УДК 621.391.26

С. Н. Ярмолик, кандидат технических наук, доцент (ВАРБ);
А. А. Дятко, кандидат технических наук, доцент (БГТУ);
П. Н. Шумский, кандидат технических наук, доцент (КБ «Радар»);
А. С. Храменков, аспирант (ВАРБ)

ОЦЕНКА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕШАЮЩЕЙ СТАТИСТИКИ В ЗАДАЧАХ РАДИОЛОКАЦИОННОГО ОБНАРУЖЕНИЯ И РАСПОЗНАВАНИЯ ОБЪЕКТОВ

В статье произведен анализ способов оценивания плотности вероятности квадратичного функционала (КФ) от комплексных гауссовых отсчетов, характеризующихся заданными корреляционными свойствами. Приведены результаты математического моделирования аппроксимирующих рядов, основанных на системах ортогональных полиномов, показаны их достоинства и недостатки. Проанализирован способ формирования дискретного распределения квадратичного функционала, основанный на преобразовании его характеристической функции (ХФ).

Ways of assessment probability density of normally distributed signal are analyzed in the article. Results of mathematic modeling of approximation lines based on orthogonal polynomials are introduction. The way which used transformation of characteristic function is secure adequate quality of estimation of probability density.

Введение. Задача радиолокационного наблюдения объектов затрудняется наличием шумов и мешающих отражений. Ограниченность времени наблюдения объектов, флуктуации сигналов и наличие радиолокационного фона обуславливают статистический характер решаемых задач [1]. Процесс обнаружения и классификации радиолокационных объектов требует поиска оптимальных методов обработки наблюдаемых реализаций, обеспечивающих выбранный критерий оптимальности, что предполагает формирование и сопоставительный анализ решающей статистики [2].

В большинстве случаев наблюдаемые реализации сигнала ($\mathbf{f}$) принято характеризовать гауссовскими плотностями вероятностей (ПВ):

$$p(\mathbf{f}) = \frac{1}{(2\pi)^N \det\left\|\mathbf{R}_{M+H}\right\|} \exp\left(-\mathbf{f}\mathbf{Q}_{M+H}\mathbf{f}^{*T}\right), \quad (1)$$

где $\mathbf{f} = (f_0, \ldots, f_{N-1})$ – дискретная выборка сигнала размером N, состоящая из смеси сигнала, отраженного от объекта $\mathbf{m} = (m_0, \ldots, m_{N-1})$ и радиолокационного фона $\mathbf{h} = (h_0, \ldots, h_{N-1})$; $\mathbf{R}_{M+H} = \mathbf{R}_M + \mathbf{R}_H$ – корреляционная матрица (КМ) принятого сигнала; $\mathbf{Q}_{M+H} = (\mathbf{R}_{M+H})^{-1}$ – обратная КМ; $\mathbf{R}_M = \overline{\mathbf{m}^{*T}\mathbf{m}}$ – КМ сигнала; $\mathbf{R}_H = \overline{\mathbf{h}^{*T}\mathbf{h}}$ – КМ фона; индекс * – комплексное сопряжение; T – операция транспонирования.

При использовании байесовского критерия оптимальности алгоритм обработки принятого сигнала предполагает вычисление КФ [1]:

$$Z = \mathbf{f}\mathbf{R}_{\text{обр}}\mathbf{f}^{*T} + a, \quad (2)$$

где $\mathbf{R}_{\text{обр}} = (\mathbf{R}_H)^{-1} - (\mathbf{R}_{M+H})^{-1}$ – матрица обработки; $a = \ln\left[\det\mathbf{R}_H / \det\mathbf{R}_{M+H}\right]$ – смещение.

В статье анализируются особенности способов оценивания распределения КФ (2), определяющего вид решающей статистики в задачах радиолокационного обнаружения и распознавания объектов. На основе результатов моделирования проиллюстрированы достоинства и недостатки рассматриваемых способов.

Основная часть. При анализе решающей статистики в задачах радиолокационного обнаружения и распознавания используется подход, основанный на восстановлении ПВ КФ по известным моментам распределения с помощью системы ортогональных полиномов [2]. В основе метода лежит взаимосвязь между ПВ, ХФ и моментами распределения. При этом плотность распределения решающей статистики представляется рядом n, основанным на выбранном семействе полиномов [2].

$$p(Z) = \phi(Z)\sum_{q=0}^{n-1} c_q Q_q(Z), \quad (3)$$

где $\phi(Z)$ – весовая функция полинома; c_q – коэффициенты разложения в ряд; $Q_q(Z) = \sum_{p=0}^{q} r_p Z_q^p$ – ортогональный полином q-й степени; r_p – коэффициенты полинома.

Коэффициенты разложения имеют вид

$$c_q = \sum_{s=0}^{q} r_s m_s\{Z\},$$

где $m_s\{Z\}$ – момент s-го порядка случайной величины Z.

