

Л. В. Новосельская, А. А. Гарабажиу

**РАСЧЕТ И КОНСТРУИРОВАНИЕ
МАШИН И АГРЕГАТОВ**

Минск БГТУ 2004

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ
БЕЛАРУСЬ

Учреждение образования «БЕЛОРУССКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ»

Л. В. Новосельская, А. А. Гарабажиу

РАСЧЕТ И КОНСТРУИРОВАНИЕ МАШИН И АГРЕГАТОВ

**Учебное пособие по одноименной дисциплине
для студ. спец. 1-36 07 01**

Минск 2004

УДК 621.002.5

Рассмотрено и рекомендовано к изданию редакционно-издательской группой университета

Новосельская Л. В., Гарабажиу А. А. Расчет и конструирование машин и агрегатов: Учебное пособие по одноименной дисциплине для студентов спец. 1-36 07 01 «Машины и аппараты химических и силикатных производств». — Мн.: БГТУ, 2004.

Рецензенты:

доктор технических наук, профессор,
заведующий кафедрой «Строительные и
дорожные машины» БНТУ Вавилов А. В.;
кандидат технических наук, доцент
кафедры технологии БГЭУ Ковалев А. Н.

В работе подробно рассмотрены вопросы расчета и проектирования медленно вращающихся обечаек.

ISBN 985-434-259-X

© Учреждение образования
«Белорусский государственный
технологический университет»,
2004

© Новосельская Л. В.,
Гарабажиу А. А.,
составление, 2004

ВВЕДЕНИЕ

Аппараты, выполненные в виде вращающихся горизонтальных барабанов, весьма распространены в химической промышленности и в производстве строительных материалов. Они применяются как для проведения процессов, не сопровождающихся химическими реакциями (например, сушкой), так и для проведения реакций (например, кальцинирование соды).

Основной частью барабанов является медленно вращающаяся обечайка, размеры которой определяют необходимой величиной рабочего или реакционного пространства.

Процесс проектирования таких аппаратов предполагает разработку конструкции с обязательным расчетом узлов и деталей на прочность, жесткость и устойчивость.

Из-за сложности определения нагрузок в основу расчетных зависимостей положен результат аналитических исследований. Вместе с тем в формулы внесены поправки на неучтенные факторы (крутящие моменты, неравномерный износ футеровок, температурные деформации).

В учебном пособии подробно изложены теоретические основы и дан пример расчета «коротких» и «длинных» медленно вращающихся оболочек.

1. РАСЧЕТ МЕДЛЕННО ВРАЩАЮЩИХСЯ ОБЕЧАЕК

1.1. Основные положения

Основной частью вращающихся аппаратов является барабан, установленный горизонтально или наклонно к горизонту (не более 4°). Барабаны используются в мельницах, сушилках, кристаллизаторах, холодильниках. Барабаны, футерованные изнутри, применяются в печах.

Барабаны изготавливаются диаметром от 0,8 до 3,6 м, длиной от 4÷5 до 150÷220 м. Соотношение длины барабана к его диаметру в основном составляет 3,5÷8, а для цементных печей может достигать 45.

Схематический чертеж барабанной вращающейся сушилки приведен на рис. 1.

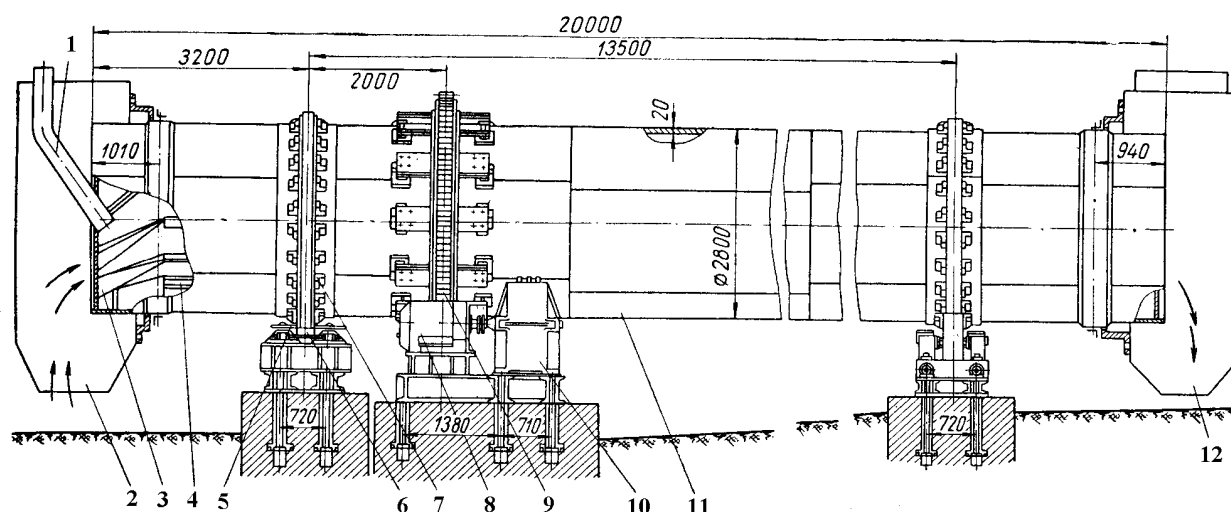


Рис. 1. Барабанная сушилка: 1 — течка; 2 — входная камера; 3 — распределительная насадка; 4 — лопастная насадка; 5 — упорные ролики; 6 — опорные ролики; 7 — бандаж; 8 — мотор; 9 — венцовая шестерня; 10 — редуктор; 11 — барабан; 12 — разгрузочная камера

Размеры барабана определяются необходимой величиной рабочего или реакционного пространства.

С целью компенсации местных деформаций (напряжений), возникающих в местах установки опорных роликов, т. е. в местах действия сосредоточенных нагрузок, сечение барабана усиливается с помощью установки колец жесткости — бандажей. Бандажи передают нагрузку от веса барабана на ролики опорных станций, на одной из которых устанавливаются упорные ролики, не допускающие осевого перемеще-

ния барабана. Количество опорных станций зависит от длины барабана. Расстояние между опорами принимается $l \approx 0,586$ от общей длины, но не более $18 \div 20$ м.

Обечайки корпуса изготавливаются из углеродистой или кислотоустойчивой стали толщиной от 5 мм.

По обоим концам барабана устанавливаются камеры, необходимые для загрузки и выгрузки материала, подвода и отвода сушильного агента.

Расчет элементов конструкции включает: определение нагрузок; определение реакций опор и изгибающих моментов; расчет на жесткость; определение сил, действующих на бандажи; определение геометрических размеров барабана и проверка его на выносливость.

1.2. Определение нагрузок, действующих на оболочку

Расчетная нагрузка состоит из веса обечайки, бандажей, накладок, футеровки, изоляции, технологического материала в печи, веса зубчатого колеса, теплообменных устройств (цепей, рекуператоров). С одной стороны, для определения расчетной нагрузки необходимо знать вес металлического корпуса, который определяется в зависимости от толщины стенки барабана. С другой стороны, толщина стенки рассчитывается по изгибающему моменту, который также неизвестен. Так как определить толщину стенки корпуса не представляется возможным, первоначально принимается

$$\delta_1 = (0,007 \div 0,011) \cdot D_H, \quad (1.1)$$

где D_H — наружный диаметр обечайки, м.

Масса корпуса

$$m_K = \rho_M \cdot \pi \cdot L \cdot \frac{(D_H^2 - D_{BH}^2)}{4}, \quad (1.2)$$

где ρ_M — плотность материала корпуса, кг/м^3 ;

L — длина барабана, м;

D_H и D_{BH} — наружный и внутренний диаметры барабана соответственно, м.

Масса обрабатываемого материала, находящегося в аппарате

$$m_M = \rho_M^H \cdot \pi \cdot L \cdot y \cdot \frac{D_{BH}^2}{4}, \quad (1.3)$$

где ρ_M^H — насыпная плотность материала, кг/м^3 (от $1650 \div 1000 \text{ кгс/м}^3$);

y — коэффициент заполнения барабана, $y = 0,45$.

Масса футеровки

$$m_{\text{ф}} = \rho_{\text{ф}} \cdot \pi \cdot L_{\text{ф}} \cdot \frac{(D_{\text{вн}}^2 - D_{\text{ф}}^2)}{4}, \quad (1.4)$$

где $\rho_{\text{ф}}$ — плотность футеровки, кг/м^3 , для хромомagneзита $\rho_{\text{ф}} = 2270 \text{ кг/м}^3$; для шамота $\rho_{\text{ф}} = 2100 \text{ кг/м}^3$;

$L_{\text{ф}}$ — длина футеровки, м;

$D_{\text{ф}}$ — диаметр футеровки, м.

Поперечная сила, действующая на барабан в месте крепления венцовой шестерни

$$Q_{\text{вш}} = (m_{\text{вш}} - m_{\text{кр}}) \cdot g, \quad (1.5)$$

где $m_{\text{вш}}$ — масса венцовой шестерни, кг (предварительно принимается $500 \div 600 \text{ кг}$);

$m_{\text{кр}}$ — масса элементов крепления венцовой шестерни, кг;

g — ускорение свободного падения, м/с^2 .

Суммарная масса

$$m = m_{\text{к}} + m_{\text{м}} + m_{\text{ф}}. \quad (1.6)$$

На основании этих данных можно составить диаграмму нагрузок, которая является исходной для дальнейших расчетов.

1.3. Определение реакций опор и изгибающих моментов

Так как число оборотов корпуса барабана мало, то на кручение обечайка не рассчитывается. При расчетах на прочность оболочка корпуса рассчитывается как неразрезная многоопорная балка, внешняя нагрузка на которую складывается из веса оболочки, футеровки, обрабатываемого материала и бандажей. Вес венцовой шестерни является сосредоточенной нагрузкой, а остальное — распределенной.

Корпус вращающегося барабана изгибается в пролетах и на опорах с одновременной деформацией поперечного сечения. Эти деформации возникают под действием продольных и поперечных изгибающих моментов, вызывающих нормальные напряжения в сечениях оболочки. Оболочка также скручивается окружным усилием, приложенным к

венцовой шестерне и вызывающим в сечении касательные напряжения. Но эти напряжения малы по сравнению с нормальными, поэтому при расчете ими обычно пренебрегают. Неравномерная по окружности и длине обечаек температура корпуса вызывает дополнительные температурные напряжения. В результате неравномерного износа футеровки меняются и моменты инерции по длине и диаметру. Предельно точно в расчетах это учесть невозможно. Оболочку рассчитывают как обычную многоопорную неразрезную балку кольцевого сечения с распределенной вдоль оси нагрузкой. Однако, оболочка барабана не является пустотелой балкой, а представляет собой именно тонкостенную цилиндрическую оболочку, лежащую на нескольких опорах и нагруженную изнутри футеровкой, материалом и теплообменными устройствами.

Используемый метод расчета не учитывает дополнительные напряжения и деформированное состояние статически неопределимой оболочки.

Все выше перечисленные факторы приводят к погрешности и при проектировании конструктор встречается с трудным и важным вопросом о выборе расчетной схемы, в достаточной степени отражающей фактическую работу конструкции. Естественным является путь упрощений и приближений при переходе от реальной схемы нагружения к принятой. Поэтому ниже приводится обычно применяемый приближенный метод расчета барабана как двух- так и многоопорной балки кольцевого сечения. Но эти неучтенные факторы в какой-то степени учитываются коэффициентом запаса прочности, который для данного случая принимается $10 \div 15$. Тогда допускаемое напряжение $[\sigma] = 20 \div 25$ МПа для аппаратов из стали марок Ст 2, Ст 3 без футеровки и $[\sigma] = 20$ МПа для аппаратов с футеровкой.

1.3.1. Расчет «коротких» оболочек

В том случае, если число опор две или три, задача считается статически определимой и оболочка рассчитывается как однопролетная двух-, трехопорная балка (рис. 2) [1].

Линейная нагрузка на единицу длины аппарата $q = m \cdot g / L$.

Реакция опор от действия распределенной (q) и сосредоточенной нагрузки от веса венцовой шестерни ($Q_{\text{ВШ}}$).

$$R_A = \frac{qL}{2} + \frac{Q_{\text{ВШ}} \cdot l_1}{l_2}. \quad (1.7)$$

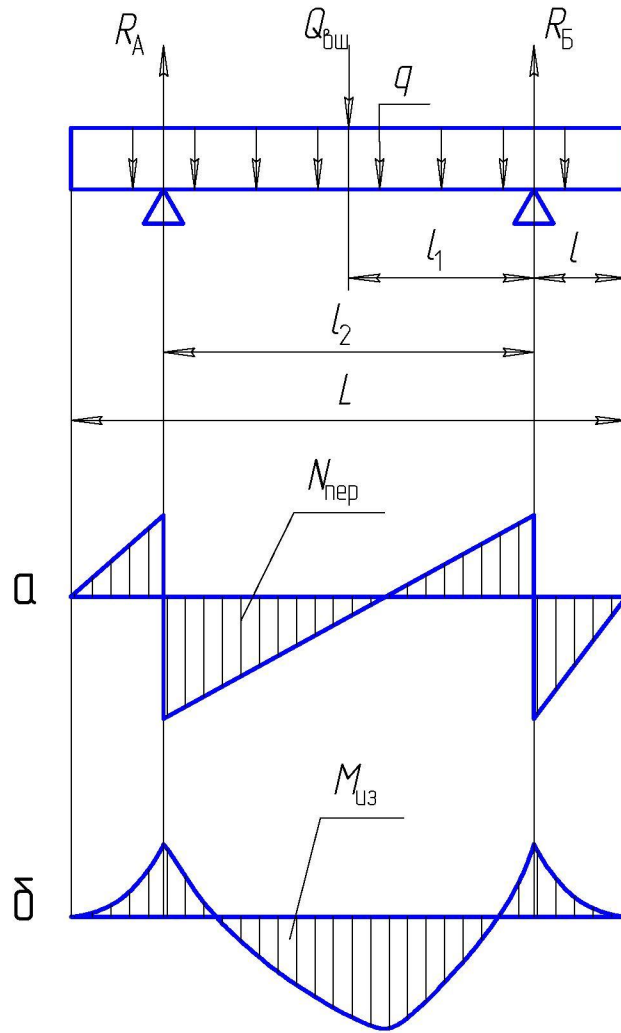


Рис. 2. Расчетная схема: а — эпюра перерезывающих сил; б — эпюра изгибающих моментов

$$R_B = \frac{qL}{2} + \frac{Q_{вш} \cdot (l_2 - l_1)}{l_2}. \quad (1.8)$$

Максимальный изгибающий момент, действующий на барабан,

$$M_{\max} = \frac{qL \cdot (2l_2 - L)}{8} + \frac{Q_{вш} \cdot (l_2 - l_1) \cdot l_1}{l_2}. \quad (1.9)$$

Так как корпус барабана пустотелый, момент сопротивления сечения барабана рассчитывается по формулам для кольцевого сечения

$$W = \frac{\delta \cdot \pi \cdot D_{ср}^2}{4}, \quad (1.10)$$

где $D_{\text{ср}}$ — средний диаметр барабана, м.

Напряжение в барабане

$$\sigma = \frac{M_{\text{max}}}{W} \leq [\sigma], \quad (1.11)$$

откуда по моменту сопротивления проверяется ранее принятая по формуле (1.1) толщина стенки барабана.

1.3.2. Расчет «длинных» оболочек

Длины современных барабанов достигают 170÷220 м и число опор 6÷7 соответственно. В этом случае задача статически неопределима и решается по методике неразрезной балки по уравнению трех моментов [2].

