

УДК 537.633.2

В. Р. Мадьяров, кандидат физико-математических наук, доцент (БГТУ)**СВЧ-ДИАГНОСТИКА ПОЛУПРОВОДНИКОВ
НА ОСНОВЕ КИНЕТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПЕРЕНОСА НОСИТЕЛЕЙ ЗАРЯДА**

На основе решения кинетического уравнения Больцмана получено выражение для холловской подвижности в СВЧ-области через параметры зонной структуры полупроводника. Показано, что независимо от поперечных размеров образца холловскую подвижность можно определить, измерив проводимости плоского полупроводникового образца в двух взаимно перпендикулярных направлениях. Экспериментальная проверка расчета диэлектрической проницаемости согласно кинетической модели проводилась на СВЧ-интерферометре в области частот 30–80 ГГц по измерению фазового сдвига зондирующего излучения. Получено удовлетворительное соответствие между результатами расчета с использованием энергетической зависимости времени релаксации $\tau \sim (W/kT)^{-1/2}$ и экспериментальными данными для образца *n*-Ge.

On the basis of solution of Boltzmann kinetic equation the relation was obtained between Hall mobility in the VHF region and semiconductor energy band parameters. It is shown that irrespective of the sample lateral dimensions the Hall mobility can be found by measuring semiconductor sample conductivity in orthogonally related directions. Dielectric permeability calculations according to the kinetic model were verified experimentally using VHF interferometer in the range of 30–80 GHz by phase shift measurements of probing radiation. The calculated results for the *n*-Ge thin sample were found to be in satisfactory agreement with experimental data provided that relaxation time dependence of the type $\tau \sim (W/kT)^{-1/2}$ was used.

Введение. Методы СВЧ-диагностики полупроводников позволяют определить проводимость и подвижность носителей заряда [1, 2], а также такие фундаментальные параметры электронного переноса, как эффективную массу [3] и время релаксации τ , которое можно определить из частотной зависимости фазового сдвига в области частот ω , где значение параметра $\omega\tau \sim 1$ [4].

Применение упрощенной модели переноса заряда показало возможность оценки времени релаксации из измерений диэлектрической проницаемости [4]. Результативность применения СВЧ-метода измерений параметров электронного переноса в полупроводниках можно повысить, используя более фундаментальный подход к обработке данных измерений. В настоящей работе предлагается модель переноса носителей заряда с применением кинетического уравнения Больцмана для холловских измерений и измерений времени релаксации с помощью СВЧ-интерферометрии. Последние оказываются предпочтительнее, если требуется сравнительно невысокая точность измерений, так как отпадает необходимость создания достаточно сильного продольного магнитного поля в области образца.

Основная часть. Схема холловских СВЧ-измерений представлена на рис. 1. Электромагнитная волна с напряженностью электрического поля E_x , выходящая из секции волновода 1, возбуждает в образце, помещенном в магнитное поле с индукцией B , холловское поле E_y . Колебания E_y после прохождения волновода 3 регистрируются датчиком 4. Волновод 2 при-

меняется для регистрации фазы или амплитуды прошедшей волны. Электрические поля E_x и E_y возбуждают токи в образце, которые можно выразить через параметры электронного переноса.

Для описания переноса носителей заряда под действием электрического поля волны используется уравнение Больцмана для функции распределения носителей заряда по энергии $f(W)$ в пространстве волновых векторов k , которое в приближении сферических энергетических долин имеет вид

$$e[\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}] \cdot \frac{1}{\hbar} \nabla_k f(\vec{k}, \vec{r}) = -\frac{f - f_0}{\tau}. \quad (1)$$

где e – элементарный заряд; \vec{E} – локальная напряженность электрического поля волны с частотой ω , $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i\omega t}$; \vec{v} – скорость дрейфа носителей; \vec{B} – магнитная индукция; f_0 – равновесная часть функции распределения; τ – время релаксации.