Исходя из гауссовости закона распределения элементов выборки принятого сигнала **f**, зная его функциональное преобразование, несложно определить моменты искомой ПВ [3]:

$$m_s\{Z\} = (-i)^s \frac{\partial^s}{\partial \nu^s} \Theta_z(\mathbf{v}) \bigg|_{\nu=0},$$

где i – «мнимая» единица; ν – вещественная переменная; $\Theta_z(v) = \exp(iva)/\det[\mathbf{I} - iv\boldsymbol{\chi}]$ – характеристическая функция величины Z; $\mathbf{I}$ – единичная матрица; $\boldsymbol{\chi} = \mathbf{R}_{M+H}\mathbf{R}_{\text{обр}}$ – определяющая матрица.

Идея метода вычисления моментов искомого распределения, основанного на дифференцировании ХФ («метод следа»), изложена в работе [4].

Следует отметить, что для качественной аппроксимации ПВ важно правильно выбирать семейство ортогональных полиномов, что позволяет использовать при расчетах небольшое число членов ряда (n). При этом в большинстве публикаций, рассматривающих вопросы приближенной аппроксимации, ограничиваются разложениями на основе гауссовской весовой функции: ряды Грама – Шарлье, Эджворта, Юнга; разложение Мелера в ряд Эрмита; разложение Корниша – Фишера. В случае значительных отличий анализируемой ПВ от нормальной указанные аппроксимации, как правило, мало эффективны.

На рис. 1 приведены результаты аппроксимации распределения КФ Z, рассчитанного для следующих условий: дисперсия отраженного сигнала $\sigma_c^2 = 25$; экспоненциальная корреляционная функция сигнала характеризуется временем корреляции $\tau_c = 0{,}1$ с; КМ $\mathbf{R}_M$ и $\mathbf{R}_H$ размером $N = 10$ формируются с шагом $\Delta\tau = 4$ мс; отношение сигнал – шум $\rho = 10$.

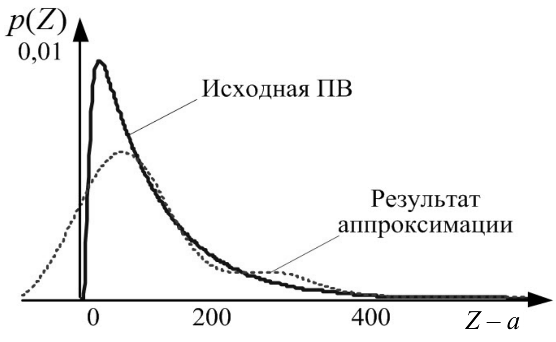

Рис. 1. ПВ КФ и его оценка, полученная с помощью полиномов Эрмита ($n = 4$)

В ряде случаев для аппроксимации распределения КФ используют ряд, основанный на полиномах Лагерра [2]. Эти полиномы характеризуются интервалом ортогональности [0; +∞]. На рис. 2 приведены результаты аппроксимации распределения КФ Z, использующие усеченный ряд Лагерра.

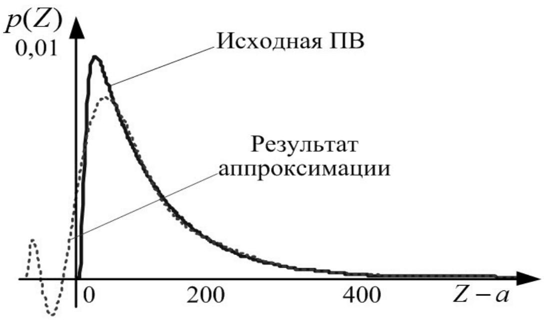

Рис. 2. ПВ КФ и его оценка, полученная с помощью полиномов Лагерра

Очевидно, что для обеспечения качественной аппроксимации усеченным рядам Лагерра требуется большое число членов ряда ($n > 30$), что предполагает использование соответствующего числа моментов исходного распределения. В противном случае рассматриваемый ряд теряет эффективность.

В [4] для аппроксимации ПВ КФ Z предложено использовать усеченный ряд ($n = 1$), основанный на полиномах Поллачека с оптимизированной весовой функцией. Результаты аппроксимации представлены на рис. 3.

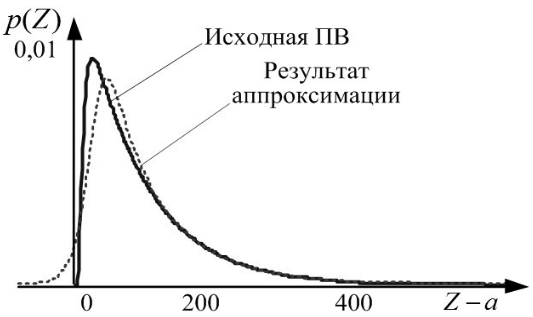

Рис. 3. ПВ КФ и его оценка, полученная с помощью полиномов Поллачека

Рассмотренный способ обеспечивает приемлемое качество аппроксимации, однако предполагает наличие процедуры предварительной оптимизации параметров весовой функции.

Проведенный анализ показал, что использование для аппроксимации усеченных рядов по ортогональным полиномам характеризуется определенными недостатками: учет интервала ортогональности выбранных полиномов; наличие предварительной обработки данных (центрирование, нормировка, оптимизация параметров); выбор количества членов ряда; возможная расходимость ряда и т. п.