Рассмотрим неразрезную балку (рис. 3) с (n) пролетами на $(n+1)$ опорах и с двумя консолями. Вырежем из балки два смежных пролета (рис. 4) и заменим связь с балкой моментами M_{i-1} и M_{i+1} , приложенными к концам выделенной двухпролетной балки. Пусть M_i — момент на средней опоре. Между моментами M_{i-1} , M_i и M_{i+1} существует следующее соотношение, известное под названием *теоремы о трех моментах*:

$$M_{i-1} \cdot \frac{l_i}{j_i} + 2M_i \cdot \left(\frac{l_i}{j_i} + \frac{l_{i+1}}{j_{i+1}} \right) + M_{i+1} \cdot \frac{l_{i+1}}{j_{i+1}} = -6 \cdot \left(\frac{\omega_i}{j_i} \cdot \frac{a_i}{l_i} + \frac{\omega_{i+1}}{j_{i+1}} \cdot \frac{b_{i+1}}{l_{i+1}} \right), \quad (1.12)$$

где l_i — пролет между опорами номера $(i-1)$ и i ;

j_i — момент инерции сечения балки в пролете l_i ;

ω_i — площадь эпюры изгибающих моментов (рис. 1.5);

a_i — расстояние от точки C_i до вертикали, проходящей через левую опору;

b_i — расстояние от точки C_i до вертикали, проходящей через правую опору;

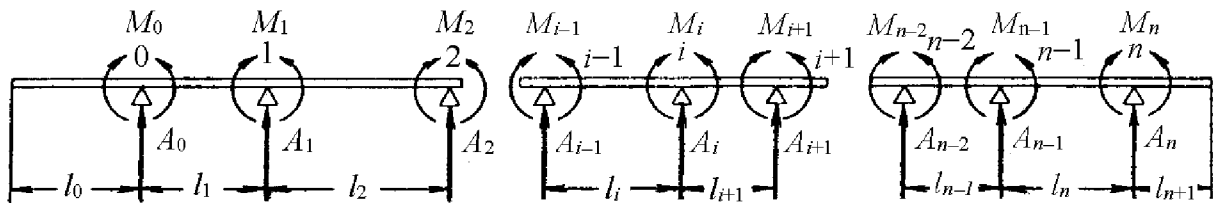


Рис. 3. Схема неразрезной балки

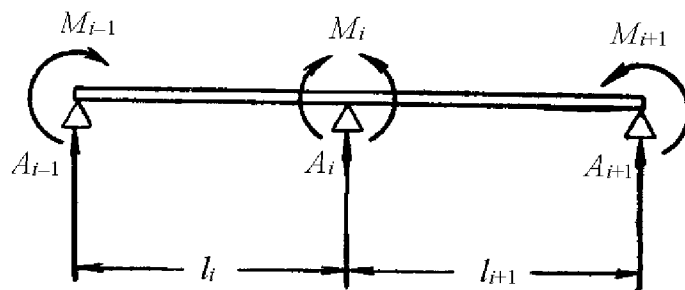


Рис. 4. Пролеты неразрезной балки

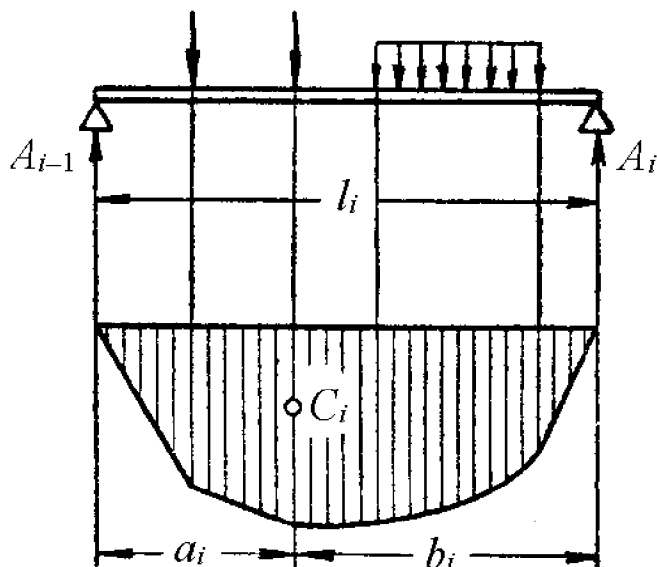


Рис. 5. Нагрузки и эпюры изгибающих моментов

Для определения a_i , b_i и ω_i рассмотрим отдельно какой-либо пролет, например, l_i (рис. 5) со всеми приложенными к нему нагрузками и построим эпюру изгибающих моментов в этом пролете как для балки, свободно лежащей на двух опорах. Найдем центр C_i тяжести эпюры изгибающих моментов и вычислим ее площадь ω_i .

Аналогично определим a_{i+1} , b_{i+1} и ω_{i+1} для пролета l_{i+1} и т. д.

Написав уравнение (1.12) для всех последовательных групп пролетов $(0, 1, 2)$, $(1, 2, 3)$, $(2, 3, 4)$, ..., $(n-2, n-1, n)$, получим

$$\left. \begin{aligned}
M_0 \cdot \frac{l_1}{J_1} + 2M_1 \cdot \left(\frac{l_1}{J_1} + \frac{l_2}{J_2} \right) + M_2 \cdot \frac{l_2}{J_2} &= -6 \cdot \left(\frac{\omega_1 \cdot a_1}{J_1 \cdot l_1} + \frac{\omega_2 \cdot b_2}{J_2 \cdot l_2} \right); \\
M_1 \cdot \frac{l_2}{J_2} + 2M_2 \cdot \left(\frac{l_2}{J_2} + \frac{l_3}{J_3} \right) + M_3 \cdot \frac{l_3}{J_3} &= -6 \cdot \left(\frac{\omega_2 \cdot a_2}{J_2 \cdot l_2} + \frac{\omega_3 \cdot b_3}{J_3 \cdot l_3} \right); \\
\dots\dots\dots \\
\dots\dots\dots \\
M_{n-2} \cdot \frac{l_{n-1}}{J_{n-1}} + 2M_{n-1} \cdot \left(\frac{l_{n-1}}{J_{n-1}} + \frac{l_n}{J_n} \right) + M_n \cdot \frac{l_n}{J_n} &= \\
= -6 \cdot \left(\frac{\omega_{n-1} \cdot a_{n-1}}{J_{n-1} \cdot l_{n-1}} + \frac{\omega_n \cdot b_n}{J_n \cdot l_n} \right), &
\end{aligned} \right\} \quad (1.13)$$

т. е. систему из $(n-1)$ уравнений. Так как моменты в сечениях над крайними опорами (M_0 и M_n) могут быть определены как обычно для консольной балки, из системы уравнений (1.13) мы можем определить все остальные $(n-1)$ моменты M_1, M_2, \dots, M_{n-1} .

Если момент инерции J постоянен для всех пролетов ($J_1 = J_2 = J_3 = \dots = J_n = J$), то уравнение (1.12) примет вид

$$M_{i-1} \cdot l_i + 2M_i \cdot (l_i + l_{i+1}) + M_{i+1} \cdot l_{i+1} = -6 \cdot \left(\frac{\omega_i \cdot a_i}{l_i} + \frac{\omega_{i+1} \cdot b_{i+1}}{l_{i+1}} \right). \quad (1.14)$$

Для решения системы уравнений (1.13) необходимо определить ω , a и b . Эпюра моментов для балки на двух опорах с равномерно распределенной нагрузкой q является сегментом параболы с высотой $g \cdot l^2 / 8$ и хордой l . Поэтому площадь эпюры изгибающих моментов для этой эпюры

$$W = \frac{2}{3} \cdot l \cdot q \frac{l^2}{8} = \frac{q \cdot l^3}{12}, \quad (1.15)$$

а расстояние центра тяжести площади эпюры от опор

$$a = b = \frac{l}{2}. \quad (1.16)$$

Для балки на двух опорах, нагруженной силой P , находящейся на расстоянии от опор соответственно a_1 и b_1 , площадь эпюры

$$W = \frac{1}{2} \cdot P \cdot a_1 \cdot b_1, \quad (1.17)$$

а расстояние ее центра тяжести от опор

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{a_1 + l}{3}; \\ b &= \frac{b_1 + l}{3}. \end{aligned} \right\} \quad (1.18)$$

После этого определяются реакции в каждом пролете. Пролет принимается как свободно лежащая балка на двух опорах с известными внешними нагрузками q_i и P .

Целесообразно придерживаться следующего порядка расчета.

Сумма моментов всех сил относительно правой опоры (рис. 6) приравнивается к нулю, т. е.

$$-M_{i-1} - \frac{q_i \cdot l_i^2}{2} + A_{i-1}'' \cdot l_i - P \cdot b_i + M_i = 0. \quad (1.19)$$

Откуда левая реакция будет

$$A_{i-1}'' = \frac{M_{i-1} - M_i}{l_i} + \frac{q_i \cdot l_i}{2} + \frac{P \cdot b_i}{l_i}. \quad (1.20)$$

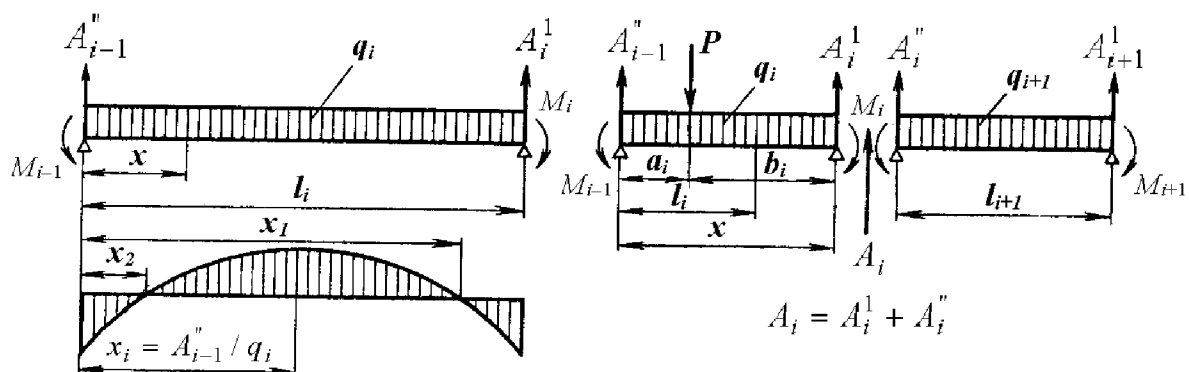


Рис. 6. Схемы к расчету моментов

Сумма моментов всех сил относительно левой опоры также приравнивается к нулю

$$M_i - A_i^1 \cdot l_i + \frac{q_i \cdot l_i^2}{2} + A_{i-1}'' \cdot l_i + P \cdot (l_i - b_i) - M_{i-1} = 0. \quad (1.21)$$

Правая реакция

$$A_i^1 = \frac{M_i - M_{i-1}}{l_i} + \frac{q_i \cdot l_i}{2} + \frac{P \cdot (l_i - b_i)}{l_i}. \quad (1.22)$$

Сумма этих реакций равна внешней нагрузке в пролете:

$$A_{i-1}'' + A_i^1 = q_i \cdot l_i + P. \quad (1.23)$$

Если в пролетах сосредоточенная сила P отсутствует, то в выражениях (1.20) и (1.22) необходимо принять $P = 0$.

Предполагается $i = 1, i = 2, i = 3, \dots, i = n$, что позволяет определить реакции для всех пролетов (здесь n — число пролетов, i — номер пролета). Тогда общая реакция равна сумме реакций левого и правого пролетов, примыкающих к рассматриваемой опоре.

С учетом веса бандажей общее давление на опоры

$A_0 = q_1 \cdot l_0 + P_0 + A_0''$ — для случая, когда смежными являются консоль и первый пролет;

$A_1 = A_1^1 + A_1'' + P_1$ — когда смежными являются первый и второй пролеты;

$A_2 = A_2^1 + A_2'' + P_2$ — когда смежными являются второй и третий пролеты;

$A_6 = A_6^1 + P_6 + q_7 \cdot l_7$ — когда смежными являются шестой пролет и консоль.

Сумма опорных реакций ($A_0 + A_1 + A_2 + \dots + A_6$) должна отличаться от подсчитанного выше полного веса барабана не больше чем на 1%. Реакции $A_0, A_1, A_2, \dots, A_n$ учитываются при расчете опор роликов и бандажей. Реакции же A_{i-1}'' и A_i^1 в каждом пролете учитываются при определении деформаций в данном пролете.

Определив опорные реакции и моменты, подсчитываются изгибающие моменты и напряжения для каждого пролета барабана. Межопорные изгибающие моменты определяются с учетом того, что при известных опорных моментах каждый пролет можно принимать за отдельную шарнирно-закрепленную балку. Пусть в i -м пролете все усилия нам известны.

Изгибающий момент на расстоянии x от левой опоры

$$M_x = -M_{i-1} + A_{i-1}'' \cdot x - \frac{q_i \cdot x^2}{2}. \quad (1.24)$$

Наибольший момент в пролете между опорами определится из условия $dM_x / dx = 0$. Производной выражения (1.24) будет $A_{i-1}'' - q_i \cdot x = 0$, откуда

$$x = \frac{A_{i-1}''}{q_i}. \quad (1.25)$$

Подставляя значение x в выражение (1.24), получим

$$M_{\max} = -M_{i-1} + \frac{(A_{i-1}'')^2}{2q_i}. \quad (1.26)$$

Обозначив в формуле (1.26) индексы $i = 1, i = 2, \dots, i = n$, определяются наибольшие изгибающие моменты между опорами для всех пролетов барабана.

Приравнявая M_x в выражении (1.24) к нулю, находятся точки перехода от отрицательных к положительным моментам

$$0 = M_{i-1} + A_{i-1}'' \cdot x - \frac{q_i \cdot x^2}{2}, \quad (1.27)$$

или

$$x^2 - \frac{2A_{i-1}''}{q_i}x + \frac{2M_{i-1}}{q_i} = 0. \quad (1.28)$$

Решая это уравнение находятся значения x_1 и x_2 :

$$x_{1;2} = \frac{A_{i-1}''}{q_i} \pm \sqrt{\left(\frac{A_{i-1}''}{q_i}\right)^2 - \frac{2M_{i-1}}{q_i}}. \quad (1.29)$$

В этих двух точках $M_x = 0$ (рис. 6). Если в рассматриваемом i -м пролете имеется сосредоточенная сила P (вес приводной шестерни или другого устройства), то изгибающий момент в сечении x , находящимся за силой,

$$M_x = -M_{i-1} + A_{i-1}'' \cdot x - P \cdot (x - a_1) - \frac{q_i \cdot x^2}{2}, \quad (1.30)$$

или

$$M_x = -(M_{i-1} - P \cdot a_1) + (A_{i-1}'' - P) \cdot x - \frac{q_i \cdot x^2}{2}. \quad (1.31)$$

Выражение (1.31) отличается от выражения (1.24) свободным членом и коэффициентом при x . Поэтому вместо выражения (1.26) для данного случая необходимо записать

$$M_{\max} = -(M_{i-1} - P \cdot b) + \frac{(A_{i-1}'' - P)^2}{2q_i}. \quad (1.32)$$

Аналогично выражению (1.29) имеем

$$x_{1,2} = \frac{A_{i-1}'' - P}{q_i} \pm \sqrt{\frac{(A_{i-1}'' - P)^2}{q_i} - \frac{2(M_{i-1} - P \cdot b)}{q_i}}. \quad (1.33)$$

Если сила P_1 , например, приложена в третьем пролете, то $i = 3$, $q_i = q_3$, $A_{i-1}'' = A_2''$, $M_{i-1} = M_2$.

Все эти величины нам уже известны. Имея в общем виде выражения (1.24) и (1.31) для изгибающих моментов, легче определить и перерезывающие силы для любых сечений в i -м пролете.

Для пролета с распределенной нагрузкой q_i

$$Q_x = \frac{dM_x}{dx} = A_{i-1}'' - q_i \cdot x. \quad (1.34)$$

Для пролета с распределенной нагрузкой q_i и силой P

$$Q_x = \frac{dM_x}{dx} = A_{i-1}'' - P - q_i \cdot x. \quad (1.35)$$

На основании полученных данных строятся эпюры изгибающих моментов и перерезывающих сил (рис. 7). Затем определяются продольные нормальные и касательные напряжения в корпусе, как в обычной пустотелой балке.