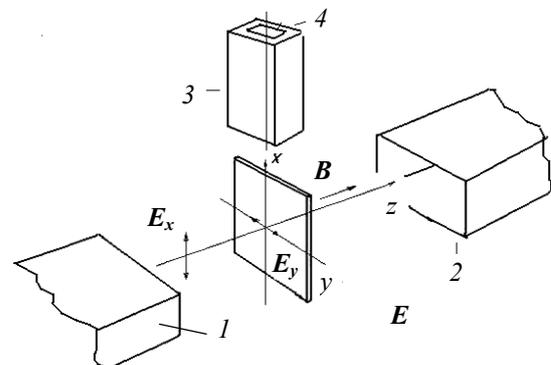


Рис. 1. Схема холловских СВЧ-измерений

Для решения уравнения (1) использовалась подстановка [5]:

$$f = f_0 - \bar{v} \cdot \bar{\psi} \frac{\partial f_0}{\partial W}. \quad (2)$$

Решение (1) позволяет найти проекции вектора $\bar{\psi}$, входящего в (2), через проекции E_x и E_y :

$$\begin{aligned} \psi_x &= \frac{\tau' e [E_x + (\omega_c \tau') E_y]}{1 + (\omega_c \tau')^2}, \\ \psi_y &= \frac{\tau' e [-(\omega_c \tau') E_x + E_y]}{1 + (\omega_c \tau')^2}, \end{aligned} \quad (3)$$

где $\omega_c = eB / m^*$ – циклотронная частота, m^* – эффективная масса носителя заряда.

Плотность тока носителей заряда, которая определяется неравновесной частью функции распределения (2), находится путем интегрирования по всем зонам Бриллюэна:

$$\bar{j} = -\frac{e}{4\pi^3} \int \bar{v} (\bar{v} \cdot \bar{\psi}) \frac{\partial f_0}{\partial W} dV_k, \quad (4)$$

где dV_k – элемент объема в \bar{k} -пространстве.

Подстановка (2) в (3) приводит к следующим уравнениям для проекций плотности тока проводимости j_x и j_y :

$$\left(1 - i \frac{e^2}{\varepsilon_0 \omega} L_1\right) j_x + i \frac{e^2}{\varepsilon_0 \omega} L_2 j_y = e^2 L_1 E_x + e^2 L_2 E_y; \quad (5)$$

$$i \frac{e^2}{\varepsilon_0 \omega} L_2 j_x + \left(1 - i \frac{e^2}{\varepsilon_0 \omega} L_2\right) j_y = -e^2 L_2 E_x + e^2 L_2 E_y,$$

где коэффициенты L_1 и L_2 для невырожденного полупроводника усредняются по k -й энергетической долине:

$$\begin{aligned} L_1 &= \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \sum_k \frac{n_k}{m_k^*} \int_0^\infty \frac{\tau(x)}{1 + [\omega_{ck} \tau(x)]^2} x^{3/2} e^{-x} dx; \\ L_2 &= \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \sum_k \frac{n_k \omega_{ck}}{m_k^*} \int_0^\infty \frac{\tau^2(x)}{1 + [\omega_{ck} \tau(x)]^2} x^{3/2} e^{-x} dx; \quad (6) \\ x &= \frac{W}{kT}. \end{aligned}$$

Интегрирование в (6) проводится по всем энергетическим долинам, m_k^* и n_k – эффективные массы и концентрации носителей в k -й долине. При получении формул (5) полагалось, что f_0 является функцией Максвелла – Больцмана.

Из уравнений (6) следуют соотношения между проекциями суммарной плотности тока (тока проводимости и смещения) и напряженности электрического поля:

$$j_x = \sigma_x E_x - \sigma_y E_y + \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t}; \quad (7)$$

$$j_y = -\sigma_y E_x + \sigma_x E_y + \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t},$$

где σ_x и σ_y – удельные проводимости в направлениях x и y соответственно:

$$\sigma_x = i \varepsilon_0 \omega \left(1 - \frac{\alpha}{\alpha^2 - \beta^2}\right); \quad \sigma_y = \varepsilon_0 \omega \frac{\beta}{\alpha^2 - \beta^2}. \quad (8)$$

В формулах (8) $\alpha = 1 - i \varepsilon_0 \omega L_1$, $\beta = (e^2 / \varepsilon_0 \omega) L_2$.