Следует отметить, что знание вида распределения статистики $p(Z)$ позволяет при радиолокационном наблюдении объекта решать ряд практически важных задач: обеспечение требуемых показателей качества решаемой задачи; выбор требуемых порогов принятия решения;

управление длительностью процесса принятия решения при использовании последовательных решающих правил и т. п.

Одна из первых попыток получения выражения для распределения КФ от гауссовского процесса предпринята в работе [5]. Предложенная методика, основанная на вычислении значений ХФ в плоскости комплексной переменной с помощью теории вычетов, характеризуется сложностью реализации и не нашла практического применения. Кроме того, предложенный подход ограниченно пригоден в случае наличия близких по величине собственных чисел определяющей матрицы (χ).

Наиболее точный способ определения распределения КФ был предложен в публикации [6]. Авторы разработали методику нахождения непрерывной плотности распределения КФ по его ХФ. Однако в ряде случаев оказывается удобнее работать с дискретными отсчетами искомой плотности. При этом методика определения дискретных отсчетов ПВ предполагает следующие операции:

1) расчет определяющей матрицы $\boldsymbol{\chi} = \mathbf{R}_{M+H}\mathbf{R}_{\text{обр}}$;

2) нахождение ее собственных значений c_j, $j = \overline{0, N-1}$;

3) задание области определения характеристической функции $t_0 = 0$, $t_1 = 2\pi$ и разбиение ее на число интервалов N_t с длительностью $dt = (t_1 - t_0)/N_t$;

4) нахождение комплексных отсчетов обратной характеристической функции $D_m = \prod_{j=0}^{N-1}(1 - ic_j t_m)$, $m = \overline{0, N_t - 1}$;

5) определение действительной $R_m = \operatorname{Re}(D_m)$ и мнимой $I_m = \operatorname{Im}(D_m)$ частей, после чего осуществляется расчет действительной $A_m = R_m/(R_m^2 + I_m^2)$ или мнимой $B_m = -I_m/(R_m^2 + I_m^2)$ частей характеристической функции;

6) с помощью дискретного преобразования Фурье определяются отсчеты искомой ПВ:

$$p_k = \frac{2}{\pi}\sum_{m=0}^{N_t-1} A_m \cos\left(\frac{2\pi k m}{N_t}\right) = \frac{2}{\pi}\sum_{m=0}^{N_t-1} B_m \sin\left(\frac{2\pi k m}{N_t}\right),$$

$k = \overline{0, N_t/2}$.

На рис. 4 приведен график распределения КФ Z, рассчитанный численными методами на основе вышеизложенной методики [6], и его гистограмма для анализируемых условий наблюдения.

Приведенные графики подтверждают высокую точность оценивания распределения квадратичной формы. Рассмотренная методика является практически пригодной и может использоваться в интересах решения задач радиолокационного наблюдения.

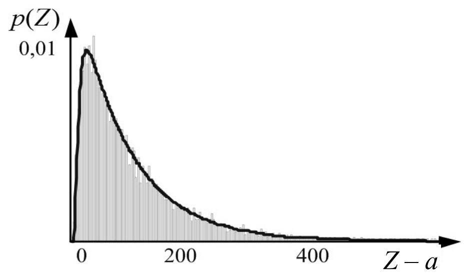

Рис. 4. Оценка ПВ КФ, полученная с помощью ХФ, и гистограмма квадратичной формы Z

Заключение. В статье показано, что усеченные аппроксимирующие ряды, основанные на системах ортогональных полиномов, позволяют в ряде случаев восстанавливать законы распределения квадратичных форм. В общем случае для оценки дискретных отсчетов ПВ квадратичной формы (2) наиболее предпочтительным является способ, основанный на преобразовании ее ХФ. Результаты оценивания ПВ КФ, формируемые на основе рассмотренной методики, целесообразно использовать при решении задач радиолокационного обнаружения и распознавания.

Литература

1. Охрименко А. Е. Основы радиолокации и радиоэлектронная борьба. М.: Воениздат, 1983. Ч. 1: Основы радиолокации. 456 с.

2. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. М.: Радио и связь, 1989. 656 с.

3. Ярмолик С. Н., Шаляпин С. В. Методика анализа характеристик систем распознавания на основе полиномиальной аппроксимации многомерной плотности вероятности выходных сигналов // Доклады БГУИР. 2003. Т. 1, № 3. С. 28–32.

4. Миддлтон Д. Введение в статистическую теорию связи: в 2 т.; пер. с англ. под ред. Б. Р. Левина. М.: Сов. радио, 1958–1962. Т. 2. 1962. 831 с.

5. Проскурин В. И. Распределение вероятностей квадратичного функционала от гауссовского случайного сигнала // Радиотехника и электроника. 1985. Т. 30, № 7. С. 1335–1340.

6. Леховицкий Д. И., Флексер П. М., Полишко С. В. О вычислении законов распределения квадратичных форм комплексных нормальных векторов // Прикладная радиоэлектроника. 2011. Т. 10, № 4. С. 456–461.

Поступила 20.03.2014