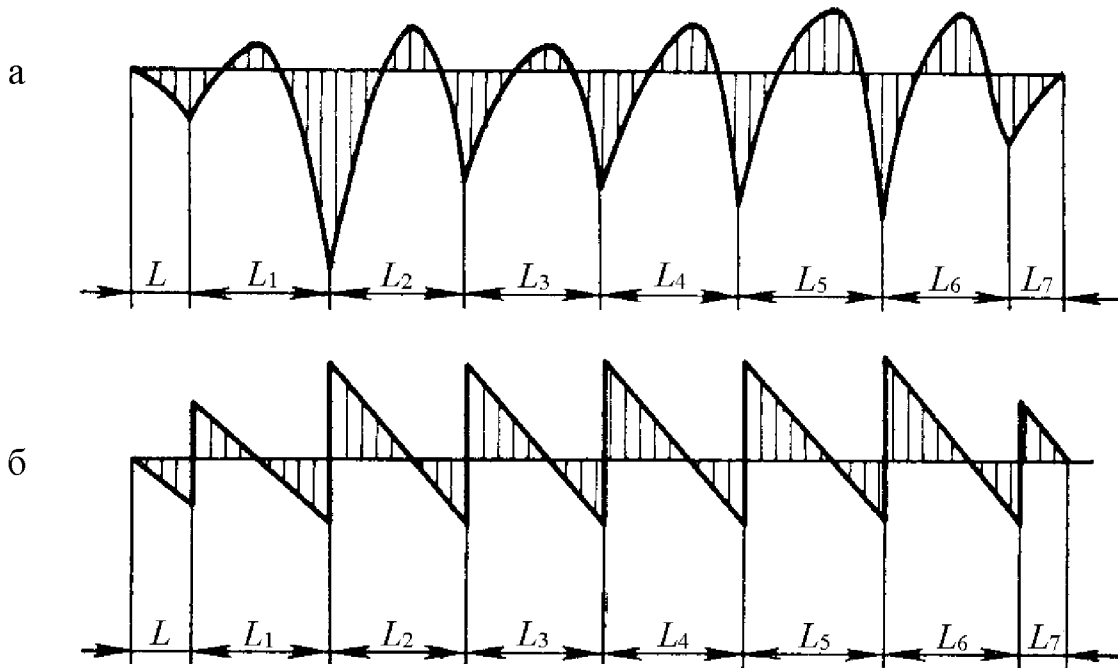


Рис. 7. Эпюры изгибающих моментов (а) и перерезывающих сил (б)

Так как толщина стенки корпуса δ мала по сравнению с его радиусом $R_{\text{ср}}$, то момент инерции и момент сопротивления площади его сечения могут быть определены приближенно.

Полярный момент инерции (рис. 8) полой балки круглого сечения радиусом $R_{\text{ср}}$ и толщиной стенки δ (в см^3)

$$J_0 = \int_0^{2\pi} R_{\text{ср}}^2 \cdot dF = \int_0^{2\pi} R_{\text{ср}}^2 \cdot R_{\text{ср}} \cdot d\varphi \delta = 2\pi \cdot \delta \cdot R_{\text{ср}}^3. \quad (1.36)$$

Эквивалентный момент инерции (в см^4) относительно оси x

$$J_z = \frac{J}{2} \cdot J_0 = \pi \cdot \delta \cdot R_{\text{ср}}^3. \quad (1.37)$$

Момент сопротивления (в см^3) относительно оси x

$$W_z = \pi \cdot \delta \cdot R_{\text{ср}}^2. \quad (1.38)$$

Продольные нормальные и касательные напряжения определяются как для обычной балки кольцевого сечения

$$\sigma_z = \frac{M_x \cdot Z}{J_z} = \frac{M_x \cdot R_{\text{ср}}}{J_z} \cdot \cos \beta; \quad \sigma_z = \frac{M_x}{\pi \cdot R_{\text{ср}}^2 \cdot \delta} \cdot \cos \beta. \quad (1.39)$$

$$\tau_z = \frac{Q_x}{\pi \cdot R_{\text{ср}} \cdot \delta} \cdot \sin \beta. \quad (1.40)$$

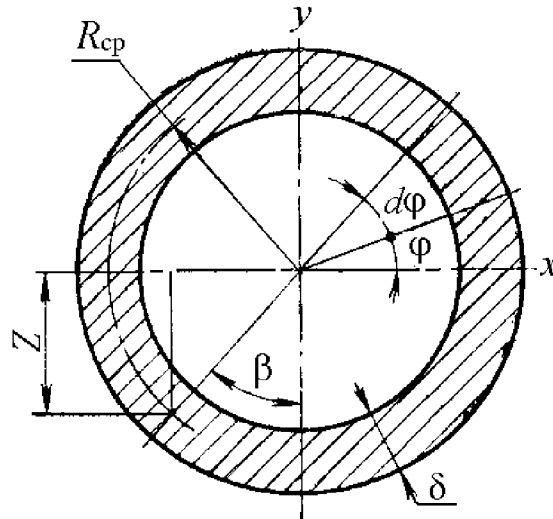


Рис. 8. Схема полярных моментов полой балки

Сжимающие напряжения от изгибающего момента, которые наибольшие в середине аппарата, могут вызвать нарушение устойчивости формы стенки. Проверка барабана на допустимый прогиб или жест-

кость проводится по суммарному максимальному прогибу от действующих нагрузок для двухопорных барабанов

$$y_{\max} = \frac{D_{\text{ср}}^3}{8E \cdot I_x} \cdot (0,04 \cdot q_1 + 0,002 \cdot q_2), \quad (1.41)$$

где q_1 — линейная нагрузка от массы обрабатываемого материала, Н/м;

q_2 — линейная нагрузка от массы насадки, футеровки барабана, Н/м;

E — модуль упругости материала, МПа;

I_x — момент инерции единичного кольцевого участка, м³,
 $I_x = \delta_0^2 / 12$.

Для многоопорных барабанов деформация корпуса в пролете определяется по формуле

$$y_{qi} = \frac{l_i^2}{16E \cdot I_i} \cdot \left(\frac{5q_i \cdot l_i^2}{24} (M_{i-1} + M_i) \right). \quad (1.42)$$

Если в пролете кроме распределенной имеется еще и сосредоточенная нагрузка (вес венцовой шестерни), то изгиб от нее (рис. 6)

$$y_{pi} = \frac{1}{E \cdot I_i} \cdot \left(\frac{Pb_i \cdot l_i^2}{16} + \frac{((l_i/2) - a_i)^2}{6} - \frac{Pb_i^3}{12} \right). \quad (1.43)$$

Общий прогиб в пролете равен сумме прогибов

$$y_{\max} = y_{qi} + y_{pi}. \quad (1.44)$$

Относительный прогиб

$$\xi = y_{\max} / D_{\text{ср}} \leq [\xi], \quad (1.45)$$

где $[\xi] = 0,003$ — допускаемый прогиб для барабанов с футеровкой;

$[\xi] = 0,005$ — допускаемый прогиб для барабанов без футеровки.

Если условие (1.45) соблюдается, то к проекту принимается ранее заданная толщина стенки.

1.4. Расчет бандажей

Бандажи служат для передачи давления от веса всех вращающихся частей аппарата на опорные ролики. Существует несколько способов крепления бандажей к барабану [4]. Бандажи могут насаживаться в горячем виде на кованые горловины, приваренные к барабану. Такие конструкции осуществимы при небольших диаметрах, до одного мет-

ра. Иногда бандажи крепятся к фланцу барабана при помощи болтов. В барабанах большого диаметра чаще применяется свободное крепление бандажа (рис. 9).

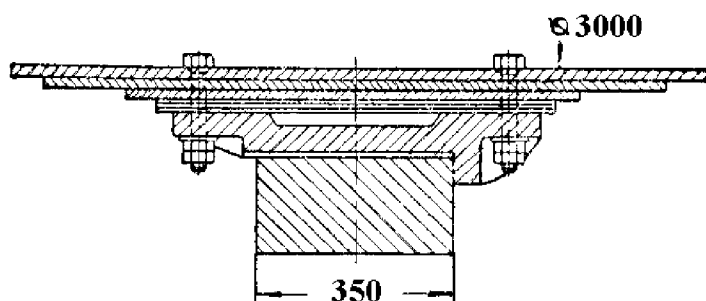


Рис. 9. Установка чугунных башмаков

Бандажи надеваются на башмаки, повернутые головками в разные стороны для предотвращения аксиального смещения бандажа. Под башмаки подкладываются 2÷3 регулирующие подкладки и одна усиливающая. Подбором толщины регулирующих подкладок достигается совмещение центров барабана и бандажа. Башмаки крепятся к барабану болтами. Бандажи изготовляют из стали 20ГСЛ, для которой предел прочности $\sigma_B = 550$ МПа, предел текучести $\sigma_T = 300$ МПа, а предел выносливости $\sigma_{-1} = 0,25 \cdot (\sigma_B + \sigma_T) + 500 = 262,5$ МПа.

Опорные ролики воспринимают вес печи, осевые усилия, возникающие вследствие наклона агрегата. Кроме опорных роликов, один из бандажей опирается на упорные ролики. Назначение их состоит в том, чтобы воспрепятствовать передвижению корпуса машины вдоль оси, которое вызывается возможным перекосом роликов (рис. 10).

Во время работы в материале бандажей и роликов возникают контактные напряжения

$$\sigma_{\max} = 0,418 \cdot \sqrt{P \cdot E \cdot \frac{R+r}{R \cdot r}} \leq [\sigma], \text{ МПа}, \quad (1.46)$$

где R — радиус бандажа, м;

r — радиус ролика, принимается в пределах $0,25D_{\text{н.банд}} \leq d_p \leq 0,33D_{\text{н.банд}}$, при заданном наружном диаметре бандажа $D_{\text{н.банд}}$

В (1.46) P — усилие, воспринимаемое роликом от бандажа и отнесенное к одному сантиметру ширины бандажа (рис. 11),

$$P = 0,578 \cdot G_{\text{банд}} / b, \text{ Н/м}. \quad (1.47)$$

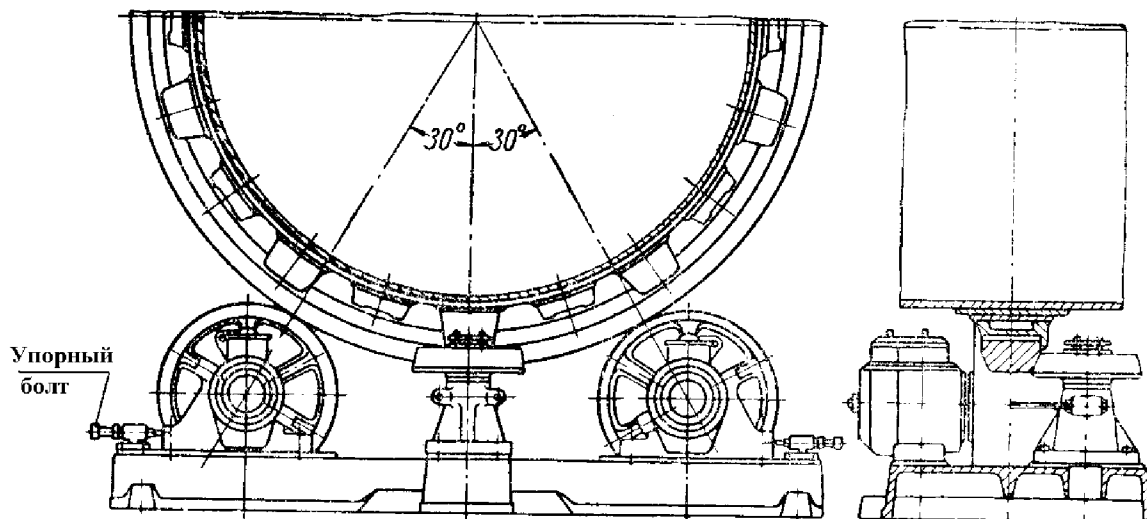


Рис. 10. Опорно-упорная станция

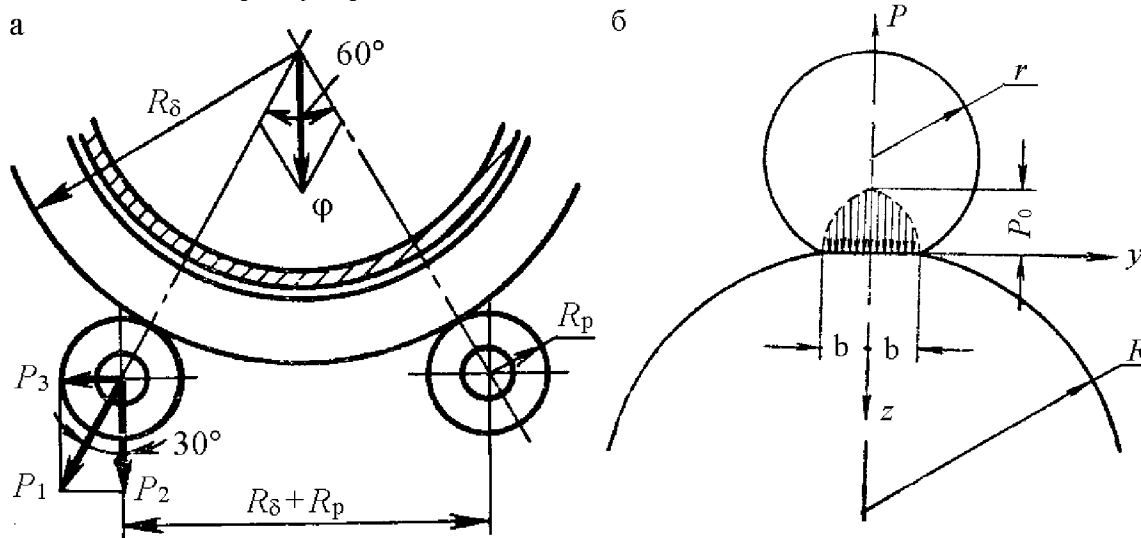


Рис. 11. Расчетные схемы: а) нагрузок на ролик; б) действия контактных напряжений

В (1.47) $2b$ — линия контакта, ширина которой (рис. 11, б) равна

$$2b = 3,04 \cdot \sqrt{\frac{P}{E} \cdot \frac{R \cdot r}{R + r}}, \text{ м.} \quad (1.48)$$

Высота сечения бандажа

$$h_{\text{банд}} = \sqrt{\frac{6M_{\text{max}}}{b \cdot [\sigma_{\text{из}}]}}, \text{ м,} \quad (1.49)$$

где $[\sigma_{\text{из}}]$ — допускаемые напряжения на изгиб, $[\sigma_{\text{из}}] = 50$ МПа.

С точки зрения расчета на прочность бандаж представляет собой замкнутую криволинейную балку (кольцо) прямоугольного сечения, статически неопределимую систему (рис. 12). Считается, что действующие внешние силы симметричны относительно вертикали. Действие каждой пары сил рассматривается отдельно и затем результат суммируется.

Реакция опорного ролика при свободно надетом бандаже

$$R_p = \frac{R_{\text{оп}}}{2 \cos j}, \text{ Н}, \quad (1.50)$$

где $R_{\text{оп}}$ — максимальная реакция опоры, Н;

j — половина угла между роликами, обычно угол между роликами принимается равным 60° (рис. 12, а).