Для слабых магнитных полей слагаемым $\omega_c \tau$ в формулах (6) можно пренебречь. Тогда используя (7) и (8), можно получить следующее выражение для холловской подвижности:

$$\mu_H = \frac{1}{B} \frac{|\sigma_y|}{\text{Re}(\sigma_x)}. \quad (9)$$

Из формулы (9) следует, что для определения холловской подвижности достаточно измерить проводимость образца в направлении, лежащем в плоскости колебаний электрического поля зондирующей волны (σ_x), и в направлении, перпендикулярном к нему (σ_y). Если предположить, что время релаксации одинаково для всех энергетических долин, то из формул (5)–(7) можно получить выражение для μ_H :

$$\mu_H = e \left\langle \frac{\tau^2}{(1 + i\omega\tau)^2} \right\rangle \left\langle \frac{\tau}{1 + i\omega\tau} \right\rangle^{-1} \left(\sum_1^k \frac{n_k}{m_k^*} \right)^{-1}. \quad (10)$$

В формуле (10) усреднение проводится по одной из энергетических долин.

Если время релаксации не зависит от энергии носителей, т. е. $\tau = \tau_0$, то μ_H не зависит от частоты электрического поля падающей волны, так как в этом случае из (10) следует:

$$\mu_H = e \tau_0 \sum_1^k \frac{n_k}{m_k^*} \left(\sum_1^k \frac{n_k}{m_k^*} \right)^{-1}. \quad (11)$$

Оценить зависимость τ от энергии носителей можно по частотной зависимости $\mu_H(\omega\tau)$ в области частот, где $\omega\tau \sim 1$. На рис. 2 представлены расчетные зависимости отношения μ_H к подвижности на постоянном токе, $\mu_H(\omega\tau) / \mu_H(0)$, для n -Ge в предположении зависимостей $\tau = \tau_0 (W / kT)^{-1/2}$ и $\tau = \tau_0 (W / kT)^{-1}$ ($\tau_0 = \text{const}$) с использованием формулы (11).

При $B = 0$ из кинетических соотношений можно получить выражение для диэлектрической проницаемости:

$$\varepsilon = \varepsilon_{\text{ст}} \frac{1}{1 + [\varepsilon_0 \omega / e^2 L(\omega)]^2}, \quad (12)$$

где $\epsilon_{ст}$ – диэлектрическая проницаемость на постоянном токе;

$$L(\omega) = \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \left\langle \frac{\tau}{1+i\omega\tau} \right\rangle \sum_k \frac{n_k}{m_k^*}$$

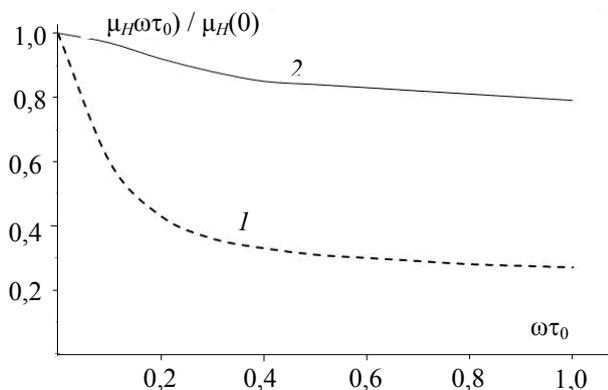


Рис. 2. Сравнение расчетных зависимостей холловской подвижности для *n*-Ge от параметра $\omega\tau_0$ ($\tau_0 = 3 \cdot 10^{-12}$ с) с использованием зависимости: $1 - \tau \sim (W/kT)^{-1}$; $2 - \tau \sim (W/kT)^{-1/2}$

Экспериментальная проверка формулы (12) для ϵ проводилась на СВЧ-интерферометре с помощью метода фазовой компенсации [4] в области частот 30–80 ГГц для *n*-Ge. Результаты представлены на рис. 3.

