991. – 512 с.

2. Белкин, А. М. Воздушная навигация: справочник / А. М. Белкин. – М.: Транспорт, 1988. – С. 303.

3. Черный, М. А. Самолетовождение / М. А. Черный. – М.: Транспорт, 1973. – С. 368.

Поступила 01.03.2013