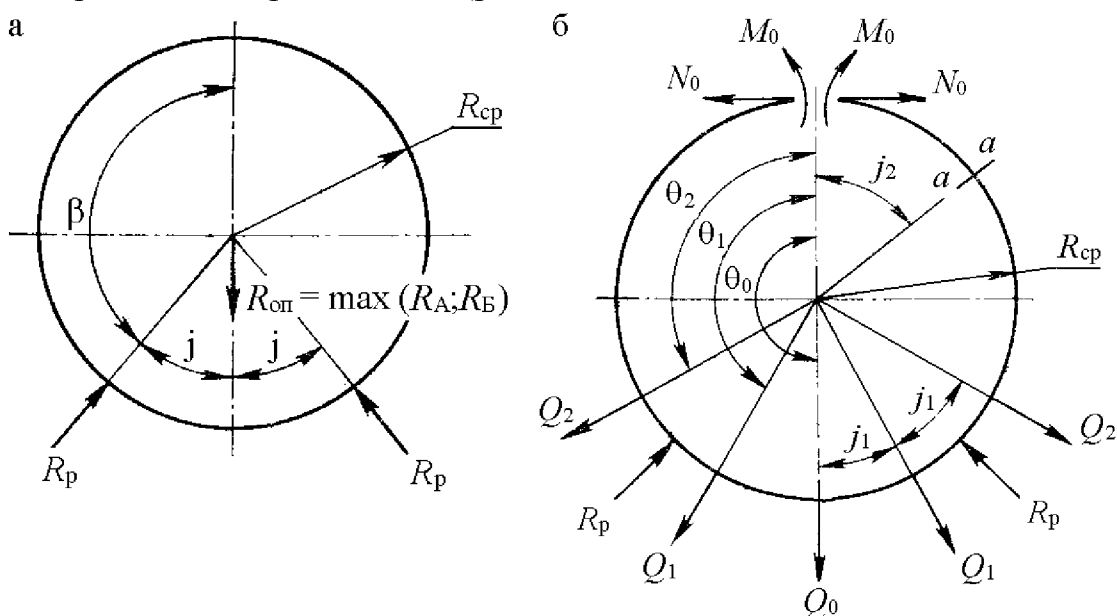


Рис. 12. Схема действия на бандаж: а) опорных реакций; б) нагрузок

По сечению бандажа принимается число башмаков, $n_{\text{банд}} = 8 \div 24$. Тогда угол между башмаками $j_i = 2\pi/n_{\text{банд}}$. Силы, действующие на башмак (рис. 12, б).

$$Q_0 = \frac{4R_{\text{оп}}}{n_{\text{банд}}}, \text{ Н}. \quad (1.51)$$

Для нижней точки

$$Q_{\text{ш}} = Q_0 \cdot \cos(ij_i), \text{ Н}, \quad (1.52)$$

где $i = 0, 1, 2, \dots, n_{\text{банд}}$.

$$n_{\text{банд1}} = (n_{\text{банд}} - 2) / 4. \quad (1.53)$$

В (1.52) i — порядковый номер башмака; $n_{\text{банд1}}$ — число башмаков в одном квадранте.

Расчетные углы для отдельных пар сил (рис.12, б)

$$\left. \begin{array}{l} Q_0; \theta_0 = 180^\circ; \\ Q_1; \theta_1 = \theta_0 - j_1; \\ Q_2; \theta_2 = \theta_1 - j_1; \\ \dots\dots\dots \\ Q_n; \theta_n = \theta_{n-1} - j_1. \end{array} \right\} \quad (1.54)$$

Для проверки прочности бандажа необходимо определить изгибающие моменты от действующих на бандаж сил $Q_0, Q_1, Q_2, \dots, Q_n$.

Для того чтобы система стала статически определимой, согласно методу сил, бандаж рассекается в ключевом сечении и нарушенные связи заменяются силами N_0 и моментами M_0 . В этом случае

$$\left. \begin{array}{l} M_{00} = -\frac{Q_0 \cdot R_{\text{ср}}}{2\pi} \cdot \left(1 + \frac{1}{\cos \beta} - (\pi - \beta) \cdot \text{tg } \beta \right); \\ M_{01} = -\frac{Q_1 \cdot R_{\text{ср}}}{2\pi} \cdot \left(1 - \frac{\cos \theta_1}{\cos \beta} - (\pi - \theta_1) \cdot \sin \theta_1 + (\pi - \beta) \cdot \cos \theta_1 \cdot \text{tg } \beta \right); \\ M_{02} = -\frac{Q_2 \cdot R_{\text{ср}}}{2\pi} \cdot \left(1 - \frac{\cos \theta_2}{\cos \beta} - (\pi - \theta_2) \cdot \sin \theta_2 + (\pi - \beta) \cdot \cos \theta_2 \cdot \text{tg } \beta \right); \\ \dots\dots\dots \\ M_{0n} = -\frac{Q_n \cdot R_{\text{ср}}}{2\pi} \cdot \left(1 - \frac{\cos \theta_n}{\cos \beta} - (\pi - \theta_n) \cdot \sin \theta_n + (\pi - \beta) \cdot \cos \theta_n \cdot \text{tg } \beta \right); \end{array} \right\} \quad (1.55)$$

где $R_{\text{ср}}$ — средний радиус бандажа, $R_{\text{ср}} = (1,14 \div 1,22) \cdot D_{\text{н}} / 2$, м.

Тогда M_0 (рис. 12, б)

$$M_0 = M_{00} + M_{01} + M_{02} + \dots + M_{0n}. \quad (1.56)$$

Изгибающий момент в любом сечении бандажа если $\beta > \theta$

$$\left. \begin{aligned}
 0 \leq j_2 \leq \theta & \quad M_{j_2} = M_0 + N_0 \cdot R_{\text{cp}} \cdot (1 - \cos j_2); \\
 \theta \leq j_2 \leq \beta & \quad M_{j_2} = M_0 + N_0 \cdot R_{\text{cp}} \cdot (1 - \cos j_2) + \theta_i \cdot R_{\text{cp}} \times \\
 & \quad \times \sin(j_2 - \theta); \\
 \beta \leq j_2 \leq \pi & \quad M_{j_2} = M_0 + N_0 \cdot R_{\text{cp}} \cdot (1 - \cos j_2) + \theta_i \cdot R_{\text{cp}} \times \\
 & \quad \times \sin(j_2 - \theta) - R_p \cdot R_{\text{cp}} \cdot \sin(j_2 - \beta);
 \end{aligned} \right\} \quad (1.57)$$

$$\begin{aligned}
 & \text{если } \theta > \beta \\
 \left. \begin{aligned}
 0 \leq j_2 \leq \beta & \quad M_{j_2} = M_0 + N_0 \cdot R_{\text{cp}} \cdot (1 - \cos j_2); \\
 \beta \leq j_2 \leq \theta & \quad M_{j_2} = M_0 + N_0 \cdot R_{\text{cp}} \cdot (1 - \cos j_2) - R_p \cdot R_{\text{cp}} \times \\
 & \quad \times \sin(j_2 - \beta); \\
 \theta \leq j_2 \leq \pi & \quad M_{j_2} = M_0 + N_0 \cdot R_{\text{cp}} \cdot (1 - \cos j_2) - R_p \cdot R_{\text{cp}} \times \\
 & \quad \times \sin(j_2 - \beta) + Q_i \cdot R_{\text{cp}} \cdot \sin(j_2 - \theta).
 \end{aligned} \right\} \quad (1.58)
 \end{aligned}$$

В (1.57), (1.58) N_0 — нормальная сила, равная сумме внутренних сил в сечениях приложения сил $Q_0, Q_1, Q_2, \dots, Q_n$:

$$N_0 = N_{00} + N_{01} + N_{02} + \dots + N_{0n}, \quad (1.59)$$

Эти нормальные силы определяются по

$$\left. \begin{aligned}
 N_{00} &= -\frac{Q_0}{2\pi} \cdot (\pi - \beta) \cdot \text{tg}\beta; \\
 N_{01} &= -\frac{Q_1}{\pi} \cdot [(\pi - \theta_1) \cdot \sin \theta_1 - (\pi - \beta) \cdot \cos \theta_1 \cdot \text{tg}\beta]; \\
 N_{02} &= -\frac{Q_2}{\pi} \cdot [(\pi - \theta_2) \cdot \sin \theta_2 - (\pi - \beta) \cdot \cos \theta_2 \cdot \text{tg}\beta]; \\
 &\dots\dots\dots \\
 N_{0n} &= -\frac{Q_n}{\pi} \cdot [(\pi - \theta_n) \cdot \sin \theta_n - (\pi - \beta) \cdot \cos \theta_n \cdot \text{tg}\beta].
 \end{aligned} \right\} \quad (1.60)$$

По расчетным данным строится эпюра изгибающих моментов и по (1.49) проверяется высота сечения бандажа (рис. 13).

Из эпюры видно, что за один оборот барабана каждая точка находится либо в сжатом, либо в растянутом напряженном состоянии (нагрузки циклически меняющиеся), поэтому необходимо проверить сечение на выносливость [4] и контактные напряжения.

1.4.1. Проверка на контактные напряжения

Учитывая, что максимальные контактные напряжения всегда имеют место в точках, близких поверхности $z \approx b$ (рис. 11, б), за расчетные принимаются напряжения изгиба на поверхности контакта бандажа с цилиндром. Кроме того, рассматриваются лишь точки плоскости (zx), т. е. принимается $y = 0$ и $\beta = \pi/2$. Тогда с учетом (1.48) и (1.49) значения контактных напряжений

$$\sigma_x = -2? \cdot p_0 \cdot e^{-\alpha}, \quad (1.61)$$

$$\sigma_y = -p_0 \cdot \left[e^{-\alpha} - \operatorname{sh}\alpha \left(1 - \frac{\operatorname{sh}2\alpha}{\operatorname{ch}2\alpha + 1} \right) \right], \quad (1.62)$$

$$\sigma_z = -p_0 \cdot \left[e^{-\alpha} + \operatorname{sh}\alpha \left(1 - \frac{\operatorname{sh}2\alpha}{\operatorname{ch}2\alpha + 1} \right) \right]. \quad (1.63)$$

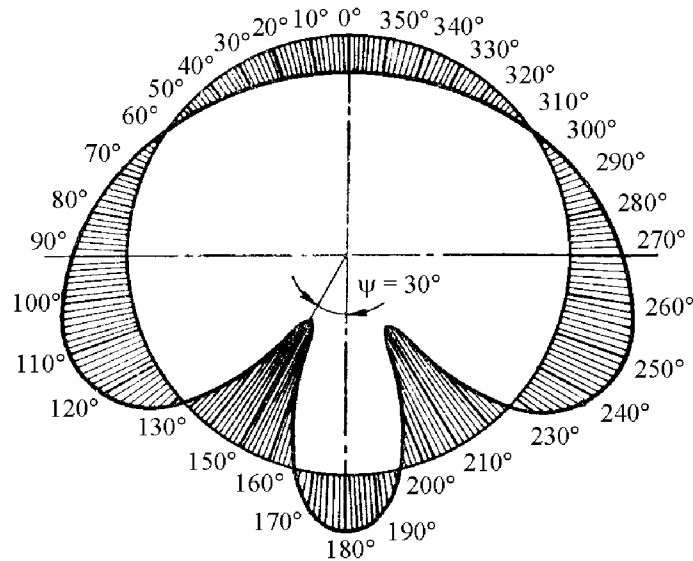


Рис. 13. Эпюра моментов, изгибающих бандаж

Учитывая соотношения $\operatorname{sh}2\alpha = 2\operatorname{sh}\alpha \cdot \operatorname{ch}\alpha$, $\operatorname{ch}2\alpha = \operatorname{ch}^2\alpha + \operatorname{sh}^2\alpha$, $\operatorname{ch}^2\alpha - \operatorname{sh}^2\alpha = 1$, $\operatorname{ch}\alpha - \operatorname{sh}\alpha = e^{-\alpha}$, формулы (1.61)÷(1.63) можно преобразовать и с учетом $\sigma_{\text{из}}$ к расчету принимаются

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 = \sigma_x &= -2? \cdot p_0 \cdot e^{-\alpha}; \\ \sigma_2 = \sigma_y &= -p_0 \cdot e^{-\alpha} \cdot (1 - \operatorname{th}\alpha) - \sigma_{\text{из}}; \\ \sigma_3 = \sigma_z &= -p_0 \cdot e^{-\alpha} \cdot (1 + \operatorname{th}\alpha). \end{aligned} \right\} \quad (1.64)$$

Определение этих главных напряжений в общем виде громоздко, поэтому расчет удобнее вести по точкам. Для этого задается ряд значений (α), например, $\alpha = 0; 0,1; 0,2 \dots$ и определяется $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$. Приведенные напряжения находятся для каждой точки по уравнению

$$\sigma_{\text{прив}} = \sigma_{\text{max}} - \sigma_{\text{min}}. \quad (1.65)$$

Пример. Изгибающие напряжения $\sigma_{\text{из}} = 2000 \text{ кг/см}^2 = 200 \text{ МПа}$, максимальное давление на площадке контакта $P_0 = 5000 \text{ кг/см}^2 = 500 \text{ МПа}$. Определить максимальные эквивалентные напряжения и сравнить их с допускаемыми. Все расчеты сводятся в табл. 1.

Табл. 1. Расчет напряжений на поверхности контакта

$z/b = \text{sh}\alpha$	0	0,10	0,20	0,30	0,40	0,52	0,64	0,76	0,89	1,03	1,17
α	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$e^{-\alpha}$	1,00	0,90	0,82	0,74	0,67	0,61	0,55	0,50	0,45	0,41	0,37
$p_0 \cdot e^{-\alpha} \times 10^{-3}$	5	4,52	4,10	3,71	3,35	3,03	2,74	2,49	2,25	2,03	1,84
$\text{th}\alpha$	0,00	0,10	0,19	0,30	0,39	0,46	0,54	0,61	0,65	0,72	0,76
$1 - \text{th}\alpha$	1	0,90	0,80	0,71	0,61	0,54	0,46	0,40	0,35	0,28	0,24
$1 + \text{th}\alpha$	1	1,10	1,19	1,30	1,40	1,46	1,54	1,60	1,65	1,71	1,76
$-\sigma_1 \cdot 10^{-3}$	3,00	2,71	2,45	2,22	2,01	1,82	1,65	1,50	1,35	1,22	1,10
$-\sigma_2 \cdot 10^{-3}$	7,00	6,07	5,30	4,63	4,05	3,64	3,27	2,68	2,80	2,58	2,54
$-\sigma_3 \cdot 10^{-3}$	5,00	4,98	4,89	4,78	4,66	4,43	4,22	3,99	3,70	3,40	3,24
$(\sigma_{\text{max}} - \sigma_{\text{min}}) \times 10^{-3}$	4,00	3,56	2,84	2,56	2,65	2,62	2,57	2,49	2,35	2,27	2,14

Из табл. 1 видно, что максимальное приведенное напряжение $\sigma_{\text{эКВ}} = 4000 \text{ кг/см}^2 = 400 \text{ МПа}$. Приведенное контактное напряжение, имеющее место на площадке касания, $\sigma_{\text{пр}} = 0,6 \cdot p_0 = 3000 \text{ кг/см}^2 = 300 \text{ МПа}$, что меньше максимального.

2. ПРИМЕР РАСЧЕТА МНОГООПОРНОГО БАРАБАНА

2.1. Расчет барабана на прочность

Спроектировать корпус барабана длиной 60 м, внутренним диаметром 3,6 м, температура внутри барабана 400°C.

2.1.1. Нахождение распределенной нагрузки

Расчет ведется по методике [3].

Для проектирования барабана выбираем по ГОСТ 19903-74 сталь прокатную толстолистовую. Ширина листа $l_1 = 2$ м.

Количество листов

$$n = \frac{L_6}{l_1}, \quad (2.1)$$

где $L_6 = 60$ м — длина барабана.

$$n = \frac{60}{2} = 30 \text{ листов.}$$

Ориентировочная толщина листа (стенки барабана)

$$\delta = 0,01 \cdot D_{\text{вн}}, \quad (2.2)$$

где $D_{\text{вн}} = 3,6$ м — внутренний диаметр барабана.

$$\delta = 0,01 \cdot 3,6 = 0,036 \text{ м.}$$

Длина листа

$$l = \pi \cdot D_{\text{ср}}, \quad (2.3)$$

где $D_{\text{ср}} = D_{\text{вн}} + \delta = 3,6 + 0,036 = 3,636$ м — средний диаметр барабана.

$$l = 3,14 \cdot 3,636 = 11,423 \text{ м.}$$

Вес металла

$$G_{\text{мет}} = \rho_{\text{мет}} \cdot V_{\text{мет}} \cdot g, \quad (2.4)$$

где $\rho_{\text{мет}} = 7850$ кг/м³ — плотность металла;

$V_{\text{мет}}$ — объем металла, м³, $V_{\text{мет}} = \pi \cdot D_{\text{ср}} \cdot L_6 \cdot \delta = 3,14 \cdot 3,636 \times$
 $\times 60 \cdot 0,036 = 24,673$ м³;

$g = 9,807$ м/с² — ускорение свободного падения.

$$G_{\text{мет}} = 7850 \cdot 24,673 \cdot 9,807 = 1,9 \cdot 10^6 \text{ Н} = 1900 \text{ кН.}$$

Футеровка барабана — кирпич кислотоупорный. Основные параметры по ГОСТ 474-67 (рис. 14) [5]:

- плотность $\rho = 2250$ кг/м³;

- длина $a = 230$ мм;
- ширина $b = 113$ мм;
- высота $h = 65$ мм.