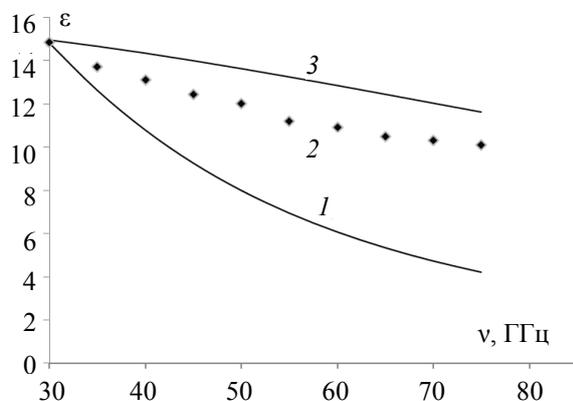


Рис. 3. Сравнение расчетных и измеренных зависимостей диэлектрической проницаемости от частоты:

1 – расчет, $\tau \sim (W/kT)^{-1/2}$; 2 – эксперимент, *n*-Ge, $n = 5 \cdot 10^{21} \text{ м}^{-3}$, 12 См/м; 3 – расчет, $\tau \sim (W/kT)^{-1}$

Данные для диэлектрической проницаемости в исследуемой частотной области удовлетворительно согласуются с расчетными кривыми, полученными с использованием формулы (12) для энергетических зависимостей $\tau \sim (W/kT)^{-1}$ (1) и $\tau \sim (W/kT)^{-1/2}$. Первая из кривых получена в предположении, что основным механизмом, влияющим на время релаксации, является рассеяние на акустических колебаниях решетки. С учетом того что в зоне проводимости герма-

ния энергетические поверхности представлены восемью эллипсоидами, для расчетов использовалось значение суммы:

$$\sum_k \left(\frac{n_k}{m_k^*} \right) = \left(\frac{n}{3} \right) \left(\frac{2}{m_{||}} + \frac{1}{m_{\perp}} \right). \quad (13)$$

В формуле (13) n – суммарная концентрация электронов; $m_{||}$ и m_{\perp} – продольная и поперечная эффективные массы электронов ($m_{||} = 0,082 m_0$, $m_{\perp} = 1,59 m_0$).

Заметное отклонение экспериментальных данных от расчетной кривой, очевидно, обусловлено дополнительными механизмами рассеяния электронов – рассеянием на ионах и атомах примесей и дислокациях.

Заключение. На основе решения кинетического уравнения Больцмана получены выражения для холловской подвижности и диэлектрической проницаемости в СВЧ-области через параметры зонной структуры полупроводника. Холловскую подвижность можно определить, измерив проводимости плоского полупроводникового образца в двух взаимно перпендикулярных направлениях.

Экспериментальная проверка показала удовлетворительное соответствие результатов расчета диэлектрической проницаемости по кинетической модели и измерений фазового сдвига в области частот 30–80 ГГц для образца *n*-Ge. Путем сравнения данных измерений диэлектрической проницаемости ϵ в области частот $\omega\tau \sim 1$ с расчетной частотной характеристикой $\epsilon(\omega)$ дана оценка энергетической зависимости времени релаксации носителей в образце.

Литература

1. Broadband complex permittivity measurement techniques of materials with thin configuration at microwave frequencies / Murata Kenichiro [et al.] // J. Appl. Phys. 2005. Vol. 98, No. 8. P. 084107/1–084107/8.
2. Excess carrier lifetime measurement for plasma-etched GaN by the microwave photoconductivity decay method / Hideki Watanabe [et al.] // Jap. J. Appl. Phys. 2007. Vol. 46. No. 1. P. 35–39.
3. Мадьяров В. Р. Определение параметров переноса носителей заряда в полупроводниках с помощью СВЧ-зондирования // Труды БГТУ. 2012. № 6: Физ.-мат. науки и информатика. С. 88–90.
4. Мадьяров В. Р. Исследование релаксационных свойств полупроводников с помощью интерферометрии миллиметрового диапазона // Труды БГТУ. 2013. № 6: Физ.-мат. науки и информатика. С. 54–56.
5. Ансельм А. И. Введение в теорию полупроводников. М.: Наука, 1978. 616 с.

Поступила 05.03.2014