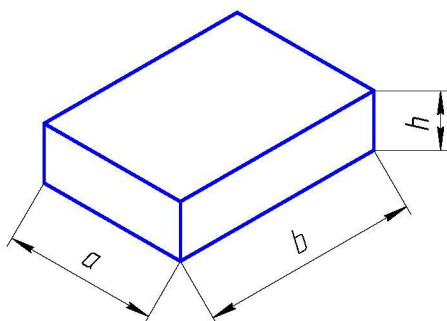


Рис. 14. Основные параметры кирпича

Площадь, занимаемая одним кирпичом,

$$S_{\text{к}} = h \cdot a = 0,065 \cdot 0,230 = 1,495 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2.$$

Количество кирпича, необходимое для футеровки барабана,

$$n_{\text{к}} = \frac{\pi \cdot D_{\text{ф}} \cdot L_{\text{б}}}{S_{\text{к}}}, \quad (2.5)$$

где $D_{\text{ф}}$ — внутренний диаметр футеровки, м, $D_{\text{ф}} = D_{\text{вн}} - 2 \cdot b = 3,6 - 2 \cdot 0,113 = 3,374$ м.

$$n_{\text{к}} = \frac{3,14 \cdot 3,374 \cdot L_{\text{б}}}{1,495 \cdot 10^{-2}} \approx 42541 \text{ кирпич.}$$

Объем одного кирпича

$$V_{\text{к}} = a \cdot b \cdot h = 0,230 \cdot 0,113 \cdot 0,065 = 1,689 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3.$$

Объем футеровки барабана

$$V_{\text{ф}} = V_{\text{к}} \cdot n_{\text{к}} = 1,689 \cdot 10^{-3} \cdot 42541 = 71,852 \text{ м}^3.$$

Схема способа футеровки представлена на рис. 15.

Вес футеровки

$$G_{\text{ф}} = V_{\text{ф}} \cdot \rho_{\text{ф}} \cdot g, \quad (2.6)$$

где $\rho_{\text{ф}}$ — плотность футеровки (кирпича), кг/м³.

$$G_{\text{ф}} = 71,852 \cdot 2250 \cdot 9,807 = 15,854 \cdot 10^5 \text{ Н} = 1585,4 \text{ кН.}$$

Вес наполнения

$$G_{\text{нап}} = V_{\text{вн}} \cdot \rho_{\text{нап}} \cdot g \cdot \varphi, \quad (2.7)$$

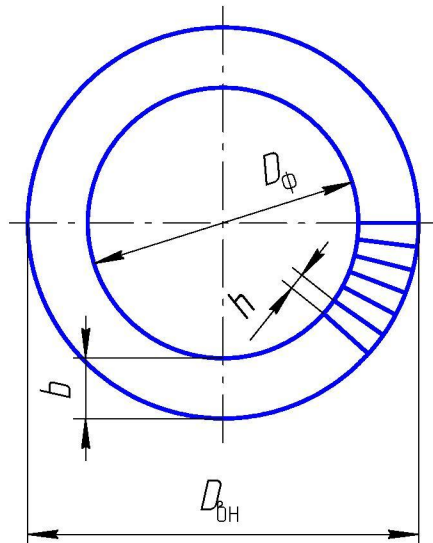


Рис. 15. Способ футеровки барабана печи

где $V_{вн}$ — внутренний объем печи, m^3 ; $V_{вн} = \pi \cdot D_{\phi}^2 \cdot L_{\sigma} / 4$;

$\rho_{нап}$ — насыпная плотность материала (принимается $\rho_{нап} = 2400 \text{ кг}/m^3$), $кг}/m^3$;

$\varphi = 0,45$ — коэффициент заполнения барабана.

$$G_{нап} = \frac{3,14 \cdot 3,374^2 \cdot 60}{4} \cdot 2400 \cdot 9,807 \cdot 0,45 = 5681 \text{ кН.}$$

Вес бандажей (6 бандажей, $m_{банд} = 200 \text{ кг}$)

$$G_{банд} = 6 \cdot m_{банд} \cdot g = 6 \cdot 200 \cdot 9,807 = 11,768 \text{ кН.}$$

Вес, входящий в распределенную нагрузку,

$$G_1 = (G_{мет} + G_{\phi} + G_{нап}) \cdot 1,1 + G_{банд}, \quad (2.8)$$

$$G_1 = (1900 + 1585,4 + 5681) \cdot 1,1 + 11,768 = 10094,8 \text{ кН.}$$

Распределенная нагрузка

$$q = \frac{G_1}{L_{\sigma}} = \frac{10094,8}{60} = 168,25 \text{ кН}/m.$$

Вес венцовой шестерни ($m_{вш} = 500 \text{ кг}$)

$$G_{вш} = m_{вш} \cdot g = 500 \cdot 9,807 = 4,903 \text{ кН.}$$

Общий вес барабана

$$G = G_1 + G_{вш} = (G_{мет} + G_{\phi} + G_{нап}) \cdot 1,1 + G_{банд} + G_{вш}, \quad (2.9)$$

$$G = 10094,8 + 4,903 \approx 10100 \text{ кН.}$$

2.1.2. Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов

Принимаем, что барабан опирается на 6 опор. Расстояние между опорами — 9 м, вылет — 7,5 м.

Имеем статически неопределимую систему. Расчет ведем по методике многопролетной неразрезной балки кольцевого сечения [2]. При расчете в качестве основной системы выбираем ту же балку, но с врезанными на опоры шарнирами, которые лишают балку «лишних» связей. В качестве неизвестных выступают изгибающие моменты x_1, x_2, x_3, x_4 .

Рассмотрим часть балки, опирающуюся на опоры А и Б (рис. 16).

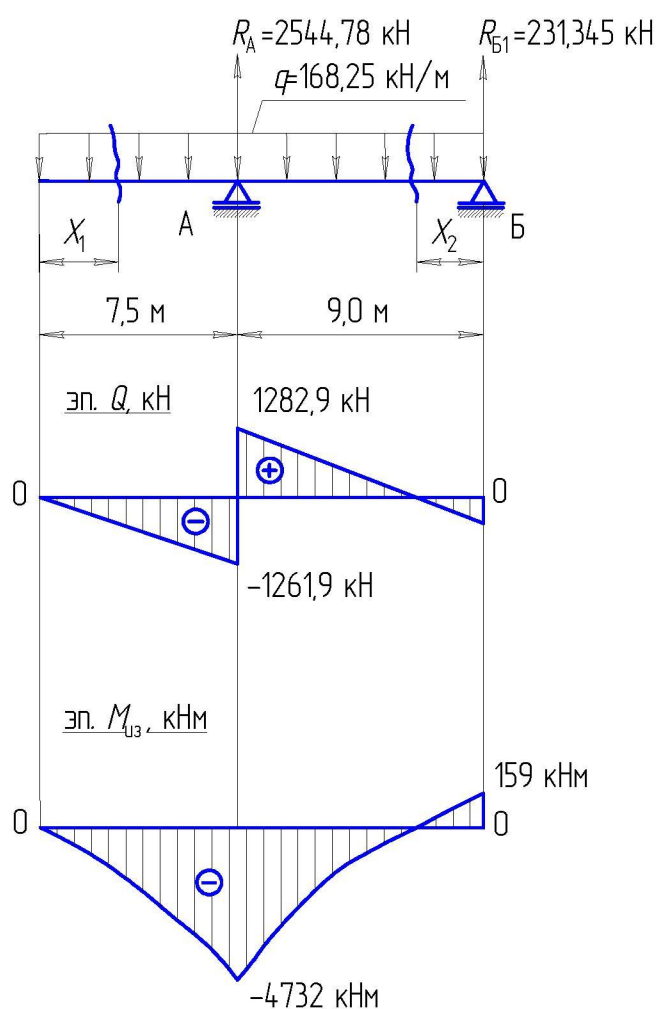


Рис. 16. Расчетная схема

Реакции R_A и R_{B1} находим из условия равновесия, записав уравнение моментов относительно каждой опоры.

Для опоры А: $\sum M_A = 0$.

$$q \cdot 7,5 \cdot 3,75 - q \cdot 9 \cdot 4,5 + R_{B1} \cdot 9 = 0.$$

$$R_{B1} = \frac{168,25 \cdot 9 \cdot 4,5 - 168,25 \cdot 7,5 \cdot 3,75}{9} = 231,345 \text{ кН.}$$

Для опоры Б: $\sum M_B = 0$.

$$q \cdot 16,5 \cdot 8,25 - R_A \cdot 9 = 0.$$

$$R_A = \frac{168,25 \cdot 16,5 \cdot 8,25}{9} = 2544,78 \text{ кН.}$$

Проверка: $\sum F_y = 0$.

$$R_A + R_{B1} - q \cdot 16,5 = 2544,78 + 231,345 - 168,25 \cdot 16,5 = 0.$$

Эпюра поперечных сил.

Сечение 1: $Q_{x1} = -q \cdot x_1$, $0 \leq x_1 \leq 7,5$ м.

$$Q_{x1}(0) = 0, \quad Q_{x1}(7,5) = -168,25 \cdot 7,5 = -1261,9 \text{ кН.}$$

Сечение 2: $Q_{x2} = q \cdot x_2 - R_{B1}$, $0 \leq x_2 \leq 9$ м.

$$Q_{x2}(0) = -231,345 \text{ кН}, \quad Q_{x2}(9) = -1282,9 \text{ кН.}$$

Эпюра изгибающих моментов.

Сечение 1: $M_{x1} = -q \cdot x_1^2 / 2$.

$$M_{x1}(0) = 0, \quad M_{x1}(7,5) = -4732 \text{ кНм.}$$

Сечение 2: $M_{x2} = -q \cdot x_2^2 / 2 + R_{B1} \cdot x_2$.

$$M_{x2}(0) = 159 \text{ кНм}, \quad M_{x2}(9) = -4732 \text{ кНм.}$$

Аналогично рассматриваем участки балки БВ, ВГ, ГД и ДЕ и строим для них эпюры поперечных сил и изгибающих моментов (рис. 17).

Далее рассматриваем те же участки балки, но вместо нагрузки прикладываем единичные моменты x_1, x_2, x_3, x_4 в местах разреза, т. е. на опорах. Строим единичные эпюры. Записываем канонические уравнения метода сил

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11} \cdot x_1 + \delta_{12} \cdot x_2 + \delta_{13} \cdot x_3 + \delta_{14} \cdot x_4 + \Delta_1 \cdot F &= 0; \\ \delta_{21} \cdot x_1 + \delta_{22} \cdot x_2 + \delta_{23} \cdot x_3 + \delta_{24} \cdot x_4 + \Delta_2 \cdot F &= 0; \\ \delta_{31} \cdot x_1 + \delta_{32} \cdot x_2 + \delta_{33} \cdot x_3 + \delta_{34} \cdot x_4 + \Delta_3 \cdot F &= 0; \\ \delta_{41} \cdot x_1 + \delta_{42} \cdot x_2 + \delta_{43} \cdot x_3 + \delta_{44} \cdot x_4 + \Delta_4 \cdot F &= 0; \end{aligned} \right\} \quad (2.10)$$

где x_1, x_2, x_3, x_4 — неизвестные изгибающие моменты;

δ_{ik} — перемещение по i -му направлению от единичного силового фактора, заменяющего x_k ;

$\Delta_i F$ — перемещение по i -му направлению от заданных нагрузок.

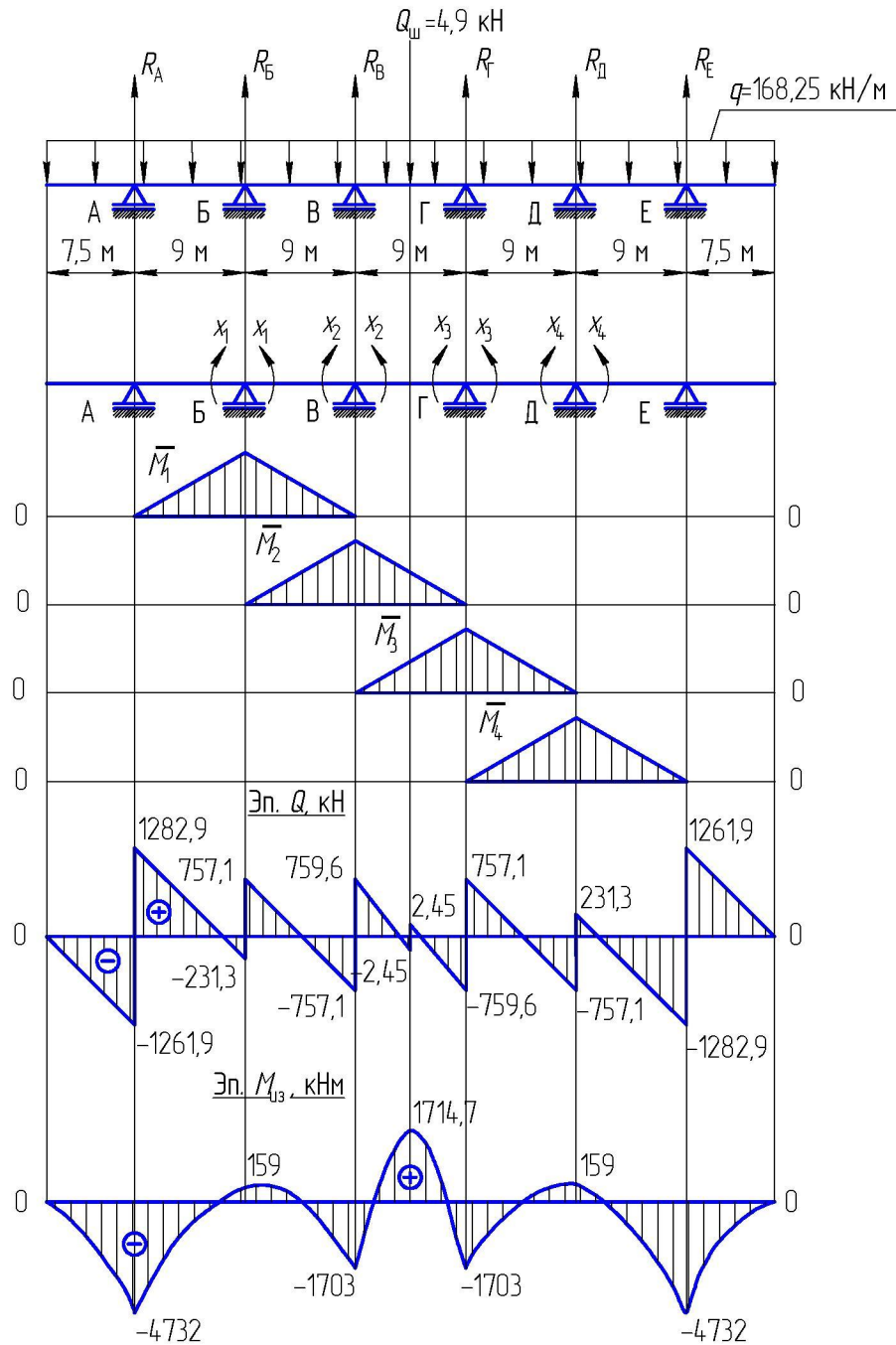


Рис. 17. Расчетная схема

$$\left. \begin{aligned}
\delta_{11} &= \frac{\overline{M_1 \cdot M_1}}{E \cdot J}; \delta_{12} = \delta_{21} = \frac{\overline{M_1 \cdot M_2}}{E \cdot J}; \delta_{13} = \delta_{31} = \frac{\overline{M_1 \cdot M_3}}{E \cdot J}; \\
\delta_{14} &= \delta_{41} = \frac{\overline{M_1 \cdot M_4}}{E \cdot J}; \\
\delta_{22} &= \frac{\overline{M_2 \cdot M_2}}{E \cdot J}; \delta_{23} = \delta_{32} = \frac{\overline{M_2 \cdot M_3}}{E \cdot J}; \delta_{24} = \delta_{42} = \frac{\overline{M_2 \cdot M_4}}{E \cdot J}; \\
\delta_{33} &= \frac{\overline{M_3 \cdot M_3}}{E \cdot J}; \delta_{34} = \delta_{43} = \frac{\overline{M_3 \cdot M_4}}{E \cdot J}; \delta_{44} = \frac{\overline{M_4 \cdot M_4}}{E \cdot J}; \\
\Delta_1 \cdot F &= \frac{M_F \cdot \overline{M_1}}{E \cdot J}; \Delta_2 \cdot F = \frac{M_F \cdot \overline{M_2}}{E \cdot J}; \Delta_3 \cdot F = \frac{M_F \cdot \overline{M_3}}{E \cdot J}; \\
\Delta_4 \cdot F &= \frac{M_F \cdot \overline{M_4}}{E \cdot J},
\end{aligned} \right\} \quad (2.11)$$

где $\overline{M_F}$ — площадь грузовой эпюры изгибающих моментов;

$\overline{M_{1-4}}$ — площадь единичной эпюры (если до знака «х») или ордината единичной эпюры, взятая под центром тяжести соответствующей грузовой или единичной эпюры (если после знака «х»);

E — модуль упругости;

J — момент инерции поперечного сечения.

$$\delta_{11} = \frac{\overline{M_1 \cdot M_1}}{E \cdot J} = \left(\frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 1 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 1 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 \right) \cdot \frac{1}{E \cdot J} = \frac{6}{E \cdot J};$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \frac{\overline{M_1 \cdot M_2}}{E \cdot J} = \left(\frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 1 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1 \right) \cdot \frac{1}{E \cdot J} = \frac{3}{2E \cdot J};$$

$$\delta_{13} = \delta_{31} = \frac{\overline{M_1 \cdot M_3}}{E \cdot J} = 0, \quad \delta_{14} = \delta_{41} = 0;$$

$$\delta_{22} = \frac{\overline{M_2 \cdot M_2}}{E \cdot J} = \left(\frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 1 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 1 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 \right) \cdot \frac{1}{E \cdot J} = \frac{6}{E \cdot J};$$

$$\delta_{23} = \delta_{32} = \frac{\overline{M_2 \cdot M_3}}{E \cdot J} = \left(\frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 1 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1 \right) \cdot \frac{1}{E \cdot J} = \frac{3}{2E \cdot J}; \quad \delta_{24} = \delta_{42} = 0;$$

$$\delta_{33} = \frac{\overline{M_3 \cdot M_3}}{E \cdot J} = \left(\frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 1 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 1 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 \right) \cdot \frac{1}{E \cdot J} = \frac{6}{E \cdot J};$$

$$\delta_{34} = \delta_{43} = \frac{\overline{M_3} \cdot \overline{M_4}}{E \cdot J} = \left(\frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 1 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot 9 \cdot 1 \right) \cdot \frac{1}{E \cdot J} = \frac{6}{E \cdot J};$$

$$\delta_{44} = \frac{\overline{M_4} \cdot \overline{M_4}}{E \cdot J} = \left(\frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 1 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 1 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 \right) \cdot \frac{1}{E \cdot J} = \frac{6}{E \cdot J};$$

$$\Delta_1 \cdot F = \frac{M_F \cdot \overline{M_1}}{E \cdot J} = \frac{1}{E \cdot J} \left(-\frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 4732 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 159 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 \right) = -\frac{6621}{E \cdot J};$$

$$\Delta_2 \cdot F = \frac{M_F \cdot \overline{M_2}}{E \cdot J} = \frac{1}{E \cdot J} \left(\frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 159 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 1703 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 \right) = \frac{4870,5}{E \cdot J};$$

$$\Delta_3 \cdot F = \frac{M_F \cdot \overline{M_3}}{E \cdot J} = \frac{1}{E \cdot J} \left(\frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 1714,7 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 1703 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1 \right) \cdot 2 =$$

$$= \frac{2607,15}{E \cdot J};$$

$$\Delta_4 \cdot F = \frac{M_F \cdot \overline{M_4}}{E \cdot J} = \frac{1}{E \cdot J} \left(\frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 159 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 1703 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 \right) = -\frac{2077,5}{E \cdot J}.$$

Полученные значения коэффициентов подставляем в (2.10)

$$\left. \begin{aligned} 12 \cdot x_1 + 6 \cdot x_2 - 13242 &= 0; \\ 6 \cdot x_3 + 6 \cdot x_1 + 12 \cdot x_2 - 9741 &= 0; \\ 6 \cdot x_2 + 12 \cdot x_3 + 12 \cdot x_4 + 5214,3 &= 0; \\ 6 \cdot x_3 + 6 \cdot x_4 - 2077,5 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.12)$$

Решая систему (2.12), получаем $x_1 = 322,725$ кНм; $x_2 = -1561,55$ кНм; $x_3 = -1822,325$ кНм; $x_4 = 2168,575$ кНм.

Рассматриваем части балки, учитывая нагрузку и полученные значения моментов, прикладывая их к местам разрезов (на опорах). Аналогично указанному выше способу строим эпюры поперечных сил и изгибающих моментов (рис. 18).

Для опоры А: $\sum M_A = 0$.

$$R_{B1} \cdot 9 - q \cdot 9 \cdot 4,5 + q \cdot 7,5 \cdot 3,75 - M_{B1} = 0.$$

$$R_{B1} = \frac{322,725 + 168,25 \cdot 7,5 \cdot 3,75 - 168,25 \cdot 9 \cdot 4,5}{9} = -1759,4 \text{ кН.}$$

Для опоры Б: $\sum M_B = 0$.

$$-R_A \cdot 9 + q \cdot 16,5 \cdot 8,25 - M_{B1} = 0.$$

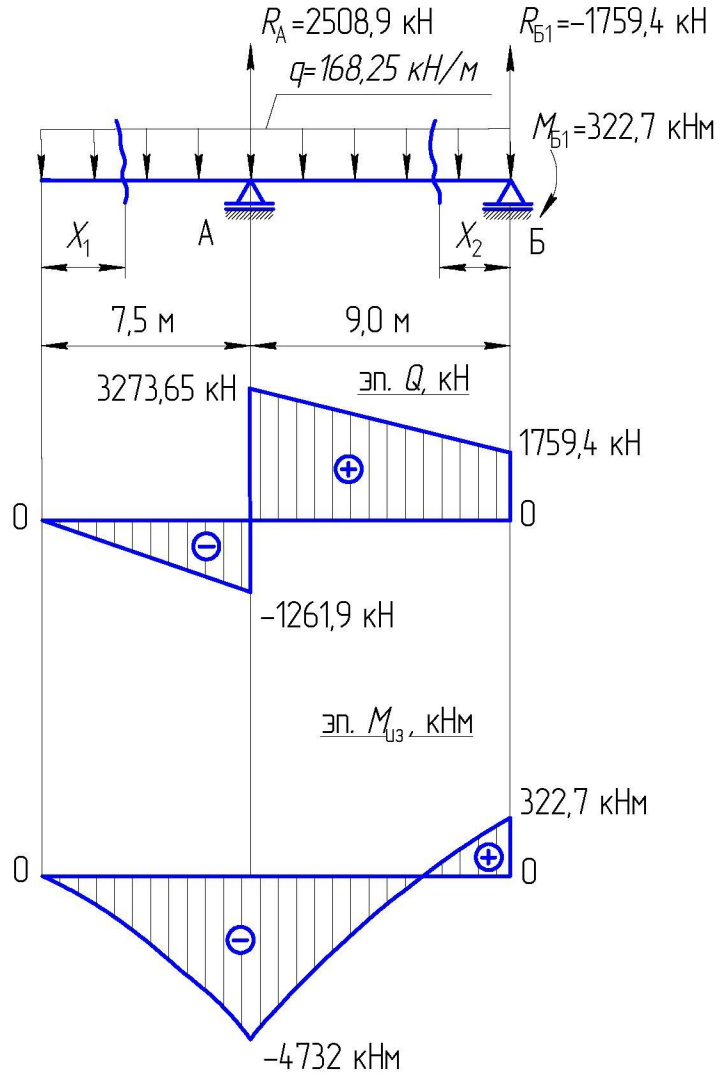


Рис. 18. Расчетная схема

$$R_A = \frac{168,25 \cdot 16,5 \cdot 8,25 - 322,725}{9} = 2508,9 \text{ кН.}$$

Эпюра поперечных сил.

Сечение 1: $Q_{x1} = -q \cdot x_1$, $0 \leq x_1 \leq 7,5$ м.

$$Q_{x1}(0) = 0, \quad Q_{x1}(7,5) = -168,25 \cdot 7,5 = -1261,9 \text{ кН.}$$

Сечение 2: $Q_{x2} = q \cdot x_2 - R_{B1}$, $0 \leq x_2 \leq 9$ м.

$$Q_{x2}(0) = 1759,4 \text{ кН}, \quad Q_{x2}(9) = 3273,65 \text{ кН.}$$

Эпюра изгибающих моментов.

Сечение 1: $M_{x1} = -q \cdot x_1^2 / 2$.

$$M_{x_1}(0) = 0, \quad M_{x_1}(7,5) = -4732 \text{ кНм.}$$

Сечение 2: $M_{x_2} = -q \cdot x_2^2 / 2 - R_{B1} \cdot x_2 - M_{B1}$.

$$M_{x_2}(0) = 322,725 \text{ кНм,} \quad M_{x_2}(9) = -4732 \text{ кНм.}$$

Эпюры поперечных сил и изгибающих моментов для всей балки представлены на рис. 19.

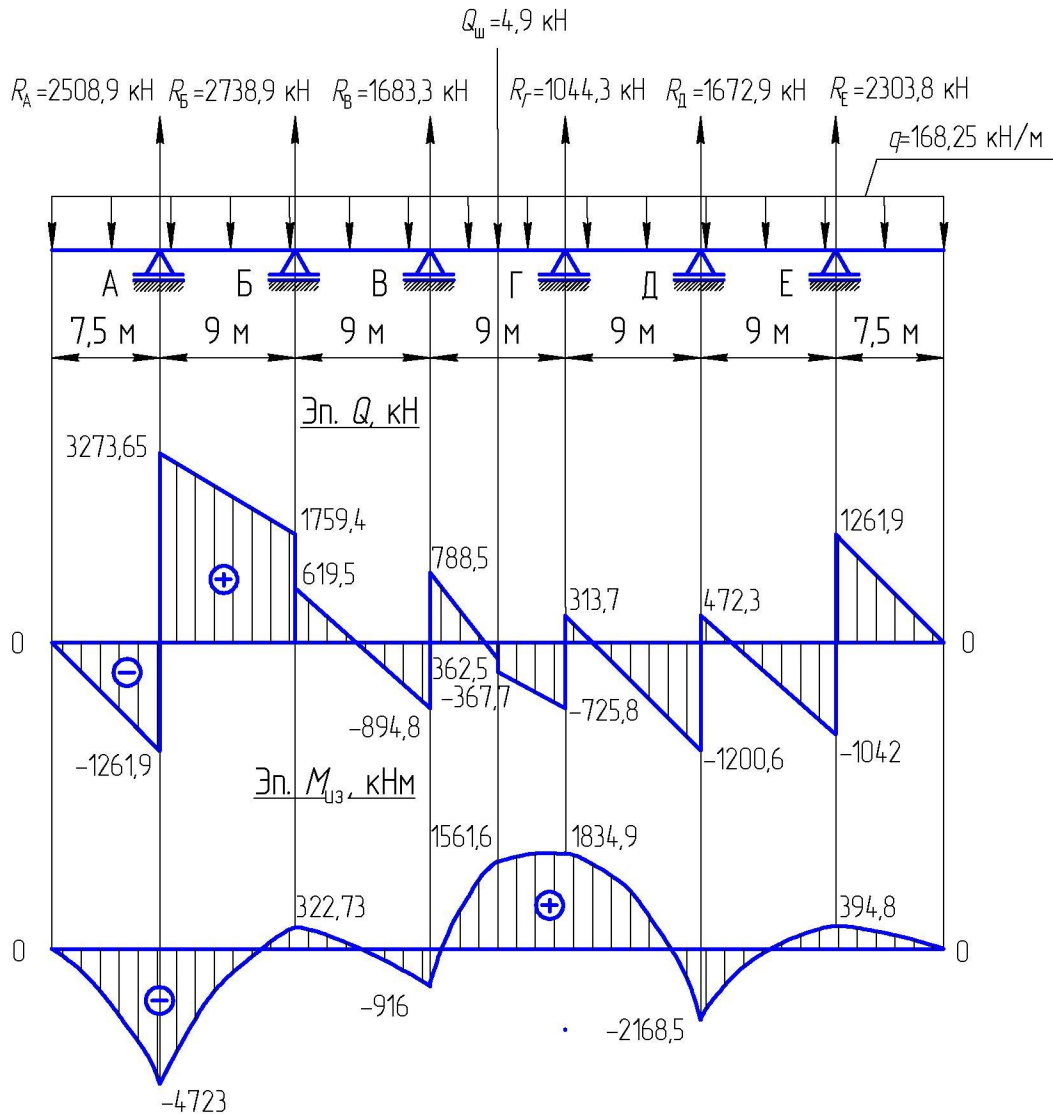


Рис. 19. Расчетная схема

Проверка:

$$\frac{M_F \cdot \overline{M}_{1-4}}{E \cdot J} = 0; \tag{2.13}$$

$$\frac{M_F \cdot \bar{M}_{1-4}}{E \cdot J} = \frac{1}{E \cdot J} \cdot \left(\frac{134,4 \cdot 6^3}{12} \cdot \left(\frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{2} \right) + \frac{134,4 \cdot 6^3}{12} \cdot (1+1) - \frac{1}{2} \times \right. \\ \times 259,8 - 6 \cdot \frac{1}{3} - 345 \cdot 6 \cdot \left(\frac{1}{2} + 1 \right) - \frac{1}{2} \cdot 89,4 \cdot 6 \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 434,4 \cdot 3 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 221,1 \times \\ \left. \times 3 \cdot (1+1) - \frac{1}{2} \cdot 348 \cdot 3 \cdot 1 - 348 \cdot 6 \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot 256,8 \cdot 6 \cdot \frac{1}{3} \right) = 6106,5 - 5107,4 = 0,9.$$

Погрешность вычислений

$$\Pi = \frac{2 \cdot 0,9}{6,1065 - 5,1074} \cdot 100\% = 0,016\% < [5\%].$$

Реакции опор и изгибающие моменты, действующие над опорами:

$$\begin{aligned} R_A &= 2508,9 \text{ кН}; & M_A &= 604,8 \text{ кНм}; \\ R_B &= R_{B1} + R_{B2} = 2738,9 \text{ кН}; & M_B &= 322,7 \text{ кНм}; \\ R_B &= R_{B1} + R_{B2} = 1683,3 \text{ кН}; & M_B &= 1561,5 \text{ кНм}; \\ R_\Gamma &= R_{\Gamma1} + R_{\Gamma2} = 1044,3 \text{ кН}; & M_\Gamma &= 1822,3 \text{ кНм}; \\ R_D &= R_{D1} + R_{D2} = 1672,9 \text{ кН}; & M_D &= 2168,6 \text{ кНм}; \\ R_E &= 2303,8 \text{ кН}; & M_E &= 714,2 \text{ кНм}. \end{aligned}$$

2.1.3. Напряжения в барабане

Расчет ведется по методике [3].

Полярный момент инерции полой балки круглого сечения с радиусом R_{cp} и толщиной стенки δ равен

$$J_0 = 2\pi \cdot \delta \cdot R_{cp}^3 = 2 \cdot 3,14 \cdot 0,036 \cdot (3,636/2)^3 = 1,359 \text{ м}^4. \quad (2.14)$$

Эквивалентный момент инерции относительно оси z

$$J_z = \frac{1}{2} \cdot J_0 = \pi \cdot \delta \cdot R_{cp}^3 = 3,14 \cdot 0,036 \cdot 1,818^3 = 0,679 \text{ м}^4. \quad (2.15)$$

Момент сопротивления относительно оси z

$$W_z = \frac{J_z}{R_{cp}} = \pi \cdot \delta \cdot R_{cp}^2 = 3,14 \cdot 0,036 \cdot 1,818^2 = 0,374 \text{ м}^4. \quad (2.16)$$

Напряжение в барабане

$$\sigma = \frac{M_{\max}}{W_z} \leq [\sigma], \quad (2.17)$$

где M_{\max} — максимальный изгибающий момент, действующий на барабан, $M_{\max} = M_{\text{Д}} = 2168,6$ кНм;

$[\sigma] = 20$ МПа — допускаемое напряжение для барабанов с футеровкой.

$$\sigma = \frac{2168,6 \cdot 10^3}{0,374} = 5,798 \cdot 10^6 \text{ Па} = 5,798 \text{ МПа} < 20 \text{ МПа}.$$

2.2. Расчет барабана на жесткость

Расчет ведется по методике [3].

Деформацию корпуса в пролете (стрелу прогиба) определяют, как в обычной пустотелой балке, по формуле

$$f_q^i = \frac{l_i^2}{16E \cdot J} \cdot \left(\frac{5 \cdot q_i \cdot l_i^2}{24} - (M_{i-1} + M_i) \right), \quad (2.18)$$

где l_i — расстояние между опорами, $l_i = 9$ м;

E — модуль упругости материала корпуса, $E \approx 2 \cdot 10^5$ МПа;

J — момент инерции поперечного сечения, $J = 0,679$ м⁴;

q_i — распределенная нагрузка, $q_i = 168,25$ кН/м;

M_{i-1} , M_i — изгибающие моменты над опорами слева и справа пролета соответственно.

Если в пролете кроме распределенной нагрузки q имеется еще сосредоточенная сила P , то прогиб в пролете только от силы P будет равен

$$f_P^i = \frac{1}{E \cdot J} \cdot \left(\frac{P \cdot b_1 \cdot l_i^2}{16} + P \cdot \frac{(0,5 \cdot l_i - a_1)^3}{6} - \frac{P \cdot b_1^3}{12} \right), \quad (2.19)$$

где a_1 , b_1 — расстояние от сосредоточенной силы до левой и правой опоры соответственно (сосредоточенная сила — венцовая шестерня ($G_{\text{вш}} = 4,9$ кН, а $a_1 = b_1 = l/2 = 4,5$ м)).

Общий прогиб в пролете равен сумме прогибов, т. е.

$$f^i = f_q^i + f_P^i. \quad (2.20)$$

Относительный прогиб

$$\xi_i = \frac{f^i}{D_{\text{ср}}} \leq [\xi], \quad (2.21)$$

где $[\xi] = 1/300 = 3,333 \cdot 10^{-3}$ — допускаемый относительный прогиб для барабана с футеровкой;

$D_{\text{ср}}$ — средний диаметр барабана, м.

Деформация корпуса в пролете ВГ:

$$f_q^{\text{ВГ}} = \frac{9^2}{16 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 0,679} \cdot \left(\frac{5 \cdot 168,25 \cdot 10^3 \cdot 9^2}{24} - (1651,55 + 1822,32) \cdot 10^3 \right) = 2,366 \cdot 10^{-5} \text{ м.}$$

$$f_p^{\text{ВГ}} = \frac{1}{2 \cdot 10^{11} \cdot 0,679} \cdot \left(\frac{4903 \cdot 4,5 \cdot 9^2}{16} - \frac{4903 \cdot 4,5^3}{12} \right) = 5,48 \cdot 10^{-7} \text{ м.}$$

$$f^{\text{ВГ}} = 2,366 \cdot 10^{-5} + 5,48 \cdot 10^{-7} = 2,421 \cdot 10^{-5} \text{ м.}$$

$$\xi^{\text{ВГ}} = \frac{2,421 \cdot 10^{-5}}{3,636} = 6,658 \cdot 10^{-6} \leq 3,333 \cdot 10^{-3}.$$

Аналогично рассчитываем прогибы для всех пролетов и результаты сводим в табл. 2.

Табл. 2. Результаты расчета барабана на жесткость

	АБ	БВ	ВГ	ГД	ДЕ
$f_q^i, \text{ м}$	$7,13 \cdot 10^{-5}$	$3,56 \cdot 10^{-5}$	$2,37 \cdot 10^{-5}$	$4,29 \cdot 10^{-5}$	$2,45 \cdot 10^{-6}$
$f_p^i, \text{ м}$	0	0	$5,48 \cdot 10^{-7}$	0	0
$f_i, \text{ м}$	$7,13 \cdot 10^{-5}$	$3,56 \cdot 10^{-5}$	$2,421 \cdot 10^{-5}$	$4,29 \cdot 10^{-5}$	$2,45 \cdot 10^{-6}$
ξ_i	$1,96 \cdot 10^{-5}$	$9,79 \cdot 10^{-5}$	$6,658 \cdot 10^{-6}$	$1,18 \cdot 10^{-5}$	$6,75 \cdot 10^{-7}$

2.3. Расчет бандажей

2.3.1. Нагрузки на свободно надетый бандаж, опирающийся на башмаки

Расчет ведется по методике [1].

Реакция опорного ролика (рис. 20)

$$R_p = \frac{R_{\text{оп}}}{2 \cdot \cos j}, \quad (2.22)$$

где $R_{\text{оп}} = \max(R_A \dots E) = R_A = 2508,8 \text{ кН}$ — максимальная реакция опоры;

j — половина угла между роликами. Принимаем по [4] $j = 30^\circ$.

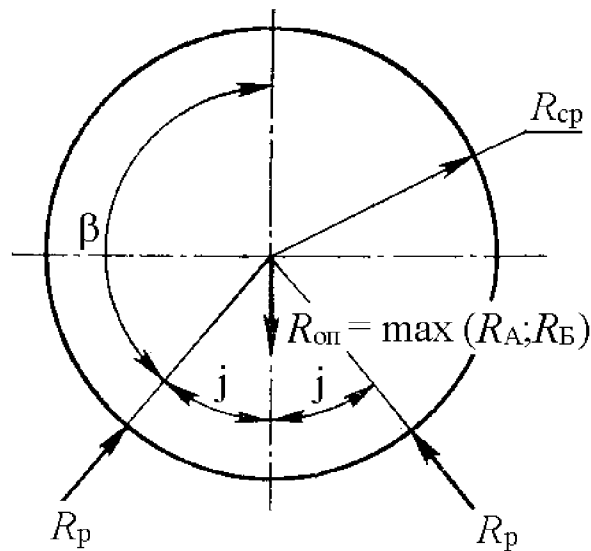


Рис. 20. Схема действия опорных реакций

Согласно формуле (2.22)

$$R_p = \frac{2508,9 \cdot 10^3}{2 \cdot \cos 30^\circ} = 1448,5 \text{ кН.}$$

Угол между бандажами

$$j_1 = \frac{2\pi}{n_{\bar{6}}}, \quad (2.23)$$

где $n_{\bar{6}}$ — число башмаков (четное число). Принимаем $n_{\bar{6}} = 36$.

$$j_1 = \frac{2 \cdot 3,14}{36} = 0,174 \text{ рад} = 10^\circ.$$

Силы, действующие на башмак,

$$Q_0 = \frac{4 \cdot R_{\text{оп}}}{n_{\bar{6}}}. \quad (2.24)$$

Когда один башмак расположен в самой нижней точке вертикального диаметра (рис. 21), то

$$Q_i = Q_0 \cdot \cos(ij_1), \quad (2.25)$$

где $i = 0, 1, \dots, n_{\bar{6}1}$ — порядковый номер башмака;

$n_{\bar{6}1}$ — число башмаков в одном квадранте.

$$n_{\bar{6}1} = \frac{n_{\bar{6}} - 2}{4}. \quad (2.26)$$

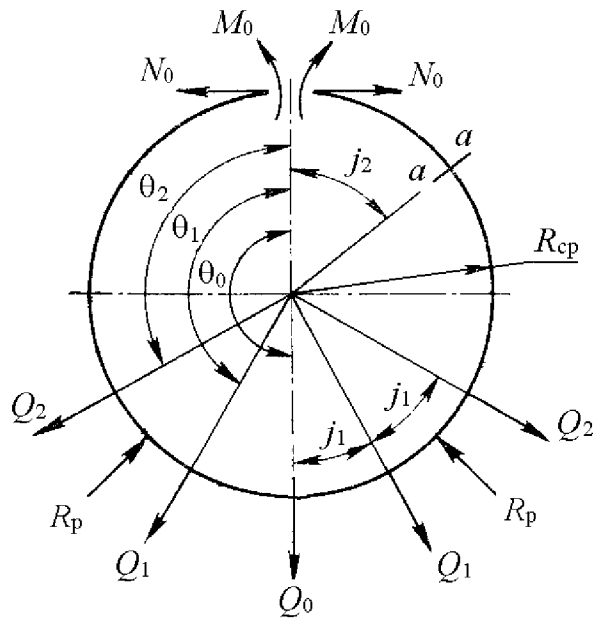


Рис. 21. Нагрузки, действующие на бандаж

Согласно формуле (2.24)

$$Q_0 = \frac{4 \cdot 2508900}{36} = 278,766 \text{ кН.}$$

Согласно формуле (2.26)

$$n_{\bar{b}1} = \frac{36 - 2}{4} = 8,5 \approx 8 \text{ (т. к. число башмаков целое).}$$

Согласно формуле (2.25)

$$Q_i = 278,766 \cdot 10^3 \cdot \cos(1 \cdot 10^\circ) = 274,53 \text{ кН.}$$

Аналогично определяем силы, действующие на каждый башмак, и результаты сводим в табл. 3.

Табл. 3. Результаты расчета сил, действующих на башмак

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Q_i , кН	278,77	274,53	261,95	241,42	213,46	179,19	139,38	95,34	48,41

Изгибающий момент M_0 и нормальная сила N_0 , действующие в ключевом сечении бандажа, показаны на рис. 21. Бандаж является замкнутой статически неопределимой системой, нагруженной внешними силами, симметричными относительно вертикали.

Действие каждой пары сил рассматривают отдельно и затем результат суммируют. Определив силы, действующие на каждый башмак, находим расчетные углы для отдельных пар сил (см. рис. 21):

$$\left. \begin{array}{l} Q_0; Q_0 = 180^\circ; \\ Q_1; Q_1 = Q_0 - j_1; \\ Q_2; Q_2 = Q_1 - j_1; \\ \dots\dots\dots \\ Q_8; Q_8 = Q_7 - j_1. \end{array} \right\} \quad (2.27)$$

Чтобы система стала статически определимой, необходимо мысленно расцезь бандаж в ключевом сечении и нарушенную связь заменить моментом M_0 и нормальной силой N_0 , значения которых легко определить с помощью метода Кастельяно:

$$\left. \begin{array}{l} M_{00} = -\frac{Q_0 \cdot R_{\text{ср}}}{2\pi} \cdot \left(1 + \frac{1}{\cos \beta} - (\pi - \beta) \cdot \text{tg } \beta \right); \\ M_{01} = -\frac{Q_1 \cdot R_{\text{ср}}}{\pi} \cdot \left(1 - \frac{\cos \theta_1}{\cos \beta} - (\pi - \theta_1) \cdot \sin \theta_1 + (\pi - \beta) \cdot \cos \theta_1 \cdot \text{tg } \beta \right); \\ M_{02} = -\frac{Q_2 \cdot R_{\text{ср}}}{\pi} \cdot \left(1 - \frac{\cos \theta_2}{\cos \beta} - (\pi - \theta_2) \cdot \sin \theta_2 + (\pi - \beta) \cdot \cos \theta_2 \cdot \text{tg } \beta \right); \\ \dots\dots\dots \\ M_{08} = -\frac{Q_8 \cdot R_{\text{ср}}}{\pi} \cdot \left(1 - \frac{\cos \theta_8}{\cos \beta} - (\pi - \theta_8) \cdot \sin \theta_8 + (\pi - \beta) \cdot \cos \theta_8 \cdot \text{tg } \beta \right), \end{array} \right\} \quad (2.28)$$

где $R_{\text{ср}} = D_{\text{ср.банд}}/2$ — средний диаметр бандажа, который для расчетов примем $D_{\text{ср.банд}} = 1,1 \cdot D_{\text{н}} = 1,1 \cdot 3,672 = 4,039$ м, $R_{\text{ср}} = 4,039/2 = 2,019$ м;

$$\beta = 180^\circ - j = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ \text{ (рис. 20).}$$

Суммируя, получим

$$M_0 = M_{00} + M_{01} + M_{02} + \dots + M_{08}, \quad (2.29)$$

где $M_{00}, M_{01}, M_{02}, \dots, M_{08}$ — изгибающие моменты от действующих на бандаж сил $Q_{00}, Q_{01}, Q_{02}, \dots, Q_{08}$ соответственно (см. рис. 21):

$$\left. \begin{aligned}
 N_{00} &= -\frac{Q_0}{2\pi} \cdot (\pi - \beta) \cdot \operatorname{tg} \beta; \\
 N_{01} &= -\frac{Q_1}{\pi} \cdot ((\pi - \theta_1) \cdot \sin \theta_1 - (\pi - \beta) \cdot \cos \theta_1 \cdot \operatorname{tg} \beta); \\
 N_{02} &= -\frac{Q_2}{\pi} \cdot ((\pi - \theta_2) \cdot \sin \theta_2 - (\pi - \beta) \cdot \cos \theta_2 \cdot \operatorname{tg} \beta); \\
 &\dots\dots\dots \\
 N_{08} &= -\frac{Q_8}{\pi} \cdot ((\pi - \theta_8) \cdot \sin \theta_8 - (\pi - \beta) \cdot \cos \theta_8 \cdot \operatorname{tg} \beta).
 \end{aligned} \right\} \quad (2.30)$$

Суммируя, получим

$$N_0 = N_{00} + N_{01} + N_{02} + \dots + N_{08}, \quad (2.31)$$

где $N_{00}, N_{01}, N_{02}, \dots, N_{08}$ — нормальные внутренние силы в сечениях приложения сил $Q_{00}, Q_{01}, Q_{02}, \dots, Q_{08}$ соответственно:

$$\begin{aligned}
 M_{00} &= -\frac{278766 \cdot 2,019}{2 \cdot 3,14} \cdot \left(1 + \frac{1}{\cos 150^\circ} - (\pi - 150^\circ) \cdot \operatorname{tg} 150^\circ \right) = \\
 &= -69,753 \text{ кНм};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M_{01} &= -\frac{276766 \cdot 2,019}{3,14} \cdot \left(1 - \frac{\cos 170^\circ}{\cos 150^\circ} - \frac{\pi}{18} \cdot \sin 170^\circ + \frac{\pi}{6} \cdot \cos 170^\circ \cdot \operatorname{tg} 150^\circ \right) = \\
 &= -22,978 \text{ кНм};
 \end{aligned}$$

$$N_{00} = -\frac{278766}{2 \cdot 3,14} \cdot \frac{\pi}{6} \cdot \operatorname{tg} 150^\circ = 13,412 \text{ кН};$$

$$N_{01} = -\frac{274530}{3,14} \cdot \left(\frac{\pi}{18} \cdot \sin 170^\circ - \frac{\pi}{6} \cdot \cos 170^\circ \cdot \operatorname{tg} 150^\circ \right) = 23,367 \text{ кН}.$$

Значения величин, рассчитанных по формулам (2.27), (2.28) и (2.30) сводим в табл. 4.

Табл. 4. Результаты расчета сил и моментов

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Q_i , кН	278,77	274,53	261,95	241,42	213,46	179,19	139,38	95,34	48,41
θ_i , град	180	170	160	150	140	130	120	110	100
M_i , кНм	-13,22	-22,99	-13,40	0	13,96	24,92	29,84	26,94	16,27
N_i , кН	13,41	23,37	13,73	0	-14,76	-27,05	-33,53	-31,70	-20,38

Согласно формулам (2.29) и (2.31)

$$M_0 = \sum M_{0i} = 62,325 \text{ кНм.}$$

$$N_0 = \sum N_{0i} = 62,325 \text{ кНм.}$$

Изгибающий момент в любом сечении бандажа (см. рис. 21)

$$\theta = 90^\circ \text{ по [4]; } \beta = 180^\circ - j = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ;$$

При $\theta < \beta$:

$$\left. \begin{aligned} 0 \leq j_2 \leq \theta & \quad M_{j_2} = M_0 + N_0 \cdot R_{\text{ср}} \cdot (1 - \cos j_2); \\ \theta \leq j_2 \leq \beta & \quad M_{j_2} = M_0 + N_0 \cdot R_{\text{ср}} \cdot (1 - \cos j_2) + Q_i \cdot R_{\text{ср}} \times \\ & \quad \times \sin(j_2 - \theta); \\ \beta \leq j_2 \leq \pi & \quad M_{j_2} = M_0 + N_0 \cdot R_{\text{ср}} \cdot (1 - \cos j_2) + Q_i \cdot R_{\text{ср}} \times \\ & \quad \times \sin(j_2 - \theta) - R_p \cdot R_{\text{ср}} \cdot \sin(j_2 - \beta); \end{aligned} \right\} \quad (2.32)$$

$$j_2 \leq 0^\circ \quad M_{j_2} = 62325 - 76910 \cdot 2,019 \cdot (1 - \cos 0^\circ) = 62,325 \text{ кНм;}$$

$$j_2 = 100^\circ \quad M_{j_2} = 62325 - 76910 \cdot 2,019 \cdot (1 - \cos 100^\circ) + 48407 \cdot 2,019 \times \\ \times \sin(100^\circ - 90^\circ) = -102,949 \text{ кНм;}$$

$$j_2 = 160^\circ \quad M_{j_2} = 62325 - 76910 \cdot 2,019 \cdot (1 - \cos 160^\circ) + 261954 \cdot 2,019 \times \\ \times \sin 70^\circ - 1448500 \cdot 2,019 \cdot \sin 10^\circ = -249,721 \text{ кНм.}$$

Значения изгибающих моментов, рассчитанные по (2.32), сведены в табл. 5.

Табл. 5. Результаты расчета изгибающих моментов

i_2, \dots°	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
$M_{i_2},$ кНм	62,33	59,97	52,96	41,52	26,00	6,87	-153,2	-39,85	-65,99	-93,00

Окончание табл. 5

i_2, \dots°	100	110	120	130	140	150	160	170	180
$M_{i_2},$ кНм	-103,0	-80,23	-29,90	39,78	118,40	194,70	-249,7	-700,3	-1148

По данным табл. 5 строится эпюра изгибающих моментов в бандаже (рис. 22).

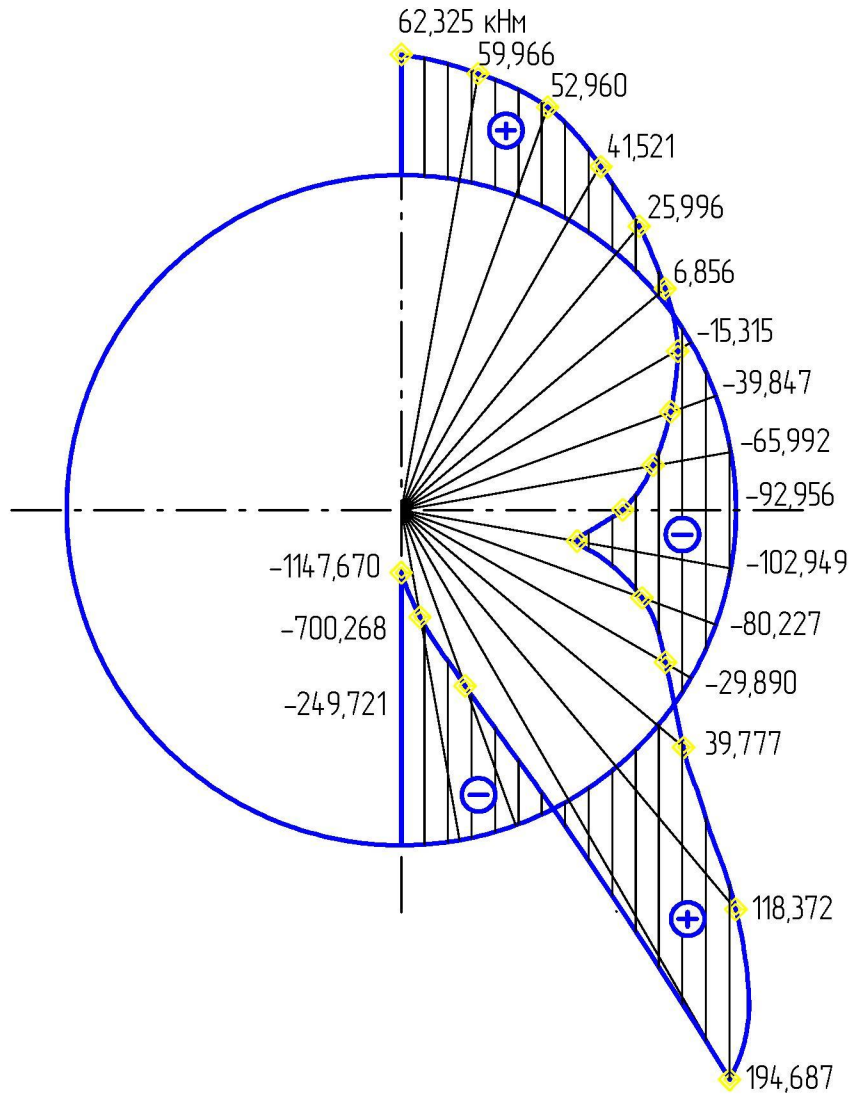


Рис. 22. Эпюра изгибающих моментов в бандаже

2.3.2. Геометрические размеры бандаж и опорного ролика

Расчет ведется по методике [1].

Ширина бандаж

$$b = 0,59^2 \cdot \frac{R_p \cdot E_1 \cdot E_2 \cdot 2 \cdot (D_{\text{н.банд}} + d_p)}{[\sigma_k]^2 \cdot (E_1 + E_2) \cdot D_{\text{н.банд}} \cdot d_p}, \quad (2.33)$$

где $R_p = 1448,5 \cdot 10^3$ Н — реакция опорного ролика (см. подраздел 2.3.1);

E_1 и E_2 — модули упругости материала бандажа и опорного ролика соответственно, $E_1 = E_2 = E = 2 \cdot 10^{11}$ Па (принимая, что бандаж и ролик сделаны из одного материала);

$[\sigma_k] = 500$ МПа — допускаемое контактное напряжение;

$D_{\text{н.банд}}$ — наружный диаметр бандажа, м;

d_p — диаметр опорного ролика, м. Для расчетов можно принять, что $0,25 \cdot D_{\text{н.банд}} \leq d_p \leq 0,33 \cdot D_{\text{н.банд}}$.

Для дальнейших расчетов ориентировочно принимаем

$$d_p = 0,3 \cdot D_{\text{н.банд}}. \quad (2.34)$$

Высота сечения бандажа

$$h_{\text{банд}} = \sqrt{\frac{6 \cdot M_{\text{max}}}{b \cdot [\sigma_{\text{из}}]}}, \quad (2.35)$$

где $M_{\text{max}} = 1148$ кНм — максимальный изгибающий момент в сечении бандажа (см. табл. 5);

$[\sigma_{\text{из}}]$ — допускаемое напряжение на изгиб, $[\sigma_{\text{из}}] = 0,65 \cdot \sigma_B = 0,65 \cdot 550 = 357,5$ МПа.

Наружный диаметр бандажа

$$D_{\text{н.банд}} = D_{\text{ср.банд}} + h_{\text{банд}}, \quad (2.36)$$

где $D_{\text{ср.банд}} = 4,039$ м — средний диаметр бандажа (см. подраздел 2.3.1).

Внутренний диаметр бандажа

$$D_{\text{вн.банд}} = D_{\text{ср.банд}} - h_{\text{банд}}. \quad (2.37)$$

Решая (2.33)÷(2.36) совместно, как систему уравнений, получим:

$b = 1,748$ м; $h_{\text{банд}} = 0,105$ м; $d_p = 1,736$ м; $D_{\text{н.банд}} = 4,144$ м.

Округляя значения b , $h_{\text{банд}}$, d_p , окончательно принимаем:

$b = 1,75$ м; $h_{\text{банд}} = 0,11$ м; $d_p = 1,75$ м.

Тогда, согласно формуле (2.35), действительное напряжение изгиба составит

$$\sigma_{\text{из}} = \frac{6 \cdot M_{\text{max}}}{b \cdot h_{\text{банд}}^2} = \frac{6 \cdot 1148 \cdot 10^3}{1,75 \cdot 0,11^2} = 3,252 \cdot 10^8 \text{ Па} = 325,2 \text{ МПа} < 357,5 \text{ МПа} = [\sigma_{\text{из}}].$$

Согласно формулам (2.35) и (2.37)

$$D_{\text{н.банд}} = 4,039 + 0,11 = 4,15 \text{ м};$$

$$D_{\text{вн.банд}} = 4,039 - 0,11 = 3,93 \text{ м}.$$

Ширина опорного ролика

$$b_p = b + U_p, \quad (2.38)$$

где U_p — конструктивная добавка, компенсирующая отклонения, возникающие при монтаже, $U_p = 30 \div 50$ мм.

$$b_p = 1,75 + 0,05 = 1,8 \text{ м}.$$

2.3.3. Расчет бандажей на выносливость

Расчет ведется по методике [4].

Нагрузка на единицу длины цилиндра

$$P = \frac{R_p}{b}, \quad (2.39)$$

где $R_p = 1448,5$ кН — реакция опорного ролика.

$$P = \frac{1448,5 \cdot 10^3}{1,75} = 827,714 \text{ кН/м}.$$

Максимальное давление по площади контакта

$$p_0 = 0,418 \cdot \sqrt{P \cdot E \cdot \frac{r_p + R_{\text{н.банд}}}{r_p \cdot R_{\text{н.банд}}}}, \quad (2.40)$$

где r_p и $R_{\text{н.банд}}$ — радиус опорного ролика и наружный радиус бандажа соответственно, м,

$$r_p = \frac{d_p}{2} = \frac{1,75}{2} = 0,875 \text{ м}; \quad R_{\text{н.банд}} = \frac{D_{\text{н.банд}}}{2} = \frac{4,15}{2} = 2,075 \text{ м}.$$

$$p_0 = 0,418 \cdot \sqrt{827714 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot \frac{0,875 + 2,075}{0,875 \cdot 2,075}} = 2,168 \cdot 10^8 \text{ Па} = 216,8 \text{ МПа}.$$

Учитывая, что максимальные контактные напряжения всегда имеют место в точках, близких к поверхности, напряжение изгиба принимается на поверхности контакта бандажа с цилиндром.

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= -2 \cdot ? \cdot p_0 \cdot e^{-\alpha}; \\ \sigma_y &= -p_0 \cdot e^{-\alpha} \cdot (1 - \text{th } \alpha) - \sigma_{\text{из}} = \sigma_2; \\ \sigma_z &= -p_0 \cdot e^{-\alpha} \cdot (1 + \text{th } \alpha) = \sigma_3. \end{aligned} \right\} \quad (2.41)$$

Определение предельных напряжений в общем виде громоздко и их удобнее рассчитывать по точкам. Присваивая α ряд значений, например $\alpha = 0; 0,1; 0,2 \dots$, определяем значения σ_1, σ_2 и σ_3 .

После этого для каждой точки определяем приведенное напряжение

$$\sigma_{\text{прив}} = \sigma_{\text{max}} - \sigma_{\text{min}}, \quad (2.42)$$

где σ_{max} и σ_{min} берутся с учетом знака.

Расчет приведенных напряжений сводится в табл. 6.

Табл. 6. Результаты расчета приведенных напряжений

$z/b =$ $= \text{sh } \alpha$	0	0,10	0,20	0,31	0,41	0,52	0,64	0,76	0,89	1,03	1,18
α , рад	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$e^{-\alpha}$	1,00	0,91	0,82	0,74	0,67	0,61	0,55	0,50	0,45	0,41	0,37
$p_0 e^{-\alpha}$, МПа	216,80	196,20	177,56	160,65	145,25	131,60	119,02	107,75	97,34	88,24	79,78
$\text{th } \alpha$	0,00	0,10	0,20	0,30	0,38	0,46	0,54	0,60	0,66	0,72	0,76
$1 - \text{th } \alpha$	1	0,90	0,80	0,71	0,62	0,54	0,46	0,40	0,34	0,28	0,24
$1 + \text{th } \alpha$	1	1,10	1,20	1,29	1,38	1,46	1,54	1,60	1,66	1,72	1,76
$-\sigma_1$, МПа	130,08	117,72	106,54	96,39	87,15	78,96	71,41	64,65	58,40	52,94	47,87
$-\sigma_2$, МПа	108,40	148,62	182,62	211,30	235,14	254,40	270,09	282,53	292,49	300,14	306,21
$-\sigma_3$, МПа	216,80	215,82	212,54	207,40	200,45	192,40	182,93	172,83	161,97	151,42	140,57
$-\sigma_{\text{прив}}$, МПа	108,40	98,10	106,00	114,91	147,99	175,44	198,68	217,88	234,09	247,20	258,34

Как видно из табл. 6, максимальное приведенное напряжение, $\sigma_{\text{прив}} = 258,34$ МПа, что больше приведенного напряжения от контакта, равного

$$\sigma_{\text{пр.к}} = 0,6 \cdot p_0 = 0,6 \cdot 216,8 \cdot 10^6 = 130,08 \text{ МПа,}$$

и имеет место на площадке соприкосновения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Михалев М. В. Расчет и конструирование машин и аппаратов химических производств. — Л.: Машиностроение, 1984. — 301 с.
2. Рудицин М. Н. Справочное пособие по сопротивлению материалов. — Мн.: Вышэйшая школа, 1970. — 629 с.
3. Банит Ф. Г., Несвижский О. А. Механическое оборудование цементных заводов. — М.: Машиностроение, 1967. — 308 с.
4. Конторович З. Б. Основы расчета химических машин и аппаратов. — Л.: Машгиз, 1960. — 743 с.
5. Лацинский А. А. Конструирование сварных химических аппаратов. — Л.: Машиностроение, 1981. — 382 с.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
1. Расчет медленно вращающихся обечаек	4
1.1. Основные положения	4
1.2. Определение нагрузок действующих на оболочку	5
1.3. Определение реакций опор и изгибающих моментов	6
1.3.1. Расчет «коротких» оболочек	7
1.3.2. Расчет «длинных» оболочек	9
1.4. Расчет бандажей	17
1.4.1. Проверка на контактные напряжения	23
2. Пример расчета многоопорного барабана	25
2.1. Расчет барабана на прочность	25
2.1.1. Нахождение распределенной нагрузки	25
2.1.2. Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов	28
2.1.3. Напряжения в барабане	35
2.2. Расчет барабана на жесткость	36
2.3. Расчет бандажей	37
2.3.1. Нагрузки на свободно надетый бандаж, опирающийся на башмаки	37
2.3.2. Геометрические размеры бандажа и опорного ролика	43
2.3.3. Расчет бандажей на выносливость	45
Литература	47

Учебное издание

Новосельская Людмила Викторовна,
Гарабажиу Александр Андреевич

РАСЧЕТ И КОНСТРУИРОВАНИЕ МАШИН И АГРЕГАТОВ

Учебное пособие

Редактор Т. Е. Самсанович

Подписано в печать 20.01.2004. Формат 60x84¹/16.

Бумага офсетная. Усл. печ. л. 3,4. Усл. кр.-отг. 3,4. Уч.-изд. л. 2,9.

Тираж 50 экз. Заказ .

Учреждение образования

«Белорусский государственный технологический университет».

220050. Минск, Свердлова, 13а.

Лицензия ЛВ № 276 от 15.04.2003.

Отпечатано на ризографе Белорусского государственного
технологического университета. 220050. Минск, Свердлова, 13.